

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LA MÚSICA

POR A. E. SAGASTUME BERRA

*Dedicado a mi esposa, en el día
de su cumpleaños. — A. E. S. B.*

INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo nos proponemos estudiar los puntos esenciales de la teoría musical, desde un punto de vista sobre todo matemático. Al hablar de « teoría musical » damos, es verdad, un sentido algo restringido a esta expresión: el músico que siga nuestras consideraciones notará que nos referimos solamente a una parte de lo que para él es « teoría musical », dejando de lado, por ejemplo, las cuestiones referentes a la métrica, al ritmo, así como las de estética que en rigor pertenecen también a aquélla.

En la música, como en todo arte, hay también algo de ciencia; y así como el pintor, pongamos por caso, necesita de ciencias auxiliares como la geometría, algo de física y química (teoría de los colores) etc., el músico no debe desdeñar los conocimientos científicos necesarios para su arte. Ciertamente es que la ciencia no explica todo en el arte, y que el que emprende un estudio científico de esta clase, sabe de antemano que existe una barrera, un límite más allá del cual no le es dado avanzar; pero ese límite varía en función del estado de los conocimientos y también de las tendencias de la época. Nada tiene de extraño, pues, que hoy, en la era de la técnica, nos interese, tal vez más que ayer, por los fundamentos científicos del arte.

Más que ayer, pero no más que « anteayer ». En efecto, para aquellos a quienes haya sorprendido el tema de este trabajo, no estará de más consignar que en la Edad Media, la música era mucho más científica que ahora: se la estudiaba en la categoría de ciencia, al lado de la aritmética, la geometría y la astronomía, en el *quadrivium*, como se llamaba al conjunto de estas cuatro materias. Y si nos remontamos hasta la época de Pitágoras, hallamos que la música es, relativamente, mucho más *ciencia* aún.

Ese paralelismo entre la música y la ciencia ha ido desapareciendo, y hoy nos encontramos con que los músicos ignoran, o poco menos, los fundamentos científicos de su arte, mientras que los matemáticos por su parte, no se molestan en aplicar el poderoso medio de estudio e investigación en materia musical, que tienen en sus manos. Existe una intuición generalizada de que música y matemáticas tienen algo de común; pero no se sabe discernir qué es ese algo; se citan siempre ejemplos, de músicos-matemáticos o de matemáticos-músicos, como para hacer sospechar la existencia de un nexo misterioso entre ambas disciplinas; pero no se tiene noción de dónde está ese nexo.

Bien es verdad que la confusión reinante ha sido agravada por músicos pseudo-científicos o matemáticos pseudo-artistas, que han errado el camino, contribuyendo a formar y mantener una atmósfera hosca, de desorientación e incomprensión, que ha hecho mirar con desconfianza las tentativas de acercamiento de la música a las matemáticas, o a la física.

Esperamos no haber caído en semejantes errores. De todas maneras, pedimos que no se juzgue con precipitación este trabajo. Entendemos dedicarlo tanto a músicos como a matemáticos; y si aquellos encuentran algo abstrusos algunos pasajes, esperamos que las consecuencias de las ideas que exponremos, llevadas al terreno de la práctica musical, aclaren las dudas y disipen la *a priori* inevitable desconfianza; y en cuanto a los matemáticos, les rogaremos nos excusen la prolijidad con que exponremos puntos o razonamientos que les son familiares, pero que queremos sean comprendidos también por los músicos.

Si con este trabajo, resumen de muchas cosas conocidas y algunas nuevas, contribuimos a despejar aquella atmósfera a que nos referíamos, ello será nuestra mejor recompensa.

* *

Este estudio comprende en total seis capítulos. En el primero, repasamos las nociones de acústica necesarias, tales como la causa del sonido, sus cualidades, el fenómeno de los armónicos, etc., orientando esos conceptos en el sentido más conveniente a nuestros fines; se dan también nociones sobre intervalos musicales y su medida, y algo sobre la teoría de la consonancia.

En el Cap. II analizamos la construcción de la gama musical, dando las condiciones a que debe satisfacer, y explicando cómo se puede construir, en la forma más lógica y natural posible, un con-

junto de sonidos aptos para ser utilizados musicalmente. El matemático encontrará en este capítulo algunos teoremas interesantes.

En el Cap. III tratamos el problema de la *atemperación*, que se reduce en esencia a dar un criterio para elegir entre las (infinitas) notas de la gama construída, un número finito de ellas, destinadas a ser utilizadas en la práctica. Los criterios establecidos en los casos ya conocidos permiten una generalización que es ayudada por una adecuada representación geométrica hiperespacial.

Aplicando esos criterios examinamos, en el Cap. IV, algunas de las numerosas gamas propuestas, haciendo una crítica de cada una de ellas, en particular de la gama atemperada usual, la cual *no responde* a los principios acústicos de donde podemos derivar las gamas. Se estudian asimismo las gamas de Pitágoras, de Tolomeo o de Zarlinó, la pentatónica de los pueblos primitivos, las de Salinas, Gramma-teus, Ramos Pareja, etc.

El Cap. V contiene los fundamentos de la armonía musical. La representación hiperespacial introducida en el Cap. III es un auxiliar precioso para definir y estudiar los *acordes*, en especial los perfectos, mayores y menores, así como otros tipos. Se enuncian también dos principios armónicos generales, que llamamos el de *dualidad* (análogo a su homónimo de la geometría) y el de *sustitución*. Se estudian los acordes y tonalidades *relativas*, y el capítulo termina con una comparación entre los distintos conceptos de *consonancia* de un acorde, en donde juegan un rol fundamental los *sonidos diferenciales* o de *Tartini*, descubiertos por Sorge.

El último capítulo, VI, nos presenta a los acordes en relación con la teoría algebraica de los *ideales*, derivándose de ahí la noción de *bajo fundamental* de un acorde, del cual se estudian las propiedades. Las oportunas definiciones de la altura, absoluta y relativa, y de la consonancia (relativa) de un acorde nos permiten luego, mediante consideraciones respecto a los mínimos de una cierta función, definir lo que se entiende por *tónica* y *dominantes* (generalización de los conceptos corrientes de dominante y subdominante) de una tonalidad, y llegar así a las notas *diatónicas* y *cromáticas*, fundamento de la teoría melódica. Se estudian los diversos *modos* de una gama (en sentido distinto del usual) y termina el capítulo con varias reflexiones y ejemplos de aplicación de la teoría.

En cuanto a la bibliografía, que sobre estos temas es abundante, no nos ha sido posible consultar sino unas pocas obras. Damos sin embargo, a continuación, una lista de las principales, por orden alfabético de autores:

- I - *Blaserna et Helmholtz*. — Le son et la musique (París, 1879 ed. Alcan).
- II - *Boecio*. — De Institutione Musica (ed. G. Friedlein, 1867).
- III - *Bosanquet, R. H. M.* — An Elementary Treatise on Musical Intervals and Temperament (Londres, 1876).
- IV - *Domínguez Berrueta, J.* — Sobre la teoría científica de la música. — Revista de la R. Academia de C. Exactas, Físicas y Naturales de Madrid (Marzo, Abril y Mayo de 1916).
- V - *Domínguez Berrueta, J.* — Teoría física de la música. — Memorias de la R. Academia de C. Exactas, Físicas y Naturales de Madrid. (Serie 2ª, tomo V, 1927).
- VI - *Gandillot, M.* — Essai sur la gamme (París, 1906)
- VII - *Guillemin, A.* — Les premiers éléments de l'acoustique musicale (París, 1904, ed. Alcan).
- VIII - *Helmholtz, H. von.* — Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlagen für die Theorie der Musik (4ª ed.).
- IX - *Helmholtz, H. von.* — Vorlesungen über die mathematischen Akustik (1898).
- X - *Mersenne, M.* — Harmonicorum Libri XII (París, 1648).
- XI - *Murray Barbour, J.* — The Persistence of the Pythagorean Tuning System - Scripta Mathematica, vol. I, n° 4, Junio 1933.
- XII - *Rameau, J. Ph.* — Démonstration du principe de l'harmonie (París, 1750).
- XIII - *Rayleigh, Lord.* — The Theory of Sound (2 volúmenes, 2ª ed., Londres, 1929).
- XIV - *Riemann, H.* — Armonía y modulación (ed. Labor, 1930).
- XV - *Sachs, Curt.* — La música en la antigüedad (ed. Labor, 1927).

CAPITULO I

LOS FENÓMENOS PRIMARIOS DE LA ACÚSTICA MUSICAL

1. — El « material » con que la música construye su obra artística es el *sonido*: así como el pintor utiliza colores, el escultor trozos de materia, el poeta palabras, así el músico utiliza sonidos, que combina sucesiva o simultáneamente, formando una especie de tejido sonoro, cuyas fibras verticales, por así decir (simultáneas) constituyen la *armonía*, mientras que las horizontales (sucediéndose según un ritmo) forman lo que se llama la *melodía*.

El sonido, desde el punto de vista físico, es nada más que un proceso ondulatorio o vibratorio de un medio elástico, que puede ser el aire o cualquier otra substancia, por ejemplo las cuerdas de los instrumentos, madera, metales, etc. Refiriéndonos al aire, debemos imaginarnos una onda sonora como un fenómeno periódico, por cuya acción en cada punto se producen dilataciones y contracciones sucesivas, periódicamente, a manera de sístole y diástole, que empujan en un sentido u otro las masas vecinas del aire, propagándose así

de un punto a otro de tal manera que, en un instante cualquiera, encontraríamos que los puntos de máxima dilatación, o los de máxima compresión, o los de un estado cualquiera intermedio, se suceden, en cada dirección, a intervalos regulares. Se trata, pues, de un fenómeno doblemente periódico: periódico en el tiempo (para cada punto a intervalos iguales de tiempo se reproducen los mismos estados) y periódico en el espacio (para cada instante, a distancias iguales se reproducen los mismos estados).

En una cuerda tensa, el proceso es análogo: cada partícula de la cuerda se mueve a uno y otro lado de su posición normal de equilibrio, repitiéndose los mismos estados a intervalos iguales de tiempo; y a su vez, si pudiéramos fotografiar la cuerda en un instante dado, observaríamos que ha adoptado una forma que puede no ser muy regular, pero de tal modo que a distancias iguales, las partículas ocupan igual posición con respecto a su estado de equilibrio.

2. — Los fenómenos que se producen en una cuerda en vibración son tan típicos y por otra parte, tan importantes desde el punto de vista musical, que no vacilamos en tomar dicha cuerda como modelo para nuestro estudio. De igual manera podríamos tomar un tubo sonoro, lo que nos llevaría a consideraciones semejantes; pero es talvez más objetivo el caso de la cuerda.

Dediquémonos, pues, a estudiar algo más de cerca el fenómeno de la *cuerda vibrante*. Ya dijimos que ese fenómeno es doblemente periódico, en el tiempo y en el espacio. Ahora bien: en trigonometría elemental se estudian las funciones *sen α* (*seno* del arco α) y *cos α* (*coseno* de α) que tienen, entre otras, la propiedad de que, cuando el arco α aumenta o disminuye en $2\pi = 2 \times 3,14159$ (longitud de la circunferencia de radio 1, o del arco correspondiente al ángulo central de 360°), vuelven a tomar idénticos valores; en otros términos, el seno y el coseno son funciones periódicas, con el período 2π . Se concibe ahora que si en vez del arco α tomamos un *tiempo* o una *longitud*, podremos obtener funciones periódicas del tiempo o de la longitud, y esto nos lleva a sospechar que el estado de nuestra cuerda vibrante podrá expresarse mediante senos, o cosenos, de tiempos y longitudes.

Claro es que esta sospecha no constituye en manera alguna una prueba o demostración. El matemático necesita mucho más que eso para darse por satisfecho. En nuestro caso, la demostración puede hacerse con todo rigor lógico por el camino que indicaremos someramente a continuación.

Establezcamos, en la dirección de la cuerda en reposo (fig. 1) un eje de abscisas x , cuyo origen O coincida con uno de los extremos de la cuerda. Esta es OA , de longitud l . En O y perpendicularmente a Ox , tracemos el eje de ordenadas Oy . Entonces, la posición de cada punto P de la cuerda en estado de vibración (representada por la línea sinuosa que va desde O hasta A) podrá caracterizarse por sus coordenadas x, y . Se demuestra entonces que, llamando t al tiempo,

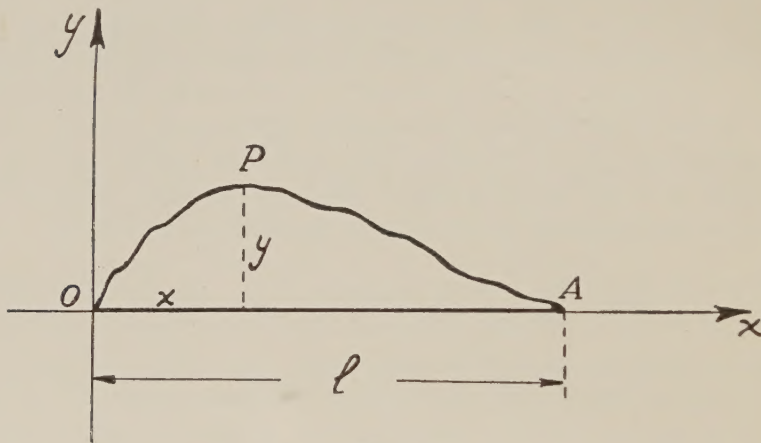


FIG. 1

tiene lugar la siguiente ecuación diferencial, llamada *ecuación de la cuerda vibrante*:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad [1]$$

donde a es una constante que depende solo de la sección s , densidad d y tensión T de la cuerda, y que tiene por expresión

$$a = \sqrt{\frac{T}{sd}}. \quad [2]$$

La ecuación [1], si bien no es difícil de interpretar en términos vulgares, no significa otra cosa sino una expresión matemática de la ley que rige el fenómeno. Lo único que nos interesa es que la solución de esa ecuación puede expresarse mediante senos o cosenos de tiempos y longitudes; y en efecto, se puede verificar que la expresión

$$y = A \operatorname{sen} \alpha x \cdot \operatorname{sen} \alpha x t, \quad [3]$$

donde A y α son constantes, satisface a la ecuación [1].

La expresión [3], si hacemos en ella $t = 0$, y tenemos en cuenta que $\text{sen } 0 = 0$, nos da $y = 0$. Es decir, que para el instante $t = 0$, cualquiera sea la x , es siempre nula la y , o en otros términos, la cuerda está en su posición de equilibrio. Es decir, que la solución [3] corresponde al hecho de comenzar a contar el tiempo cuando la cuerda parte de su posición de equilibrio.

También para $x = 0$ y cualquiera sea t , por análoga razón se obtiene $y = 0$, lo que corresponde al hecho de que el extremo O de la cuerda es fijo. El otro extremo A , correspondiente a $x = l$, debe quedar fijo asimismo, es decir que, cualquiera sea t , debe ser $y = 0$ para $x = l$. Como A es una constante no nula, y $\text{sen } \alpha x t$ adquiere, al variar t , valores no nulos, para que se anule la y deberá verificarse

$$\text{sen } \alpha l = 0.$$

Pero el seno solo se anula cuando su argumento es un número entero de medias circunferencias, o sea un número $n\pi$, siendo n un número entero. Entonces

$$\alpha l = n\pi,$$

de donde resulta

$$\alpha = \frac{n\pi}{l},$$

y finalmente, la solución [3] toma la forma

$$y = A \text{ sen } \frac{\pi n}{l} x \cdot \text{sen } \frac{\pi n}{l} at \quad [4]$$

3. — La expresión [4] es una solución de la ecuación [1], que corresponde al caso de la cuerda de que se trata. Pero ello no nos autoriza por ahora a decir que el movimiento de la cuerda deba regirse por fuerza por una expresión de este tipo. Basta, en efecto, reflexionar que si damos a los números A y n dos pares de valores distintos $A_1, n_1; A_2, n_2$, y sumamos las dos expresiones de y así obtenidas de la [4], se obtiene también una solución. Y este razonamiento puede generalizarse en varios sentidos, pero basta ya para justificar nuestra afirmación.

Ahora bien: existe un teorema general, de Fourier, según el cual una función cualquiera puede, en general, expresarse como una *serie* (suma compuesta de un número infinito de términos) cuyos términos

son senos y cosenos de la variable de que se trate. Aplicado este teorema al caso presente, nos dice que una solución de la ecuación [1] se expresará como una serie de infinitos términos del tipo [4] (obtenidos, naturalmente, dando a A y a n distintos valores, siendo los de n enteros). O, en otros términos, la solución más general posible de la ecuación [1] para el caso que nos ocupa, será

$$y = A_1 \operatorname{sen} \frac{\pi}{l} x \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{l} at + A_2 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{l} x \cdot \operatorname{sen} \frac{2\pi}{l} at + \\ + A_3 \operatorname{sen} \frac{3\pi}{l} x \cdot \operatorname{sen} \frac{3\pi}{l} at + \dots + A_n \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} x \cdot \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} at + \dots$$

o abreviado:

$$y = \sum_n A_n \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} x \cdot \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} at. \quad [5]$$

4. — Podemos, pues, limitarnos a estudiar el término general

$$y_n = A_n \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} x \cdot \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} at \quad [6]$$

de la serie [5]. Esta expresión se compone de tres factores: A_n , constante; $\operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} x$; y $\operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} at$. Sobre cada uno de ellos por separado haremos algunas reflexiones.

En primer lugar, imaginemos que, sin variar los otros factores, hacemos crecer el valor de A_n . Para cada punto (es decir, para cada valor fijo de x) y en cada instante (para cada valor fijo de t), los dos últimos factores no varían, de modo que al aumentar A_n aumenta proporcionalmente el valor de y_n . Por consiguiente, la separación de la cuerda de su posición de equilibrio aumenta, y con ello impulsará con mayor violencia las masas de aire que se encargan de transmitir a nuestro oído el sonido. La consecuencia es que éste se hace más *intenso*, más potente. Podemos decir, por lo tanto, que el coeficiente A_n mide la *intensidad* del sonido. También se llama a A_n , la *amplitud* de la vibración.

El segundo factor es, como sabemos, una función periódica, lo que significa que para ciertas distancias iguales, el estado vibratorio en los puntos correspondientes es el mismo. Si hacemos $x = \frac{k}{n} l$,

siendo k uno de los números $0, 1, 2, \dots, n$, ello quiere decir que consideramos el punto que representa las k n -avas partes de la cuerda.

Para esos valores de x resulta $\frac{\pi n}{l} x = \frac{\pi n}{l} \cdot \frac{kl}{n} = k\pi$, es decir, un múltiplo entero de π . Entonces resulta $\text{sen } k\pi = 0$, como sabemos, y anulándose este factor, se anula la expresión y_n , cualquiera sea el valor de t . Es decir que en toda la duración del fenómeno, esos puntos

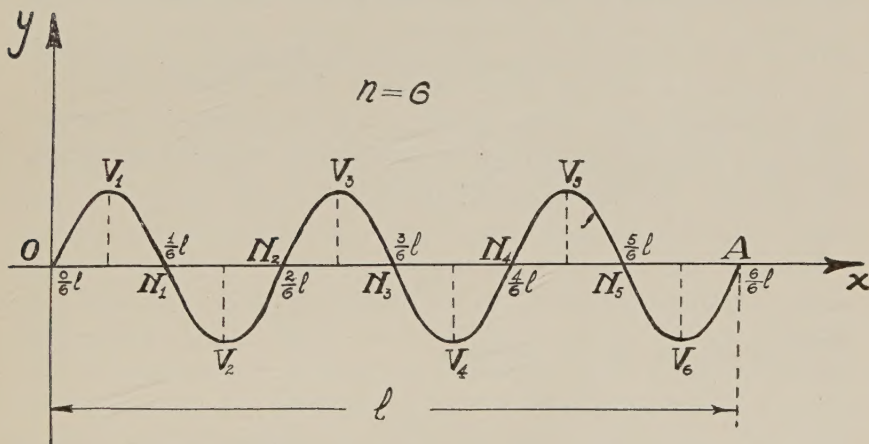


FIG. 2

están permanentemente en reposo. Por ello se llaman los *nodos* (véase la fig. 2, donde se ha representado el caso $n = 6$). Los extremos O , A son siempre nodos. En cambio si tomamos un punto $x = \frac{k}{n} l + \frac{1}{2n} l$, que difiere de un nodo en la mitad de la distancia al sucesivo, se tiene

$$\frac{\pi n}{l} x = \frac{\pi n}{l} \cdot \frac{kl}{n} + \frac{\pi n}{l} \cdot \frac{l}{2n} = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

y

$$\text{sen } \frac{\pi n}{l} x = \text{sen } \left(k\pi + \frac{\pi}{2} \right) = \pm 1,$$

correspondiendo el signo $+$ ó el $-$ según que k sea par o impar. Los valores ± 1 son los extremos del seno, que no puede tomar valores mayores que $+1$ ni menores que -1 . Por consiguiente, los valores de y_n serán también los máximos y mínimos posibles, es decir, en esos

puntos la cuerda se apartará lo más posible de su posición de equilibrio. Son los *vientres* o puntos de máxima vibración.

Finalmente, el tercer factor, $\text{sen } \frac{\pi n}{l} at$, que nos da la periodicidad en el tiempo, puede estudiarse en forma análoga al segundo, solamente que en lugar de x , ahora tenemos at . Por lo tanto, si $at = \frac{k}{n} l$, es $\text{sen } \frac{\pi n}{l} at = \text{sen } k\pi = 0$ cualquiera sea el valor de x , es decir que en esos instantes la cuerda pasa por su posición de reposo. Si contamos sucesivamente dos de esos pasos, en el segundo la cuerda vuelve a iniciar su vibración en el mismo sentido. En otros términos, el intervalo entre dos instantes sucesivos de reposo mide la *mitad del período* T_n de vibración. El instante t_k correspondiente al valor k es

$$t_k = \frac{k}{an} l,$$

y el instante de reposo siguiente,

$$t_{k+1} = \frac{k+1}{an} l,$$

de modo que el tiempo transcurrido, o sea el semiperíodo, es:

$$t_{k+1} - t_k = \frac{1}{2} T_n = \frac{l}{an} (k+1 - k) = \frac{l}{an}$$

y el período será:

$$T_n = \frac{2l}{an}.$$

Si en T_n segundos la cuerda efectúa una oscilación completa, en un segundo efectuará $\frac{1}{T_n}$ oscilaciones. Ahora bien, el número de oscilaciones por segundo es lo que se llama la *frecuencia*, concepto importantísimo desde nuestro punto de vista puesto que define, como lo veremos más adelante, la *altura* de un sonido. Indicando la frecuencia con ν_n , tendremos entonces:

$$\nu_n = \frac{1}{T_n} = \frac{an}{2l} \quad [7]$$

Terminaremos este párrafo observando que, si queremos obtener una imagen objetiva del fenómeno, por ejemplo en el caso de la fig. 2 ($n = 6$), no tenemos sino que suponer materializada la línea sinusoide, y sujeta al eje en los nodos $O, N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, A$ y hacerla girar alrededor del eje x con movimiento uniforme. Así se verá, observando desde cierta distancia, que los puntos de la curva efectúan vibraciones alrededor de la línea de equilibrio OA , a la que nuestra curva materializada cubre cuando se encuentra « de perfil ». El tiempo de una revolución completa corresponde así al período, y el número de vueltas en la unidad de tiempo será la frecuencia.

5. — En el § anterior hemos hecho el estudio de uno de los términos, [6], de la serie [5]; ese término representa lo que podemos llamar un *sonido simple* o, como se suele decir también, una *nota* o un *tono* (en sentido diverso del tono-intervalo que conocen los músicos). Advertiremos que muchas veces, al referirnos en lo sucesivo al sonido, sin calificativo, entenderemos que se trate de un sonido simple o nota; en cambio cuando no lo sea, especificaremos su calidad diciendo *sonido compuesto*. Y en cuanto a la palabra tono, preferimos reservarla para los intervalos que en música llevan ese nombre.

En el estudio del sonido simple [6] hemos encontrado dos cualidades, *intensidad* y *altura*, de gran importancia para la música; falta aún una tercera característica clásicamente conocida, el *timbre*. Es que un sonido simple no tiene timbre, o más bien, no tiene sentido hablar del timbre de un sonido de esta clase. Este concepto aparece recién cuando consideramos el sonido compuesto dado por la serie [5].

El sonido compuesto proviene de la yuxtaposición o coexistencia de infinitos sonidos simples, dados por los términos de la serie [5]. Las frecuencias de esos sonidos, según [7], son:

$$\nu_1 = \frac{a}{2l} \quad ; \quad \nu_2 = \frac{2a}{2l} \quad ; \quad \nu_3 = \frac{3a}{2l} \quad ; \quad \nu_4 = \frac{4a}{2l} \quad ; \quad \dots$$

o sea:

$$\nu_1 = \frac{a}{2l} \quad ; \quad \nu_2 = 2\nu_1 \quad ; \quad \nu_3 = 3\nu_1 \quad ; \quad \nu_4 = 4\nu_1 \quad ; \quad \dots,$$

es decir, son los *múltiplos* sucesivos de la llamada *frecuencia fundamental* que es ν_1 . Estos sonidos simples se llaman 2º, 3º, 4º, ... *armónicos* del fundamental; no hay inconveniente, si ello es cómodo,

en llamar a éste último, *primer armónico* a fin de unificar la nomenclatura.

Todos estos armónicos se producen en general simultáneamente al vibrar la cuerda, teniendo cada uno de ellos su amplitud, A_1 , A_2 , A_3 , ..., que puede aún ser cero en algunos casos, significando ello que el correspondiente armónico no aparece como componente. Debemos entonces imaginarnos que el movimiento de la cuerda está producido por la vibración que hemos descripto para cada armónico,

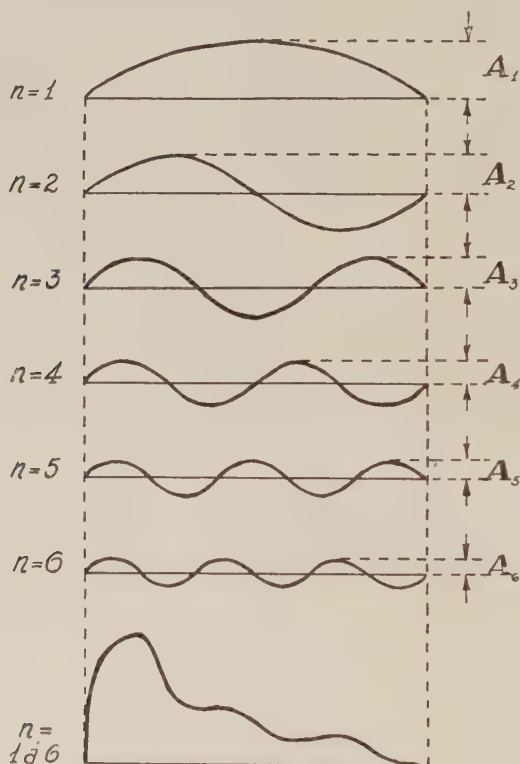


FIG. 3

pero interviniendo *simultáneamente* todos los armónicos, con diversas amplitudes. En la fig. 3 por ejemplo, hemos representado los seis primeros armónicos, con las amplitudes indicadas a la derecha, y abajo la forma de la curva resultante, que se ha obtenido sumando para cada abscisa las ordenadas de aquellas seis primeras curvas, teniendo en cuenta, naturalmente, su signo o sentido.

La forma de la curva resultante depende, como es lógico, de los armónicos y de las amplitudes componentes. Así por ejemplo, dos

cuerdas afinadas a la misma nota, v. gr. *do*, pero una de violín y otra de piano, dan sonidos (compuestos) distintos, debido a que los armónicos que los componen están distribuídos con diferentes amplitudes relativas. Como la cualidad específica que distingue dos sonidos de igual altura (y, si se quiere, de igual intensidad) es el *timbre*, podemos decir en consecuencia que *el timbre de un sonido compuesto está determinado por las amplitudes relativas de los armónicos que lo componen*.

6. — Puesto que un sonido compuesto consta de gran cantidad de armónicos simples, cada uno de los cuales tiene su altura, o frecuencia, y su intensidad, podemos preguntarnos: ¿qué entenderemos por *altura* de un sonido compuesto?

Para responder a esta cuestión, debemos tener en cuenta un hecho experimental, pero que podemos prever teóricamente, al menos con cierta aproximación. Digamos, para abreviar el lenguaje, que una cuerda vibra *en el estado n* , cuando produce solamente el n -ésimo armónico. Por ejemplo, en la fig. 3, los seis primeros diagramas representan a la cuerda vibrando en los estados 1 á 6, mientras que el séptimo da la imagen aproximada de la misma cuerda vibrando simultáneamente en los estados 1 á 6.

Cuando una cuerda está en el estado n , hay además de los extremos, $n-1$ nodos intermedios que representan, por así decir, ligaduras o vínculos a que está sometida; se puede, en efecto, imaginar que esos nodos están rígidamente unidos a sus posiciones de equilibrio, sin que por eso se modifique en nada el movimiento de los demás puntos de la cuerda. Esto sentado, se puede prever que cuantos más nodos haya, es decir, cuanto mayor sea n , la cuerda tendrá comparativamente menos movilidad, y en consecuencia la amplitud será menor. Claro es que esto no es sino una manera de encarar las cosas, y que la consecuencia obtenida no puede considerarse como producto de una irreprochable deducción lógica. Sin embargo, es lo que la experiencia enseña que se produce en la realidad: en general, la experiencia nos dice que los armónicos aparecen con tanta menor intensidad cuanto más elevados son o, dicho en otra forma, que A_n es en general una función decreciente de n .

Más exactamente aún, puede decirse, siempre tomando por base la experiencia, que los sonidos que impresionan nuestro oído con carácter *musical* son los que siguen la ley enunciada, mientras que aquéllos en que A_n no decrezca al aumentar n , o bien aquellos en que un gran número de las A_n sean de magnitudes del mismo orden, nos producen la sensación de *ruido*. Esto nos da derecho a sentar,

como definición, lo siguiente: un sonido (compuesto) es musical cuando los armónicos sucesivos aparecen con intensidades (amplitudes) decrecientes a medida que aumenta su número de orden; de tal manera que al cabo de un número n relativamente bajo, las amplitudes de los armónicos A_{n+1} , A_{n+2} , ... son todas despreciables en comparación con la del fundamental, A_1 . Un sonido, en cambio, es un ruido cuando aparece una gran cantidad de armónicos con amplitudes comparables a A_1 . Claro es que, según esta definición, no existe un límite neto entre sonido y ruido, sino solo una gradación.

De acuerdo con ésto, quedará justificado llamar *altura* o *frecuencia* de un sonido musical compuesto, a la de su nota fundamental o más baja, es decir a la que en los §§ 4 y 5 hemos llamado v_1 .

Lo dicho nos explica también por qué hemos tomado como caso típico el de la cuerda, y no el de una barra, membrana o placa vibrante. En estos tres últimos casos, en efecto, el número o el orden de los armónicos de intensidad comparable a la nota fundamental son tan elevados, que las vibraciones tienen más el carácter de ruidos que de sonidos musicales (aún el caso de las campanas no es netamente típico).

7. — La fórmula [7] para $n = 1$, combinada con la [2] nos da:

$$v_1 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{sd}}, \quad [8]$$

de donde pueden deducirse las leyes descubiertas por Mersenne ⁽¹⁾ en 1636 para la altura del sonido dado por una cuerda. Ella es: inversamente proporcional a la longitud de la cuerda, a la raíz cuadrada de su sección y de su densidad; y directamente proporcional a la raíz cuadrada de la tensión que soporta. Todo ello está condensado en la fórmula [8].

De las leyes referentes a la longitud y a la sección hace uso el constructor de pianos, haciendo más largas las cuerdas destinadas a las notas graves, y envolviéndolas en una espiral de acero para aumentar su sección; y el violinista a su vez aplica la ley de la tensión, cuando ajusta las clavijas para hacer más agudos los sonidos de su instrumento.

Además, en esas leyes se funda el *sonómetro*, que consta de una o varias cuerdas de distintos materiales y secciones, mantenidas en tensión constante por medio de pesos atados a sus extremos, y que

(1) Mersenne, (X).

pueden alargarse o acortarse por medio de puentes que corren sobre escalas graduadas. Este aparato sirve así para medir y comparar alturas de sonidos, y su precisión es bastante grande.

8. — Así como dos puntos de una recta determinan un segmento, dos notas, o sea, dos estados de una cuerda, determinan lo que se llama un *intervalo*. El intervalo se concibe así como el conjunto de notas de alturas comprendidas entre las dos dadas; y así como los segmentos se comparan y miden por su longitud, así podemos también definir una medida de intervalos que nos será muy útil en lo que sigue.

En primer lugar, el intervalo está definido por las frecuencias de las dos notas dadas, sean por ejemplo ν , ν' . En una cierta cuerda, estas frecuencias corresponden a dos estados (§ 6) n , n' , de modo que, según [7]

$$\nu = \frac{an}{2l} \quad , \quad \nu' = \frac{an'}{2l} \quad ,$$

y

$$\frac{\nu'}{\nu} = \frac{n'}{n} \quad .$$

En otra cuerda, de constantes a_1 y l_1 , si consideramos los mismos estados n , n' , se tendrán otras frecuencias ν'' , ν''' correspondientes a ν , ν' , que no serán las mismas, pero que satisfarán a la relación

$$\frac{\nu'''}{\nu''} = \frac{n'}{n} \quad ,$$

y por consiguiente,

$$\frac{\nu'''}{\nu''} = \frac{\nu'}{\nu} \quad .$$

Ahora bien, de acuerdo con nuestra definición, en la que no se especifica la cuerda que se use para medir los intervalos, dos cuerdas, consideradas cada una en dos estados n , n' , iguales para las dos, definen el mismo intervalo. Luego, cuando dos intervalos son iguales, lo son también las relaciones $\frac{\nu'''}{\nu''}$, $\frac{\nu'}{\nu}$ de las frecuencias que los componen; y viceversa. Por esto es que la relación de frecuencias nos da un medio de comparar los intervalos, y por eso también se suele decir que los intervalos se miden por el cociente de las frecuencias que los componen. Pero no es ésta la medida que deseamos definir aquí.

De la relación anterior resulta, a su vez:

$$\frac{\nu'''}{\nu'} = \frac{\nu''}{\nu} = k ,$$

de donde:

$$\nu''' = k\nu'$$

$$\nu'' = k\nu .$$

Según nuestra definición, la medida del intervalo (ν, ν') , que indicaremos con $I(\nu, \nu')$, debe ser igual a la del intervalo (ν'', ν''') , o sea $I(\nu'', \nu''')$. Es decir, debemos tener:

$$I(k\nu, k\nu') = I(\nu, \nu') , \quad [9]$$

donde la constante k es arbitraria ($\neq 0$). Esto nos da una primera propiedad de la función $I(\nu, \nu')$.

Una segunda propiedad la obtendremos teniendo en cuenta que, si partimos de una frecuencia ν y formamos el intervalo $I(\nu, \nu')$, llegando así a la frecuencia ν' , y luego, a partir de ésta formamos un nuevo intervalo $I(\nu', \nu'')$, el resultado será el mismo que si partiéramos de ν y formáramos el intervalo $I(\nu, \nu'')$. Es decir, la suma de los dos primeros debe dar el tercero:

$$I(\nu, \nu') + I(\nu', \nu'') = I(\nu, \nu'') . \quad [10]$$

Con las [9] y [10] ya podemos hallar explícitamente la forma de la función $I(\nu, \nu')$. Ante todo, como k es arbitraria en [9], podemos tomar en particular $k = \frac{1}{\nu}$. Entonces

$$k\nu = 1 , \quad k\nu' = \frac{\nu'}{\nu}$$

y

$$I(\nu, \nu') = I\left(1, \frac{\nu'}{\nu}\right) .$$

A la función $I\left(1, \frac{\nu'}{\nu}\right)$, que no depende sino de $\frac{\nu'}{\nu}$, podemos designarla con $\varphi\left(\frac{\nu'}{\nu}\right)$. Entonces

$$I(\nu, \nu') = \varphi\left(\frac{\nu'}{\nu}\right) , \quad [11]$$

con lo cual la [10] se transforma en:

$$\varphi\left(\frac{\nu'}{\nu}\right) + \varphi\left(\frac{\nu''}{\nu'}\right) = \varphi\left(\frac{\nu''}{\nu}\right)$$

o sea, si llamamos α a $\frac{\nu'}{\nu}$, β a $\frac{\nu''}{\nu'}$, y tenemos en cuenta que

$$\frac{\nu''}{\nu} = \frac{\nu''}{\nu'} \cdot \frac{\nu'}{\nu} = \alpha \beta:$$

$$\varphi(\alpha\beta) = \varphi(\alpha) + \varphi(\beta). \quad [12]$$

Si aquí hacemos $\beta = 1$, se obtiene $\varphi(\alpha) = \varphi(\alpha) + \varphi(1)$, o sea:

$$\varphi(1) = 0. \quad [13]$$

Si imponemos a la función φ la condición de que para un valor ξ , arbitrario pero positivo y diverso de 1, tome un valor C , también arbitrario y positivo, es decir

$$\varphi(\xi) = C \quad (\xi > 0, \xi \neq 1, C > 0), \quad [14]$$

queda perfectamente determinada la función φ . En efecto, por aplicación de la [12] para $\alpha = \beta = \xi$ se tiene:

$$\varphi(\xi^2) = \varphi(\xi \cdot \xi) = \varphi(\xi) + \varphi(\xi) = 2C;$$

y luego, sucesivamente:

$$\varphi(\xi^3) = \varphi(\xi^2 \cdot \xi) = \varphi(\xi^2) + \varphi(\xi) = 3C$$

$$\varphi(\xi^4) = \varphi(\xi^3 \cdot \xi) = \varphi(\xi^3) + \varphi(\xi) = 4C;$$

etc.; y en general

$$\varphi(\xi^n) = nC \quad [15]$$

para todo n entero y positivo.

Esta ecuación puede extenderse para todo n real. Ante todo, para los enteros negativos, pues en virtud de [12] y [13] se tiene (si n es entero y positivo):

$$\varphi(\xi^n \cdot \xi^{-n}) = \varphi(1) = \varphi(\xi^n) + \varphi(\xi^{-n}) = 0$$

Luego:

$$\varphi(\xi^{-n}) = - \varphi(\xi^n) = -nC.$$

Para $n = 0$, siendo $\xi^0 = 1$, la misma [13] nos asegura la validez de la [15]. Extendámosla ahora para todo exponente fraccionario $\frac{p}{q}$. Se tiene:

$$\varphi(\xi^{\frac{p}{q}}) = pC = \varphi\left[\left(\xi^{\frac{p}{q}}\right)^q\right] = q \varphi\left(\xi^{\frac{p}{q}}\right),$$

de donde:

$$\varphi\left(\xi^{\frac{p}{q}}\right) = \frac{p}{q} C;$$

y finalmente, si el exponente de ξ fuera irracional, se podría extender también la [15] mediante consideraciones de límite. En resumen, pues, podemos decir que la [15] es válida cualquiera sea el número real n .

Ahora bien: si ponemos $\xi^n = \alpha$, n es lo que se llama el *logaritmo* de α respecto a la base ξ ; n y α se determinan mutuamente (una vez fijado ξ). La [15] puede escribirse, pues:

$$\varphi(\alpha) = C \log_{\xi} \alpha,$$

indicando con $\log_{\xi} \alpha$ el logaritmo de α en la base ξ . De aquí, teniendo en cuenta la [11], resulta finalmente nuestra fórmula general

$$I(v, v') = C \log_{\xi} \frac{v'}{v} = C [\log_{\xi} v' - \log_{\xi} v] \quad [16]$$

que nos dice que: *la medida del intervalo entre dos notas v, v' , es igual a la constante C (arbitraria, positiva pero elegida de una vez por todas) multiplicada por el logaritmo del cociente de las frecuencias v' y v , respecto a la base ξ (positiva, $\neq 1$ y elegida de una vez por todas).*

9. — De la fórmula general [16] podemos obtener, según los valores numéricos que elijamos para C y ξ , distintos sistemas de medición de intervalos. De estos sistemas hay infinitos, pues tanto C como ξ son arbitrarios, salvo las limitaciones indicadas. Mencionaremos, pues, solo algunos entre los más usados o más convenientes para nuestro objeto.

I. — *Medida de los intervalos en savartios.* — El *savartio*, nombre adoptado en honor del físico Savart, es una unidad logarítmica comprendida en nuestra fórmula general. La medida de un intervalo en savartios se obtiene multiplicando por 1000 el logaritmo vulgar, o decimal, de la relación de frecuencias. De modo que habrá que tomar en la [16] $C = 1000$, y $\xi = 10$. Por ejemplo, si las frecuencias ν , ν' están en la relación de 1 á 2 (intervalo que llamaremos una *octava*) la medida en savartios de este intervalo será:

$$I(1, 2) = 1000 \log_{10} \frac{2}{1} = 1000 \log_{10} 2,$$

y como el logaritmo vulgar de 2 es 0,30103000, se tendrá

$$I(1, 2) = 301,03000 \text{ savartios.}$$

Si queremos obtener un intervalo que tenga 1 savartio por medida, tendremos que resolver la ecuación

$$1000 \log_{10} \frac{\nu'}{\nu} = 1,$$

de donde:

$$\log_{10} \frac{\nu'}{\nu} = \frac{1}{1000}.$$

Siendo 10 la base, y $\frac{1}{1000}$ el exponente, el intervalo $\frac{\nu'}{\nu}$ será

$$\frac{\nu'}{\nu} = 10^{\frac{1}{1000}},$$

de modo que las frecuencias ν' , ν deben estar en la relación de $10^{\frac{1}{1000}}$ (o sea $\sqrt[1000]{10}$) á 1, para que su intervalo sea 1 savartio.

Abreviaremos el savartio con la letra σ , de modo que, por ejemplo:

$$\text{Octava} = I(1, 2) = 301,03000 \sigma.$$

II. — *Méridas y heptaméridas.* — Si se toma $C = 43$, $\xi = 2$, el intervalo resulta expresado en una unidad que se llama *méri*da. (Sav-
veur). Es decir, que

$$I(\nu, \nu') = 43 \log_2 \frac{\nu'}{\nu} = \text{intervalo medido en méridas.}$$

Por ejemplo:

$$\text{Octava} = I(1, 2) = 43 \log_2 2 = 43 \text{ méridas},$$

puesto que en cualquier sistema, el logaritmo de la base (en este caso $\log_2 2$) es la unidad.

Adoptaremos para la mérida la abreviatura μ .

En cambio, si conservamos $\xi = 2$, pero tomamos $C = 301$, tendremos la medida en una unidad que se llama *heptamérida*, y que abreviaremos $h\mu$. Por ejemplo:

$$\text{Octava} = I(1, 2) = 301 \log_2 2 = 301 h\mu.$$

Como la medida de la octava en savartios es 301,03000 σ , vemos que la heptamérida difiere muy poco del savartio.

Si tomamos un intervalo $\frac{\nu'}{\nu}$ de una mérida, es decir, si

$$43 \log_2 \frac{\nu'}{\nu} = 1,$$

tendremos:

$$\log_2 \frac{\nu'}{\nu} = \frac{1}{43}$$

y

$$301 \log_2 \frac{\nu'}{\nu} = \frac{301}{43} = 7.$$

Pero $301 \log_2 \frac{\nu'}{\nu}$ es la medida del intervalo en heptaméridas. Luego, como el intervalo elegido medía 1 μ , tendremos:

$$1 \mu = 7 h\mu, \quad \text{ó} \quad 1 h\mu = \frac{1}{7} \mu,$$

es decir, la heptamérida es la séptima parte de la mérida, lo que justifica su denominación.

Dos sonidos de frecuencias ν, ν' cuyo intervalo sea de una mérida serán tales que, como acabamos de verlo,

$$\log_2 \frac{\nu'}{\nu} = \frac{1}{43},$$

de donde:

$$\frac{\nu'}{\nu} = 2^{\frac{1}{43}} = \sqrt[43]{2}.$$

En cambio, si el intervalo (ν, ν') es de una heptamérica, se deberá tener

$$\log_2 \frac{\nu'}{\nu} = \frac{1}{301}, \quad \text{y} \quad \frac{\nu'}{\nu} = 2^{\frac{1}{301}} = \sqrt[301]{2}.$$

III. — *Octavas*. — Tomando $C = 1$ y $\xi = 2$ en la [16], se obtendrá el intervalo medido en una unidad que llamaremos *octava* y simbolizaremos con la letra ω . La razón de esta denominación está en que, si $\frac{\nu'}{\nu}$ representa un intervalo de 1ω , se tendrá:

$$\log_2 \frac{\nu'}{\nu} = 1,$$

de donde

$$\frac{\nu'}{\nu} = 2^1 = 2,$$

es decir, que la relación $\frac{\nu'}{\nu}$ es de 2 á 1, o sea que (ν, ν') es efectivamente el intervalo que hemos llamado octava. De acuerdo con lo que hemos visto en I y II, podremos escribir las equivalencias:

$$1\omega = 301,03000 \sigma = 43 \mu = 301 h\mu.$$

Esta medida de intervalos, utilizada ya por Euler, parece deberse en realidad a Juan Caramuel de Lobkowitz ⁽¹⁾, quien le dió el nombre de « logarithmi musicali » y la utilizó en sus trabajos sobre la gama musical.

IV. — *Quintas, terceras, etc.* — Para $C = 1$, $\xi = \frac{3}{2}$, obtenemos la expresión del intervalo $I(\nu, \nu')$ en lo que llamamos *quintas*, unidad que simbolizaremos con la letra λ . Una quinta será, pues, un intervalo (ν, ν') tal que

$$\log_{3/2} \frac{\nu'}{\nu} = 1,$$

o

$$\frac{\nu'}{\nu} = \left(\frac{3}{2}\right)^1 = \frac{3}{2} = 1,5.$$

(1) Véase J. MURRAY BARBOUR, (XI).

Si en lugar de este valor de ξ tomamos $\xi = \frac{5}{4}$, la unidad será tal que

$$\log_{5/4} \frac{v'}{v} = 1 ,$$

y

$$\frac{v'}{v} = \frac{5}{4} ,$$

intervalo que llamaremos una *tercera* ⁽¹⁾ y simbolizaremos por τ .

Por ejemplo, el intervalo de octava medido en quintas será

$$\log_{3/2} \frac{2}{1} = \log_{3/2} 2 = 1,70952 \tau ;$$

en cambio, medido en terceras, es:

$$\log_{5/4} \frac{2}{1} = \log_{5/4} 2 = 3,10628 \tau .$$

Análogamente podremos tomar como unidad cualquier otro intervalo, racional o no, según nos convenga, tomando $C = 1$ y ξ igual al intervalo de que se trate. Por ejemplo, el *semitono atemperado* α es un intervalo cuya relación de frecuencias es de $2^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{2}$ á 1. Por lo tanto, la octava medida en semitonos atemperados vale

$$\log_{\sqrt[12]{2}} 2 = 12,00000 \alpha .$$

10. — Para convertir las unidades, o sea hallar la medida de un intervalo en cierta unidad cuando está dado en otra, podemos hacer uso también de una fórmula general. Sea un primer sistema de medida con las constantes C , ξ , y sea (v, v') el intervalo unidad en ese sistema. Por lo tanto,

$$C \log_{\xi} \frac{v'}{v} = 1 ,$$

de donde:

$$\log_{\xi} \frac{v'}{v} = \frac{1}{C} ,$$

y

$$\frac{v'}{v} = \xi^{\frac{1}{C}} .$$

(1) La razón de las denominaciones *quinta*, *tercera*, es puramente musical y se verá más adelante.

Sea, por otra parte, otro sistema de medida con las constantes C' ξ' . Entonces la medida del intervalo (ν, ν') en este nuevo sistema será

$$C' \log_{\xi'} \frac{\nu'}{\nu} = C' \log_{\xi'} \left(\xi \frac{1}{c} \right)$$

y, por las propiedades de los logaritmos:

$$= \frac{C'}{C} \log_{\xi'} \xi.$$

Una unidad del primer sistema equivale, pues, a $\frac{C'}{C} \log_{\xi'} \xi$ unidades del nuevo. Un intervalo cualquiera tendrá, en el último sistema una medida $I'(\nu, \nu')$ que será igual a la medida en el primero, $I(\nu, \nu')$, multiplicada por la constante $\frac{C'}{C} \log_{\xi'} \xi$. O sea:

$$I'(\nu, \nu') = I(\nu, \nu') \cdot \frac{C'}{C} \log_{\xi'} \xi \quad [17]$$

Por ejemplo: sea α (semitono atemperado) la unidad del primer sistema, y σ (savartio) la unidad del segundo. Entonces: $C = 1$, $\xi = \sqrt[12]{2}$, $C' = 1000$, $\xi' = 10$. Luego:

$$I'(\nu, \nu') \text{ (en savartios)} = I(\nu, \nu') \text{ (en } \alpha) \times \frac{1000}{1} \log_{10} \sqrt[12]{2},$$

es decir:

$$I'(\nu, \nu') = I(\nu, \nu') \times 1000 \times \frac{1}{12} \times 0,30103 = I(\nu, \nu') \times 25,08583.$$

En particular, si

$$I(\nu, \nu') = 1 \alpha, I'(\nu, \nu') = 25,08583 \sigma,$$

o sea:

$$1 \alpha = 25,08583 \sigma.$$

Así, por medio de la fórmula [17], puede resolverse cualquier problema de conversión de unidades. No es necesario tratar en particular cada uno de los casos posibles, sino que preferimos resumir todo

ello, al mismo tiempo que lo dicho en el § anterior, en el cuadro siguiente:

Medida de intervalos

Unidad		Constantes		Equivalencias						
Designación	Símbolo	C	ξ	en σ	en μ	en $h\mu$	en ω	en χ	en τ	en α
Savartio . . .	σ	1000	10	1,00000	0,14284	0,99990	0,00332	0,00568	0,01032	0,03986
Mérica . . .	μ	43	2	7,00070	1,00000	7,00000	0,02326	0,03976	0,07224	0,27907
Heptamérica	$h\mu$	301	2	1,00010	0,14286	1,00000	0,00332	0,00568	0,01032	0,03987
Octava . . .	ω	1	2	301,03000	43,00000	301,00000	1,00000	1,70952	3,10628	12,0000
Quinta . . .	χ	1	$\frac{3}{2}$	176,09125	25,15319	176,07236	0,58496	1,00000	1,81704	7,01833
Tercera . . .	τ	1	$\frac{5}{4}$	96,91000	13,84286	96,90003	0,32193	0,55034	1,00000	3,86312
Semitono at.	α	1	$\sqrt[12]{2}$	25,08583	3,58333	25,08333	0,08333	0,14246	0,25886	1,00000

Ejemplo de aplicación de la tabla: El intervalo $4\chi - \tau - 2\omega$ se quiere expresar en octavas. Siguiendo la línea horizontal de la quinta (χ) obtenemos en la columna correspondiente a la octava (ω) la equivalencia

$$1\chi = 0,58496 \omega ;$$

luego:

$$4\chi = 4 \times 0,58496 = 2,33984 \omega .$$

Análogamente:

$$1\tau = 0,32193 \omega .$$

Por tanto:

$$4\chi - \tau - 2\omega = 2,33984 - 0,32193 - 2 = 0,01791 \omega .$$

Este intervalo es lo que luego llamaremos la *coma tolemaica* o *sin-tónica*. Expresada en savartios, puesto que $1\omega = 301,03000 \sigma$, tendríamos

$$\text{Coma tolemaica} = 0,01791 \times 301,03000 = 5,39145 \sigma .$$

En los cálculos logarítmicos con las frecuencias, se presenta a menudo el problema de calcular el logaritmo de un número en una cierta base, distinta de 10, siendo así que las tablas comunes de logaritmos se refieren a la base 10 (logaritmos vulgares, decimales o de Briggs).

La observación general siguiente resuelve esta dificultad, permitiéndonos siempre operar con una tabla de logaritmos vulgares, aunque tengamos que usar distintas bases. *Entre tres números positivos a, b, c , tales que los dos primeros sean diversos de la unidad, subsiste siempre la identidad*

$$\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c, \quad [18]$$

que puede llamarse la *propiedad transitiva* de la logaritmación.

En efecto: llamando λ al logaritmo de b en la base a , λ' al de c en la base b , es decir, poniendo:

$$\lambda = \log_a b \quad ; \quad \lambda' = \log_b c,$$

se tendrá, por la definición misma de los logaritmos, que:

$$a^\lambda = b \quad ; \quad b^{\lambda'} = c.$$

Elevando a la potencia λ' la primera de estas relaciones, y teniendo en cuenta la segunda, se tendrá

$$a^{\lambda\lambda'} = b^{\lambda'} = c,$$

de donde:

$$\lambda\lambda' = \log_a c,$$

y substituyendo λ, λ' por sus valores, resulta la [18].

Por ejemplo: para calcular en el § 9 el $\log_{3/2} 2$, hemos aplicado la [18], tomando $a = 10, b = \frac{3}{2}, c = 2$. Entonces:

$$\log_{10} \frac{3}{2} \cdot \log_{3/2} 2 = \log_{10} 2,$$

de donde:

$$\log_{3/2} 2 = \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} \frac{3}{2}} = \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} 3 - \log_{10} 2}.$$

En una tabla común hallamos $\log_{10} 2 = 0,30103$; $\log_{10} 3 = 0,47712$; luego:

$$\log_{3/2} 2 = \frac{0,30103}{0,47712 - 0,30103} = \frac{0,30103}{0,17609} = 1,70952.$$

Si ponemos en la [18] $a = c$, teniendo en cuenta que $\log_a a = 1$, resulta:

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1 ,$$

de donde:

$$\log_b a = \frac{1}{\log_a b} , \quad [19]$$

que puede también ser útil. Por ejemplo, para $a = 10$, $b = 2$, se tiene:

$$\log_2 10 = \frac{1}{\log_{10} 2} = \frac{1}{0,30103} = 3,32193 ,$$

lo que hemos utilizado para calcular la equivalencia $1\tau = 0,32193\omega$ en la tabla, pues $\log_2 \frac{5}{4} = \log_2 \frac{10}{8} = \log_2 10 - \log_2 (2^3) = \log_2 10 - 3$.

Una última observación antes de dejar este tema: en la tabla y cálculos anteriores, hemos dado los resultados con cinco cifras decimales; pero ello no significa que deban tomarse esos valores como exactos. Por el contrario, salvo algunas excepciones, todos ellos son números irracionales, o por lo menos, números que no pueden ser expresados como fracciones decimales con un número finito de guarismos. Es preciso tener esto muy en cuenta en ciertos cálculos muy exactos, en donde puede ser necesario tomar seis, siete o más decimales, so pena de obtener errores en los resultados.

11. — Hemos definido el sonido (§ 6) como un movimiento vibratorio compuesto, en que los armónicos sucesivos tienen amplitudes en general decrecientes, a medida que aumenta su número de orden. Por consiguiente, el armónico preponderante es el que corresponde al estado 1 de vibración, y precisamente, lo hemos llamado armónico fundamental, y él nos ha servido para definir la altura del sonido compuesto.

Para fijar las ideas, y recordando la fórmula [7], vamos a entender en lo sucesivo por *cuerda-tipo*, una cuerda ideal dimensionada de tal manera que sus constantes satisfagan a la relación

$$\frac{c}{2l} = 1 , \quad [20]$$

en cuyo caso, en virtud de la fórmula [7], se tiene $\nu_n = n$, es decir que la frecuencia correspondiente al estado n es precisamente el número n ; o en otros términos, los armónicos sucesivos, a partir de la nota fundamental, tendrán las frecuencias 1, 2, 3, 4, 5, ..., y en consecuencia, podremos denominarlos *armónico 1*, *armónico 2*, etc.

El armónico 2 será el que, inmediatamente después de la nota fundamental, presente mayor amplitud. Puede decirse que, en general, la intensidad del armónico 2 es en muy poco inferior a la de la nota fundamental, siempre que se trate, naturalmente, de vibraciones libres. El intervalo que forman estos dos armónicos es lo que hemos llamado una octava, pues sus frecuencias están en la relación de 1 á 2.

El intervalo de octava es de una importancia fundamentalísima para la música, y ocupa el primer puesto entre los intervalos llamados *consonantes*, es decir, « que suenan bien ». Para explicarnos esta consonancia, debemos imaginarnos que en cualquier proceso vibratorio natural que posea los caracteres de sonido musical, la nota fundamental aparece siempre acompañada de su octava, con intensidad comparable a la de aquélla; estas dos notas aparecen así amalgamadas, de tal modo que lo que oímos es en realidad esa combinación de ambas. No es extraño, pues, que si oímos separadamente las dos notas puras, nos aparezcan como complementándose y tendamos a asemejarlas, casi a identificarlas. Téngase en cuenta, en apoyo de esto, que los fenómenos que ocurren en nuestro propio oído interno deben participar de las características de los demás fenómenos vibratorios.

El razonamiento puede extenderse, claro está, a los armónicos 3, 4, 5, ..., aunque cada vez en menor grado. Los intervalos $\frac{3}{1}$, $\frac{4}{1}$, $\frac{5}{1}$, ... aparecen así como consonancias naturales, pero cada vez menores, hasta llegar al terreno de las disonancias.

Claro es que no existe un límite definido entre consonancias y disonancias. Todo músico admitirá, por ejemplo, que la consonancia por excelencia es la octava, mientras que un semitono atemperado es una disonancia. Pero entre estos casos extremos hay infinidad de gradaciones, que esfuman toda delimitación precisa. Más aún: lo que dijimos en la Introducción acerca del límite entre lo científico y lo artístico en la música, puede aplicarse igualmente al caso presente. Es decir que el límite entre consonancia y disonancia varía también con la época y sus tendencias; y podemos comprobarlo fácilmente examinando la evolución histórica. En los orígenes de la música,

a través de los griegos y hasta la Edad Media, solo se consideraba como consonancia la octava, a tal punto que la *monodia* antigua solo se acompañaba con sonidos al unísono o a la octava. Después comenzó a usarse la quinta en el acompañamiento, es decir, a admitirse el intervalo de quinta como consonancia, y más tarde la *cuarta* (una cuarta es $1\omega - 1\chi = 0,41504\omega$). Solo mucho tiempo después aparece en tal categoría la tercera, y con ella la *sexta* (una sexta es $1\omega - 1\tau = 0,67807\omega$). Quedaba aún un intervalo horrrisóno, el « diabolus in musica », como se le llamaba, el célebre intervalo de *tritono* que podemos definir aproximadamente como equivalente a seis semitonos atemperados, o sea $6\alpha = 0,50000\omega$, hasta que Monteverdi se atrevió con el fantasma, que se convirtió desde entonces en una « armonía disonante natural » e hizo evolucionar la música casi hasta el punto en que hoy la conocemos. Actualmente se tiende a nuevos horizontes, como veremos en su oportunidad, y con ello la música se enriquece y adquiere nuevos medios de expresión.

Volviendo a nuestro tema, digamos que la idea expresada acerca de la razón de ser de las consonancias naturales no es sino una aproximación. En general puede decirse que la consonancia de un intervalo depende, no solo del intervalo mismo, sino también de la altura absoluta de las notas que lo forman, y por consiguiente, toda teoría de la consonancia que solo se base en la medida de los intervalos, debe ser aproximada. Así por ejemplo, el intervalo entre los armónicos

2 y 4, puesto que $\frac{4}{2} = \frac{2}{1}$, es también una octava, y por tanto, según

nuestra idea, debería ser tan consonante como el intervalo (1, 2), mientras que por otra parte, según la misma teoría, siendo 4 y 2 armónicos más elevados que 2 y 1, la consonancia sería menor. Hay así una contradicción, que no pretendemos ocultar, y que se hace todavía más grave si consideramos que, en la práctica, un mismo intervalo es tanto más consonante cuanto mayor es la altura de las notas que lo componen (la influencia de la altura absoluta es ciertamente menor que la de la relativa, pero se hace sentir sin embargo).

Todo esto confirma nuestra aseveración de que la teoría es incompleta. No pretendemos llenar sus lagunas, sin embargo, pues para nuestro objeto basta con la idea apuntada. Añadiremos solo que para explicar el aumento de la consonancia con la altura absoluta, puede valer talvez la reflexión siguiente: existe un límite superior para las frecuencias audibles, que naturalmente varía de un sujeto a otro, y también con la educación dada al sentido del oído. En términos generales podemos fijarla, digamos, en unas 16000 vibracio-

nes por segundo. Su magnitud no interesa a nuestro razonamiento, sino solamente su existencia, y si le asignamos ese valor es solo para fijar las ideas. Esto sentado, consideremos dos cuerdas, una de altura 100 por ejemplo, y otra de altura 800. Los armónicos sucesivos tendrán, pues, las siguientes frecuencias: para la primera

100 , 200 , 300 , 400 , 500 , 600 , 700 , 800 , 900 , 1000 ,
 1100 , 1200 , 1300 , 1400 , 1500 , 1600 , 1700 , 1800 , 1900 , 2000 ,

 15100 , 15200 , 15300 , 15400 , 15500 , 15600 , 15700 , 15800 , 15900 , 16000 .

Para la segunda:

800 , 1600 , 2400 , 3200 , 4000 ,
 4800 , 5600 , 6400 , 7200 , 8000 ,

 12800 , 13600 , 14400 , 15200 , 16000 .

Los armónicos superiores, en ambos casos, no son audibles, pues sus frecuencias son superiores al límite fijado. Ahora bien: en el primer caso, hay 160 armónicos que verdaderamente contribuyen a formar el sonido, y en el segundo, solo 20. No es extraño, pues, que el segundo sonido nos parezca más puro, más simple, y un intervalo formado alrededor de él mas consonante que en el primer caso.

Claro es que se trata aquí de sonidos compuestos. Para los sonidos simples, según esta idea, iguales intervalos deben ser igualmente consonantes a todas las alturas.

12. — Hemos mencionado ya la gran consonancia o semejanza, casi diríamos identidad, que nos presenta un sonido con su octava. El identificar (a los efectos de la nomenclatura de los intervalos y sistematización de la teoría) un sonido con su octava, es una cosa corriente entre los músicos, de tal manera que dos notas a intervalo de octava toman el mismo nombre, y son equivalentes, en cierto modo,

a los efectos de la teoría armónica, pudiendo distinguirlos, si hubiera necesidad, por medio de subíndices o ápices convenientes; por ejemplo, do_3 y do_4 , o do^{III} y do^{IV} .

Como nosotros poco tendremos que hacer con las frecuencias o alturas absolutas, sino con las relativas, o con los intervalos, es conveniente hacer desde ahora una convención. Las frecuencias las referiremos a la cuerda-tipo, cuya definición hemos dado en el § 11, y cuya nota fundamental tiene la frecuencia (ficticia) 1. De modo que si en alguna cuestión queremos hacer intervenir las frecuencias absolutas, solo tendremos que multiplicar las relativas por la frecuencia de la nota fundamental adoptada. Por ejemplo, si tomamos como frecuencia fundamental absoluta la de la nota la_3 , o sea 435 vibraciones por segundo, la quinta, cuya frecuencia relativa (§ 9) es $\frac{3}{2}$, tendría

la frecuencia absoluta $\frac{3}{2} \times 435 = 652,5$ vibraciones por segundo (o sea, 1305 en 2 segundos); y la tercera, $\frac{5}{4} \times 435 = 543,75$ vibraciones por segundo.

Además, casi siempre consideraremos las frecuencias o los intervalos *reducidos a la octava fundamental*. Veamos qué significado tiene esto: multiplicando una frecuencia por 2, obtenemos la nota que está una octava más alta que la original; si a ésta la multiplicamos nuevamente por 2, el resultado será elevar la nota una nueva octava; así la frecuencia original habrá quedado multiplicada por $2^2 = 4$, y la nota original elevada en dos octavas. En general, multiplicando una frecuencia por 2^n , la nota correspondiente queda elevada n octavas (n entero y ≥ 0); y análogamente se ve que dividir una frecuencia por 2^n (o multiplicarla por 2^{-n}) equivale a bajar la nota en n octavas.

Ahora bien: si 1 es nuestra frecuencia fundamental, contando a partir de ella una octava llegamos al sonido de frecuencia 2. Nuestra *octava fundamental* es, pues, el intervalo (1, 2), y para reducir una nota a esta octava, bastará multiplicar o dividir su frecuencia ν por una potencia de 2 determinada en tal forma que el resultado quede comprendido entre los números 1 y 2 (excluido el 2). Es evidente que ésto es siempre posible, y de una sola manera. Por ejemplo, las notas de la *escala armónica*

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots$$

reducidas a la octava fundamental son:

$$1, \frac{2}{2}, \frac{3}{2}, \frac{4}{2^2}, \frac{5}{2^2}, \frac{6}{2^2}, \frac{7}{2^2}, \frac{8}{2^3}, \frac{9}{2^3}, \frac{10}{2^3}, \dots$$

o sea:

$$1, 1, \frac{3}{2}, 1, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{7}{4}, 1, \frac{9}{8}, \frac{5}{4}, \dots$$

puesto que cada uno de estos números es igual o mayor que 1 y no alcanza a 2.

Con el sistema de medida de intervalos basado en la unidad ω (§ 10), esta reducción se efectúa en forma simplísima. Consideremos, en efecto, una frecuencia cualquiera ν (≥ 1) y sea n el exponente (entero positivo, nulo o negativo) que hay que dar al factor 2 para reducir dicha frecuencia a la octava fundamental. Entonces

$$1 \leq 2^n \cdot \nu < 2$$

y tomando los logaritmos de base 2, teniendo en cuenta que cuanto mayor es un número, también mayor es su logaritmo, se tendrá

$$\log_2 1 \leq \log_2 (2^n \cdot \nu) < \log_2 2.$$

Pero

$$\log_2 1 = 0; \log_2 2 = 1; \log_2 (2^n \nu) = \log_2 (2^n) + \log_2 \nu = n + \log_2 \nu$$

Luego:

$$0 \leq n + \log_2 \nu < 1,$$

es decir, al sumar al $\log_2 \nu$ el entero n , el resultado queda comprendido entre 0 y 1; en otros términos, $n + \log_2 \nu$ es la *parte fraccionaria* o *mantisa* del $\log_2 \nu$, y basta tomar esa mantisa, sin cuidarse de la *característica* o parte entera, para tener reducida la frecuencia ν a la octava fundamental. Recordando por otra parte que $\log_2 \nu = \log_2 \left(\frac{\nu}{1} \right)$ es la medida del intervalo $(1, \nu)$ en octavas, tendremos el siguiente importante resultado:

Para reducir un intervalo $(1, \nu)$ o una frecuencia ν a la octava fundamental, basta tomar la parte fraccionaria o mantisa de la medida de ese intervalo en octavas.

Por ejemplo: sea reducir la frecuencia $\frac{25}{3}$ a la octava fundamental.

La medida del intervalo $\left(1, \frac{25}{3}\right)$ en octavas, hallada por el procedimiento explicado en el § 10, es:

$$\log_2 \frac{25}{3} = \log_2 25 - \log_2 3 = 4,64386 - 1,58496 = 3,05890 \omega$$

Luego, el intervalo reducido a la octava es 0,05890 ω .

Es por esta razón que la medida ω es particularmente cómoda para el estudio que haremos en los capítulos siguientes.

(Continuará)

GENERALIZACION DE UNA FORMULA DE SCHWARZ

POR J. C. VIGNAUX

1. Sea $f(z)$ una función holomorfa en el círculo C de centro a y radio R y continua sobre su contorno C ; se tiene:

$$f^{(n)}(a) = \frac{n!}{2\pi R^n} \int_0^{2\pi} \mathcal{R}(\theta) e^{-in\theta} d\theta, \quad [1]$$

donde $\mathcal{R}(\theta)$ designa la parte real de la función $f(z)$ sobre el contorno C .

En efecto, poniendo:

$$z - a = R e^{i\theta} \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

se tiene:

$$f(a + R e^{i\theta}) = \mathcal{R}(\theta) + i I(\theta);$$

y la fórmula de CAUCHY:

$$f^{(n)}(a) = \frac{n!}{2\pi i} \int \frac{f(z)}{(z - a)^{n+1}} dz$$

resulta

$$f^{(n)}(a) = \frac{n!}{2\pi R^n} \int_0^{2\pi} [\mathcal{R}(\theta) + i I(\theta)] e^{-in\theta} d\theta. \quad [2]$$

Además, puesto que $f(z)$ y $e^{in\theta}$ son funciones holomorfas en el círculo C y continuas sobre C , el teorema de Cauchy, nos dá:

$$\int_c f(z) e^{in\theta} d\theta = 0,$$

es decir:

$$\int_0^{2\pi} [\mathcal{R}(\theta) + i I(\theta)] e^{in\theta} d\theta = 0$$

o bien, con el cambio de i en $-i$,

$$\frac{n!}{2\pi R^n} \int_0^{2\pi} [\mathcal{R}(\theta) - iI(\theta)] e^{-in\theta} d\theta = 0 \quad [3]$$

De las igualdades [2] y [3] resulta inmediatamente la [1].

Si en la fórmula [1] hacemos $n = 1$, resulta la fórmula de SCHWARZ.

$$f'(a) = \frac{1}{2\pi R} \int_0^{2\pi} \mathcal{R}(\theta) e^{-i\theta} d\theta,$$

útil en la teoría de la representación conforme ⁽¹⁾.

2. Las fórmulas anteriores se pueden extender igualmente a las funciones de varias variables complejas.

Sea $f(z, z')$ una función holomorfa en el bi-cilindro de centro (a, a') y radio (r, R) y sobre su contorno (C, C') ; se tiene:

$$f_{z, z'}^{(m+n)}(a, a') = \frac{m!n!}{(2\pi i)^2 r^m R^n} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathcal{R}(\theta, \theta') e^{-i(m\theta + n\theta')} d\theta',$$

donde $\mathcal{R}(\theta, \theta')$ representa la parte real de $f(z, z')$ en el contorno (C, C') .

En efecto; haciendo:

$$z - a = r e^{i\theta}, \quad z' - a' = R e^{i\theta'},$$

resulta:

$$f(z, z') = \mathcal{R}(\theta, \theta') + iI(\theta, \theta').$$

De la fórmula de HARTOGST

$$\frac{\partial^{m+n} f(a, a')}{\partial z^m \partial z'^n} = \frac{m!n!}{(2\pi i)^2} \int_c dz \int_{c'} \frac{f(z, z') dz'}{(z-a)^{m+1} (z'-a')^{n+1}},$$

se deduce, con las sustituciones anteriores

$$\frac{\partial^{m+n} f(a, a')}{\partial z^m \partial z'^n} = \frac{m!n!}{(2\pi i)^2 r^m R^n} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{2\pi} \mathcal{R}(\theta, \theta') e^{-i(m\theta + n\theta')} d\theta'.$$

(1) G. Julia. *Leçons sur la représentation conforme Cahiers Scientifiques*, fascicule VI. Gauthier Villars. Paris (1931).

Según el teorema de POINCARÉ, se tiene:

$$\int_c d\theta \int_{c'} f(z, z') e^{i(m\theta + n\theta')} d\theta' = 0, \quad [3]$$

puesto que las funciones $f(z, z')$ y $z^m z^n$ son holomorfas en el bi-cilindro (C, C') .

La relación [3] se puede escribir en la forma:

$$\frac{1}{(2\pi i)^2 r^m R^n} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{2\pi} (\mathcal{R} - iI) e^{-i(m\theta + n\theta')} d\theta' = 0,$$

de aquí, teniendo presente la igualdad [2], resulta finalmente la fórmula [1].

En el caso particular de $m = n = 1$, la [1] nos da

$$\frac{\partial^2 f(a, a')}{\partial z \partial z'} = \frac{1}{(2\pi i)^2 r \cdot R} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{2\pi} \mathcal{R}(\theta, \theta') e^{-i(\theta + \theta')} d\theta',$$

fórmula que es la extensión de la fórmula de SCHWARZ a las funciones de las variables.

(1) H. POINCARÉ. *Acta Mathematica* (1883).

NOTAS SOBRE LA RADIACIÓN SOLAR Y LA CIRCULACIÓN ATMOSFÉRICA EN TERRITORIO ARGENTINO

Por EMILIO L. DIAZ

SUMARY

In this work the autor made means for decades, of solar radiation and winds velocity in high levels of some Argentine stations, and he find a correlation between the two formers terms.

The autor find a belt of positive correlation along latitude 32°S to 36°S , for simultaneous values, and negative for southern and nothern regions; for one decade difference, coefficient is positive for zones mentioned and negative for the belt.

Also it seems to be two centers of high coefficient values one near to Rio de la Plata (Buenos Aires), and other to Cordillera de los Andes (Tamarin-dos), both are in proximity of anticyclonic zones.

En un trabajo anterior hicimos una estadística mostrando que a cada máximo de radiación solar seguía un máximo de velocidad de viento en diversas estaciones de Europa y América en altos niveles.

El presente estudio ha sido hecho para nuestro país, empleando para ello nueve estaciones aerológicas que son las que siguen, (los datos de latitud y longitud son aproximados) :

Paraná, 3000 metros	latitud 32°S	longitud 60°W
Córdoba, 2000 metros	» 32°S	» 64°W
Tamarin-dos, 3000 metros .	» 33°S	» 69°W
V. Mercedes, 3000 metros	» 34°S	» 66°W
Junín, 3000 metros.	» 35°S	» 61°W
Buenos Aires, 3000 metros	» 35°S	» 58°W
P. Belgrano, 2000 metros	» 39°S	» 62°W
Trelew, 2000 metros	» 43°S	» 65°W
C. Rivadavia, 3000 metros.	» 46°S	» 68°W

Nuestro trabajo fué realizado en la siguiente forma: se determinó la velocidad media del viento con datos de las ocho horas, inde-

pendientemente de su dirección para cada década, y para las alturas indicadas más arriba, abarcando desde el mes de Agosto de 1935 a Julio de 1936; se calculó la radiación media del sol también para cada década, empleando los valores que gentilmente nos suministró la Smithsonian Institution.

A continuación se aplicó a los valores así obtenidos la fórmula

$$y_{eye} = \frac{\sum_1^3 y}{3}$$

y establecimos la onda

$$y_d - \frac{\sum_1^3 y_d}{3} = u$$

Se aplicó el cálculo de correlación para 0, 1 y 2 décadas de defasaje, obteniéndose así el cuadro que sigue:

Cuadro de valores de los coeficientes de correlación

Estación	Coeficientes de correlación			
	simultáneos	1 década desp.	2 décadas desp.	latitud
Paraná	—0.20	0.21	—0.30	32° S
Córdoba.	0.09	—0.23	0.09	32° S
Tamarindos	0.66	—0.60	—0.04	33° S
Villa Mercedes.	0.04	—0.24	0.23	34° S
Junín.	0.29	—0.31	0.00	35° S
Buenos Aires.	0.61	—0.27	0.41	35° S
Puerto Belgrano	—0.21	0.00	0.46	39° S
Trelew	—0.20	0.43	0.00	43° S
Comodoro Rivadavia.	—0.36	0.31	0.27	46° S

Si dibujamos sobre una carta de la República la distribución de los coeficientes deducidos para cada defasaje, nos aparecerá para la correlación de los valores simultáneos una zona que corre a lo largo de los paralelos y entre los 32° S. y 36° S. de valor positivo del coeficiente; al norte y al sur de esa cintura se tiene valores del coeficiente negativos, debiéndose observar que los valores deducidos para Paraná, no son muy seguros y que necesitan un estudio más detenido.

Para un defasaje de una década, la carta muestra el hecho inverso, o sea correlación negativa en la cintura antes mencionada, y positiva al norte y al sur de ésta.

Podemos notar también que en el caso de correlación de valores simultáneos, aparecen dos regiones, digamos dos polos en los cuales el valor del coeficiente es mayor, Tamarindos y Buenos Aires; si examinamos el mapa de las isobaras medias anuales, veremos que estas dos estaciones están próximas a las zonas anticiclónicas.

Las estaciones del año influirán sobre la situación de la ya dicha cintura, siendo necesario para mostrar esto en una forma más exacta una mayor cantidad de valores relacionados, pero una indicación de esta acción se tiene, calculando los coeficientes de correlación para Córdoba y Villa Mercedes, desde Agosto hasta Diciembre inclusive, y desde Enero hasta Julio inclusive, encontrando para ambas estaciones en la primera fecha coeficientes positivos superiores a 0,40 y en la segunda, negativos por encima de $-0,36$.

Estos resultados contribuyen a mostrarnos de una manera directa la forma en que actúa el calor solar sobre la circulación atmosférica. En el futuro procuraremos ahondar este trabajo.

Buenos Aires, Septiembre de 1936.

LA FUNCIÓN DE PRIMERA APROXIMACIÓN Y LA DEFINICIÓN ANALÍTICA DE LAS SUPERFICIES DE FRECUENCIAS EXPERIMENTALES

POR

FERNANDO L. GASPAR

Inst. de Estadística — Univ. del Litoral

RÉSUMÉ

On définit un répertoire de fonctions de probabilité de deux variables, en liaison stochastique, pour agir comme fonctions de première approximation dans le traitement des surfaces de fréquences expérimentales.

On considère l'extension pour le cas des régressions paraboliques.

On pose l'équation intégrale, dont la résolution permettra de déterminer la fonction liée.

1. — La definición analítica de una superficie de frecuencias experimentales, se logra y simplifica, en la forma que es conocida, mediante desarrollos en serie de polinomios ortogonales. Los coeficientes, de esos desarrollos, están dados en función de los momentos experimentales y se sabe cuales son las razones que obligan a no usar momentos altos.

La fidelidad que se persigue, es menester obtenerla con pocos términos, lo que hace necesaria la introducción de funciones que oficien como de primera aproximación. Tal es el rol que juega la función polar que ortogonaliza dichos polinomios.

En el método del Prof. Dieulefait (*), la función polar está definida por el producto de las dos marginales. Es una función de probabilidad de dos variables en independencia.

En otros casos, la naturaleza de la superficie, impone la intervención de funciones de primera aproximación, que sean funciones de probabilidad de dos variables en relación estocástica. El empleo,

(*) CARLOS E. DIEULEFAIT. — *Contribution à l'étude de la théorie de la corrélation*. Biometrika. Vol. XXVI. 1934

sistemático, de la función de Bravais, responde a este fin (*) y su utilización se simplifica, con la introducción de los polinomios $\lambda(xy)$ (**).

La función de Bravais puede ser, siempre, descompuesta en el producto de una función independiente por otra ligada. En su forma reducida es

$$\begin{aligned} B(xy) &= \frac{1}{2\pi\sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{x^2-2rxy+y^2}{2(1-r^2)}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-r^2)}} e^{-\frac{(y-rx)^2}{2(1-r^2)}} \end{aligned}$$

en que la independiente es

$$\varphi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

y la ligada,

$$B_x(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-r^2)}} e^{-\frac{(y-rx)^2}{2(1-r^2)}}$$

Es decir, que

$$B(xy) = \varphi_0(x) \cdot B_x(y)$$

2. — Si $F(x, y)$ es la función de las frecuencias experimentales y $B(x, y)$ la función de primera aproximación, con la intervención de los $\lambda(xy)$, la definición analítica de la superficie, dentro de una aproximación de 4º grado, es de esta forma

$$F(xy) \cong B(xy) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=0}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right] \quad [1]$$

$F(x, y)$, la superficie de frecuencias experimentales (relativas), puede ser considerada como una superficie de probabilidad y ponerse

$$F(xy) = \varphi(x) \Phi_x(y) = \rho(y) R_y(x) \quad [2]$$

en que $\varphi(x)$ y $\rho(y)$ son las marginales experimentales; $\Phi_x(y)$ y $R_y(x)$ las correspondientes ligadas.

(*) CARLOS E. DIEULEFAIT. — *Teoría de la correlación*. Nota I. 1935.

(**) FERNANDO L. GASPAR. — *Sobre los polinomios ortogonales a dos variables y generalización de la superficie de Bravais*. *Anales de la Soc. Cient. Arg.* T. CXXI. Febrero 1936.

Pareciera lógico que, los elementos del segundo miembro de la (1), pudieran ser descompuestos en forma que reflejaran la naturaleza de la superficie de probabilidad, tal como se desprende de la descomposición que expresa la (2). No es así. Esa descomposición, de los elementos del segundo miembro de la (1), no es factible, salvo el caso particular que una de las marginales, ajustada, de una laplaciana, aunque es indudable que, dicho segundo miembro, por definir una superficie, va a cumplir la condición de poder ser expresado por el producto de una independiente por otra ligada (*).

Ahora bien, las funciones independientes, están definidas por las marginales experimentales, que son conocidas y, para ellas, el método de Pearson, permite dar fórmulas finitas.

(*) En efecto, integrando con respecto a y se tiene

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B(xy) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=0}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right] dy = \varphi_0(x) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \Omega_{r/0} \lambda_{r/0} \right]$$

en forma que, si $\varphi[x]$ es la marginal experimental, con toda propiedad podrá ponerse.

$$\varphi(x) \cong \varphi_0(x) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \Omega_{r/0} \lambda_{r/0} \right] \quad [3]$$

que es su desarrollo en serie de Gram-Charlier.

Eliminando, del segundo miembro de la [1], los elementos que integran el segundo miembro de la [3], queda.

$$B_x(y) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=1}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right]$$

Es inmediato que se tendrá

$$\begin{aligned} F(xy) &\cong B(xy) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=0}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right] \mp \\ &\mp \varphi_0(x) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \Omega_{r/0} \lambda_{r/0} \right] B_x(y) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=1}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right] \end{aligned}$$

por lo que de la [1], tenida en cuenta la [3] y la descomposición que expresa la [2] sale que

$$\Phi_x(y) \mp B_x(y) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=1}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right]$$

No parece pues conveniente expresar en forma de desarrollos en serie, no siempre convergentes, elementos que pueden ser así definidos, con fórmulas finitas.

El desarrollo analítico, sólo debe tener por objeto definir el factor desconocido, que es la función ligada.

3. — Nos proponemos definir un repertorio de funciones de probabilidad de dos variables, en relación estocástica,

$$\theta(xy) = P(x) B_x(y) \quad [4]$$

de tal naturaleza que, dentro de una aproximación estadística de 4° grado, sea

$$F(xy) \cong \theta(xy) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=0}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right] \quad [5]$$

cumpléndose siempre

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \theta(xy) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=0}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right] dy = P(x)$$

por la descomposición de $\theta(xy)$ y la ortogonalidad de los $\lambda(xy)$ con la función ligada.

$P(x)$, es la independiente experimental ajustada por el método de Pearson y corresponde a uno de los tipos de este repertorio (*).

$B_x(y)$, es la ligada de la bravesiana, con lo que se mantiene el concepto de la regresión rectilínea, para la función de primera aproximación, cosa que involucra el empleo, sistemático, de la función de Bravais para tal fin.

Al ser, entonces,

$$\Omega_{3/0} = \Omega_{4/0} = 0$$

la [5], queda así

$$F(xy) \cong \theta(xy) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=1}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right]$$

que también puede escribirse

$$F(xy) = \varphi(x) \Phi_x(y) = P(x) B_x(y) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=1}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right]$$

(*) W. PALIN ELDERTON. — *Frequency curves and correlation.*

donde

$$\Phi_x(y) \cong B_x(y) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=1}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right] \quad [6]$$

con lo que se ve cómo, ahora sí, la [5] refleja, con toda propiedad, en la descomposición de sus mismos elementos, la definición de los puntos de la superficie de probabilidad, como el producto de una independiente $P(x)$, por una ligada

$$B_x(y) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=1}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right] \quad (*)$$

Estas funciones de primera aproximación, del repertorio de las $\theta(xy)$, están caracterizadas por dar superficies con una marginal coincidente con una de las experimentales, tener la correspondiente regresión rectilínea y laplacianas sus secciones con un plano paralelo al que forma el eje de las z , con el de la variable que no corresponde a la función independiente.

4. — Un momento de orden m/n , de las $\theta(xy)$, estará definido así

$$\mu_{m/n} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \theta(xy) x^m y^n dx dy = \int_{-\infty}^{+\infty} P(x) x^m dx \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y) y^n dy$$

y, al ser,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y) y^n dy = \mu_n(x) = \sum_{\nu=0}^{E\left(\frac{n}{2}\right)} \frac{(n)_{2\nu}}{2^\nu \nu!} (1-r^2)^\nu (rx)^{n-2\nu}$$

se tiene que

$$\mu_{m/n} = \sum_{\nu=0}^{E\left(\frac{n}{2}\right)} \frac{(n)_{2\nu}}{2^\nu \nu!} (1-r^2)^\nu r^{n-2\nu} \mu_{m+n-2\nu/0}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E\left(\frac{n}{2}\right) = \text{mayor entero contenido en } \frac{n}{2} \\ (n)_\nu = n(n-1)(n-2) \dots (n-\nu+1) \\ r \equiv \mu_{1/1} \end{array} \right.$$

(*) V. FERNANDO L. GASPAR. — loc. cit. — fórmula de generación de los polinomio $\lambda(xy)$ y cálculo de los coeficientes Ω .

5. — Definidos: con una fórmula finita uno de los dos factores que, según la [2], determinan la superficie experimental, y según la [6], el otro, fuera de la mayor fidelidad que, con ello, se pueda lograr, se simplifican, notablemente, las funciones señaléticas correspondientes. Se tiene

Ecuación de la línea de regresión

$$\bar{y}_x = rx + (1 - r^2) [\Omega_{2/1} \lambda_{2/0} + \Omega_{3/1} \lambda_{3/0}]$$

Ecuación sedástica

$$\sigma_{y_x}^2 = (1 - r^2) \left\{ 1 + (1 - r^2) [2 (\Omega_{1/2} \lambda_{1/0} + \Omega_{2/2} \lambda_{2/0}) - (\Omega_{2/1} \lambda_{2/0} + \Omega_{3/1} \lambda_{3/0})^2] \right\}$$

Coficiente de relación de correlación (definido según Pearson).

$$\eta_{y_x}^2 = r^2 + (1 - r^2) \int_{-\infty}^{+\infty} P(x) \left\{ (\Omega_{2/1} \lambda_{2/0} + \Omega_{3/1} \lambda_{3/0}) [2rx + (1 - r^2) (\Omega_{2/1} \lambda_{2/0} + \Omega_{3/1} \lambda_{3/0})] \right\} dx$$

La naturaleza de los $\lambda(xy)$, según fuere $P(x)$, permitirá resolver la integral, con lo que $\eta_{y_x}^2$ estará dado en función de r , de los momentos de la función independiente, de $\Omega_{2/1}$ y de $\Omega_{3/1}$. En definitiva, será de esta forma

$$\eta_{y_x}^2 = r^2 + (1 - r^2) [\alpha_0 + \alpha_1 \mu_{3/0} + \alpha_2 \mu_{4/0} + \alpha_3 \mu_{5/0} + \alpha_4 \mu_{6/0}]$$

Ecuación clítica

$$\begin{aligned} & rx [3 (1 - r^2) + r^2 x^2] - 3 \bar{y}_x [(1 - r^2) + r^2 x^2] + 3 \bar{y}_x^2 rx - \\ & - \bar{y}_x^3 + 3 (1 - r^2) (\Omega_{21} \lambda_{20} + \Omega_{31} \lambda_{30}) [(1 - r^2) + r^2 x^2 - \\ & - 2r x \bar{y}_x + \bar{y}_x^2] + 6 \left\{ (1 - r^2)^2 (\Omega_{12} \lambda_{10} + \Omega_{22} \lambda_{20}) (rx - \bar{y}_x) + \right. \\ & \left. + (1 - r^2)^3 (\Omega_{03} + \Omega_{13} \lambda_{10}) \right\} \\ \sqrt{\beta_1(y)_x} = & \frac{\left[(1 - r^2) \left\{ 1 + (1 - r^2) [2 (\Omega_{12} \lambda_{10} + \Omega_{22} \lambda_{20}) - (\Omega_{21} \lambda_{20} + \Omega_{31} \lambda_{30})^2] \right\} \right]^{3/2}} \end{aligned}$$

Ecuación kúrtica

$$\begin{aligned}
& 3(1-r^2)^2 + 6(1-r^2)r^2x^2 + r^4x^4 - 4[3(1-r^2) + \\
& + r^2x^2]\bar{y}_xrx + 6[(1-r^2) + r^2x^2]\bar{y}_x^2 - 4\bar{y}_x^3rx + \bar{y}_x^4 + \\
& + 4(\Omega_{21}\lambda_{20} + \Omega_{31}\lambda_{30})\{[3(1-r^2) + r^2x^2](1-r^2)rx - \\
& - 3[(1-r^2) + r^2x^2](1-r^2)\bar{y}_x + 3(1-r^2)rx\bar{y}_x^2 - \\
& - (1-r^2)\bar{y}_x^3\} + 12(\Omega_{12}\lambda_{10} + \Omega_{22}\lambda_{20})(1-r^2)^2\{[(1-r^2) + \\
& + r^2x^2] - 2rx\bar{y}_x + \bar{y}_x^2\} + 24(\Omega_{03} + \Omega_{13}\lambda_{10})(1-r^2)^3[rx - \\
& - \bar{y}_x] + 24\Omega_{04}(1-r^2)^4 \\
\beta_2(y)_x - 3 = & \frac{\quad}{\left[(1-r^2)\left\{1 + (1-r^2)[2(\Omega_{12}\lambda_{10} + \Omega_{22}\lambda_{20}) - \right.\right.} \\
& \left.\left. - (\Omega_{21}\lambda_{20} + \Omega_{31}\lambda_{30})^2\right\}\right]^2} - 3
\end{aligned}$$

Apoyándonos, pues, en una independiente pearsoniana y en una ligada bravesiana, definimos un repertorio de funciones de probabilidad de dos variables, en dependencia estocástica, $z = \theta(xy)$, que podemos utilizar, como funciones de primera aproximación, para la definición analítica, de las superficies de frecuencias experimentales.

La función de Bravais resultará, así, un caso particular de este repertorio, cuando fuere

$$P(x) = y_0 e^{-\frac{x^2}{2}} \quad y_0 = \text{const.}$$

operando con origen en el baricentro y variable reducida.

6. — Al ser necesario obtener la fidelidad perseguida con pocos términos, ello va a lograrse, tanto mejor, cuanto más elementos, de la experiencia, se incorporen a la función de primera aproximación.

Es indudable que, en el caso de regresiones rectilíneas, con el repertorio de las $\theta(xy)$, se logra aquella fidelidad.

En el caso de regresiones parabólicas, se debe transformar la función ligada. Se tendrá así un nuevo repertorio de funciones de primera aproximación

$$z = \psi(xy) = P(x)\psi_x(y) \quad [7]$$

en que $P(x)$, es siempre una marginal experimental, ajustada por el método de Pearson y

$$\psi_x(y) = ke^{-\frac{[y-f(x)]^2}{c}} \quad k = \text{const.}$$

$$y = f(x) \quad c = \text{const.}$$

es la ecuación explícita, en el plano de las xy , de los puntos de la línea de regresión, sea como sostén de los modos o de las medias aritméticas.

La (7) define superficies con una marginal y la correspondiente regresión, coincidentes con las experimentales. Sus secciones con un plano paralelo al que forman el eje de las z con el de la variable que no corresponde a la función independiente, son laplacianas, en que la proyección de sus máximos sobre el plano de las xy , se desliza sobre la parábola que define $f(x)$.

Cuando $f(x)$ es una función lineal, se recae en la (5). La superficie definida con la ligada de la función de Bravais, resulta así un caso particular de la (7).

7. — En esencia, el problema de la definición analítica de los puntos de una superficie de frecuencias experimentales, lo plantea el desconocimiento de la función ligada, que es función de las dos variables, por lo que, de la (2), sale que una solución que supere a las que acabamos de dar, dependerá de la de una ecuación integral de este tipo

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) \Phi_x(y) dx - \rho(y) = 0$$

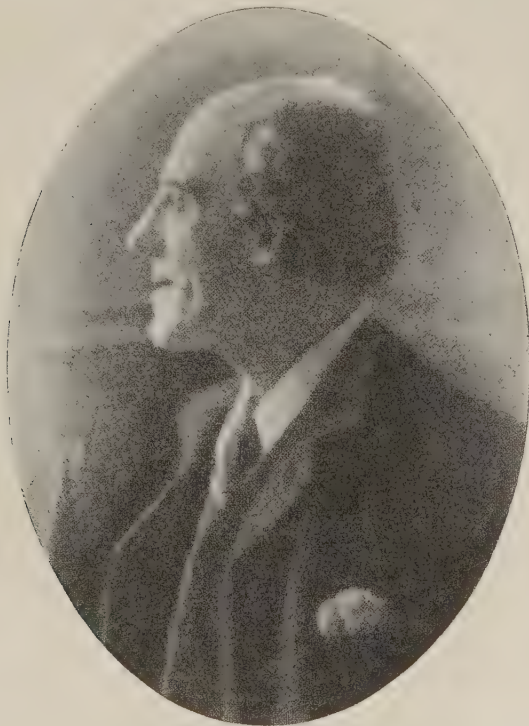
Una de las funciones de dos variables, que son soluciones de esta ecuación, y que estará condicionada por los momentos dobles experimentales, definirá la función ligada $\Phi_x(y)$ que se busca.

Prof. KARL PEARSON (*)

1857-1936

Ha fallecido, hace poco, en Inglaterra, su país natal, el ilustre hombre de ciencia cuyo nombre encabeza estas líneas.

Figura, una de las más destacadas, en el ambiente científico del último medio siglo, ofrece el ejemplo de una mentalidad proteica, multiforme, en incesante actividad desarrollada, puede decirse, hasta la hora de su muerte.



Los *Anales* de la Sociedad Científica Argentina no pueden dejar pasar, en silencio, la desaparición de una vida que, con toda justicia, debe llamarse ejemplar.

Nacido en 1857, fué educado en la University College School; ingresó en 1875, como estudiante, en el King's College de Cambridge, donde se graduó en 1879. En el año siguiente, fué electo miembro del Colegio, en cuyo seno permaneció hasta 1886. En 1884 le fué asignada la cátedra de Clifford, de Matemática Aplicada, en la University College de Londres. Fué en esa época que escribió la «Historia de la teoría de la elasticidad».

Interesado en los trabajos de Francisco Galton y embebido en sus ideas estadísticas, fué su sucesor en la cátedra, la que dictó hasta 1933.

(*) Los datos biográficos, están tomados del artículo necrológico publicado en el «Journal of the Royal Statistical Society». Vol. XCIX. Part. II, 1936.

Escribiendo la «Vida de Francisco Galton», rindió un noble tributo a aquel a quien tanto admiraba.

Es en el campo de la Estadística, donde ha cristalizado su obra más fecunda. Dictó, por vez primera, un ciclo de conferencias, sobre Estadística, en el Gresham College, en 1893.

Pearson, inspirado en las ideas de Galton, imprimió a esta ciencia, en los últimos 40 años, un impulso y desarrollo tales, que ligan su nombre, indisolublemente, al desenvolvimiento de la misma.

No fué Pearson un científico abstracto; todos sus trabajos teóricos van acompañados de la explicación y aplicación prácticas. En este campo, casi toda su enorme obra, está esparcida en *Biometrika*, que fundó y cuyo primer número apareció en octubre de 1901, aunque también efectuó publicaciones en el *Philosophical Magazine* y en el *Philosophical Transactions*.

La teoría de las curvas de frecuencias, de la correlación, el problema de las muestras, le deben contribuciones fundamentales. Su teoría sobre las curvas de frecuencias tratadas por el llamado «método de los momentos», llena una etapa y marca una dirección, en el tratamiento de tan importante problema.

La repercusión de su obra y trabajos, en nuestra formación científica, es innegable. Una escuela estadística argentina, la que representa el Instituto de Estadística de la Universidad del Litoral, ha bebido en sus fuentes.

El método de los momentos de Pearson, reclama una superación que no puede tardar en producirse, pero, con todo, las acaloradas discusiones que, en torno de dicho método, se han producido, los violentos ataques de que ha sido objeto, son injustificados. Pearson estaba dotado de una rara intuición matemática que, en este caso, se pone de manifiesto; crea, con la base de su método de los momentos, el repertorio de curvas que lleva su nombre y, en su fundamentación analítica, le impone restricciones que luego algunos de los tipos no cumplen. Es en este hecho, que descansan los enconados ataques de que fué objeto. Pues bien; las investigaciones realizadas en el Instituto de Estadística de la Universidad del Litoral, han demostrado que aquellas restricciones son innecesarias y que el método es, en todos los casos, correcto.

Mentalidad fecunda y múltiple, luchador recio e infatigable, su obra se extiende a otros campos como los de la historia, de la filosofía y de la sociología.

La «Gramática de la Ciencia» fué publicada en 1892 y si bien pueden no ser compartidos los fundamentos filosóficos en que su concepción se apoya, es innegable que, en ella, se retrata el carácter, severamente honrado, del investigador.

Desaparece Pearson al borde de los 80 años. Vibra todavía la emoción de las luchas a que su temperamento y su amor por la verdad lo arrastraban, para que pueda hacerse, ya, de su obra, el análisis sereno y objetivo que su importancia y trascendencia reclaman, pero si esto, aún, no puede hacerse, en cambio sí puede ofrecerse el ejemplo estimulante de su vida a la generación que tan vigorosamente se diseña, en los distintos sectores del ambiente científico argentino.

F. L. G.

SECCIÓN OFICIAL
DE LA
SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA
SECCIÓN "SANTA FE"

Ciclo de Conferencias

EL TRABAJO

FUNCION JURIDICA, SOCIAL Y EDUCATIVA

Prosiguiendo con el ciclo de conferencias organizado por la Sección «Santa Fé» de la Sociedad Científica Argentina, se realizó el jueves 10 de setiembre ppdo. a las 18,30 hs. en el salón de actos de la Facultad de Química Industrial y Agrícola una conferencia a cargo del socio Prof. Dr. Mariano R. Tissembaum sobre el tema: *El trabajo. Función jurídica, social y educativa.*

Dicha conferencia a la que asistió numeroso público se desarrolló de acuerdo al siguiente sumario:

- I. — *Valoración conceptual del trabajo.* Evolución de su significado.
- II. — *Sistematización jurídica del trabajo.* Del derecho individual absoluto hasta el concepto social del deber.
- III. — *Función social del trabajo.* Su naturaleza. Constitucionalización del principio.
- IV. — *El trabajo obligatorio.* Alcance y fundamento del principio jurídico-social. Las leyes sancionadas y el Convenio aprobado por la Conferencia Internacional del Trabajo.
- V. — *El trabajo como método pedagógico.* Su sentido educacional. La escuela de trabajo.
- VI. — *Unidad del valor social del trabajo.* Los trabajadores manuales e intelectuales.

Este acto fué auspiciado por el Instituto Social de la Universidad N. del Litoral y la disertación fué propalada por intermedio de la radiodifusora L. T. 10 de dicho Instituto.

Sesión de comunicaciones científicas del 13 de noviembre de 1936

Bajo la presidencia del Ing. Francisco E. Urondo tuvo lugar el 13 de Noviembre en una de las aulas de la Facultad de Química Industrial y Agrícola, a las 18,30, una sesión de comunicaciones científicas, en la que se presentaron los trabajos cuyos resúmenes se publican a continuación.

El autor de la primera comunicación P. Raúl Carabajal S. J., Profesor de Historia Argentina y Director del Museo Histórico del Colegio «La Inmaculada Concepción» de esta ciudad, fué presentado a los asistentes, con breves palabras, por el presidente ingeniero Urondo.

ULTIMOS DESCUBRIMIENTOS ARQUEOLOGICOS DEL ARROYO LEYES, (PROV. DE SANTA FE)

Por RAUL CARABAJAL S. J.

Después de haber investigado durante tres años, haciendo 28 excavaciones, bajo mi control técnico personal, en las orillas del Arroyo Leyes, he llegado a obtener una serie de datos que pueden interesar a los estudiosos de la cerámica del Litoral.

1. **El yacimiento.** — El paradero indígena está situado sobre la margen derecha del Arroyo Leyes, ocupando una longitud aproximada de unas diez cuadras, en la parte más alta de la barranca.

En la actualidad el terreno pertenece a Don Manuel Irigoyen y Doña Amalia Freyre. En la época de la Colonia, según la documentación existente, esos terrenos integraban una gran estancia, propiedad de los Jesuítas, y al ser estos expulsados por Carlos III en 1767, la Junta de Temporalidades que se incautó de los bienes de los expulsos, vendió a propietarios posteriores las estancias pertenecientes a la Compañía de Jesús.

La estratigrafía del yacimiento es sencilla. La parte superior del terreno está formada por unos 20 cms. de tierra arenosa. Sigue luego un estrato de humus de espesor que varía entre 0,50 y 1,30 metros, en donde se encuentran los objetos de que tratamos.



La barranca del arroyo Leyes, con la flecha indicando el sitio del yacimiento arqueológico.

Finalmente aparece el característico loess rojo-amarillento del piso bonaerense de la serie pampeana de mucho espesor.

2. Objetos hallados. — La simple enumeración de lo extraído, prueba que se trata de un «*enterratorio indígena*» y «*paradero*» a la vez. Procedente del Arroyo Leyes es lo siguiente:

1º) *Material lítico:*

- a) Un desgarrador de piedra con filo tallado por percusión.
- b) Un hacha de piedra de factura primitiva, de la época neolítica.
- c) Numerosas piedras con superficies pulidas, planas y cóncavas, conocidas con el nombre de «*alisadores*».

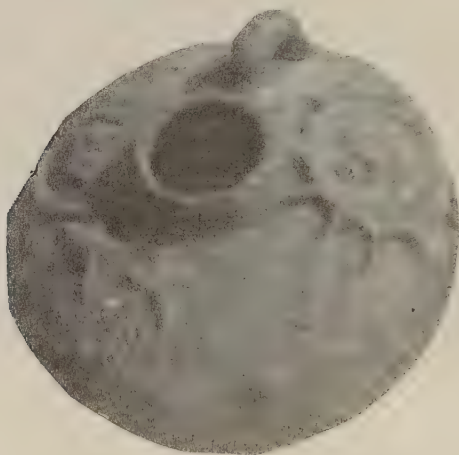
Es de advertir que todos los objetos de piedra son de *arenisca cuarcítica*, proveniente de las barrancas del Paraná, no existiendo en el yacimiento ninguna clase de piedra.

2º) *Material óseo:*

- a) Dos calotas craneanas de adulto.
- b) Varias vértebras humanas.
- c) Un peroné casi completo.
- d) Numerosos restos óseos de nutria, peces y moluscos.

3º) *Material cerámico:*

- a) Varios vasos funerarios y fragmentos de urnas.
- b) Algunas vasijas de uso doméstico.
- c) Numerosos fragmentos variados de alfarería.



Alfarería Mocoí. - Arroyo Leyes

Notable vaso funerario con asa vertical sobre la línea del ecuador y teniendo en relieve el sol, la luna y las estrellas.

Todo este notable material, de procedencia cierta e indiscutida, revela claramente la existencia de una notable cultura indígena sobre las márgenes del Arroyo Leyes

3. **Tres zonas o culturas.** — Del análisis y ubicación de los hallazgos puede deducirse, con bastante seguridad, que han existido tres *zonas* o *culturas*, que estarían escalonadas de norte a sur, sobre la margen del Arroyo Leyes, explicando esto perfectamente la diversidad de técnica, motivos de ornamentación y diversa antigüedad de los objetos hallados.

Zona Norte: Comprende cerámica antigua, predominando las vasijas ornamentadas con incisiones punteadas sobre un surco con-

tínuo, o sobre superficies lisas. En esta zona he hallado dos calotas craneanas y restos óseos humanos.

Zona Central: A continuación de la anterior. Parece la más antigua del yacimiento y la alfarería que se encuentra es lisa y po-



Mapa con la ubicación del paradero

lieromada al rojo vivo y al ocre. En esta zona he extraído numerosos fragmentos de vasos domésticos, como lo prueba la gruesa capa de hollín que aún conservan. La cerámica de esta zona es de técnica sencilla.

Zona Sur: Presenta las piezas de técnica más perfecta de todo el yacimiento, abundando las formas muy bien estilizadas. El ma-

terial empleado es de una dureza notable que al golpearlo da sonoridades de loza.

Todo el material de estas tres zonas es *arcaico*, vale decir, representa relativa antigüedad, siendo según nuestra opinión, cerámica post-hispánica, de fines de siglo XVIII y comienzos del XIX.

Con esto queremos distinguirla de otra cerámica, de aspecto muy reciente de la que hablaremos más adelante y que desechamos como falsa.

4. Material y técnica empleadas. — Del análisis de los numerosos restos arqueológicos del Arroyo Leyes se distinguen claramente cinco clases de material empleada en la confección de la cerámica.

- 1º) *Pasta común* formada por arcilla cocida y antiplástido de tiestos molidos, tan frecuente en la alfarería del Litoral.
- 2º) *Pasta negra*, muy dura, al parecer sin ningún antiplástido.
- 3º) *Pasta negra*, recubierta interior y exteriormente con una pequeña capa de arcilla rojo-amarillenta.
- 4º) *Pasta gris*, con antiplástido negro, restos quizás de vasijas nº 2.
- 5º) *Pasta arcillosa*, sin ningún antiplástido. Poco frecuente.

No he observado el empleo, como antiplástido, de espículas de la esponja Uruguay corallioides, tan usado en la cerámica de las orillas del Uruguay, de que nos habla Serrano.

Las formas de la alfarería de Arroyo Leyes predominantes son las esféricas, ovoideas y cónicas, teniendo asas redondas y pequeñas, con apéndices antropomorfos y zoomorfos.

Los bordes son variadísimos, en cuanto a su espesor, forma, decoración e inclinación.

La decoración más frecuente es la punteada, hecha con presión de un objeto puntiforme o a veces cuadrado, siendo frecuentes las incisiones decorativas escaleriformes.

Como motivos ornamentales o con fines totémicos se ven con frecuencia el sol, la víbora y el yacaré, lo que inclina a relacionar esta cultura del Litoral con la Civilización Chaco-Santiagueña, admirablemente estudiada por los hermanos Wagner.

5. ¿A qué indígenas pertenece la cerámica? — Todos los datos nos revelan que se trata de alfarería *mocoví*, y de la parcialidad de los calchines.

En la cartografía rioplatense levantada por los primeros misioneros de la región, aparece el territorio de Arroyo Leyes ocupado por los mocovíes.

Además históricamente sabemos que la región donde se fundó la primitiva Santa Fé, a la llegada de los españoles, estaba habitada por mocovíes de la parcialidad de los Calchines. Así Garay en el acta de fundación de Santa Fé, en Cayastá, dice: «... fundo y asiento y nombro esta ciudad de Santa Fé en esta Provincia de Calchines...».

Esta misma opinión se corrobora cuando leemos en las «Memorias» del civilizador de los mocovíes P. Florián Baucke, sus heroicos esfuerzos por reducir a vida estable a estos feroces indígenas, por los años de 1753 y siguientes. Estos intentos de reducción sobre las orilla del Quiloazas fracasaron varias veces, hasta que por fin logró estabilizar una floreciente población en San Javier integrada por indios mocovíes.

Aporta datos interesantes a este respecto la Iconografía de Baucke publicada por Guillermo Furlong en 1935, lo mismo que una lámina editada por el mismo historiador en que se explica la técnica de los mocovíes en la fabricación de la cerámica.

Finalmente, no lejos del paradero indígena del Arroyo Leyes, se encuentra en la actualidad una ranchería de indios mocovíes, parcialidad de los calchines, con quienes hemos conversado recientemente.

Entre ellos tiene especial autoridad una anciana de 87 años, llamada doña Ruperta Cisterna, cuyo padre era el cacique mocoví de toda la región. Doña Ruperta habla en castellano y en mocoví, como he podido comprobarlo mediante un diccionario de esa lengua. No se mezclan estos indígenas con la población blanca, sino que se casan entre sí para conservar la tribu. Viven en Santa Rosa de Calchins y de la anciana en cuestión he oído la manera cómo sus antepasados hacían las vasijas, coincidiendo enteramente sus datos, con los que da Baucke sobre la manera de fabricar los mocovíes su alfarería.

Trátase por tanto de alfarería *mocoví* la del Arroyo Leyes, ya que los habitantes de la región han pertenecido desde los tiempos de la colonia a esa tribu, ya también por la técnica empleada en su fabricación.

6. **Las falsificaciones del Arroyo Leyes.** — Una advertencia que debe servir de voz de alerta para directores de Museos, es el hecho de que anda en circulación y se ofrece en venta, y por desgracia en gran cantidad, cierta alfarería que nada tiene de indígena, pues ha salido de las manos de los actuales lugareños y que presenta un aspecto tan reciente, que solamente un profano en estudios arqueológicos puede ser sorprendido en su buena fe.

La avidez de coleccionistas ingenuos ha despertado la avaricia de gente inescrupulosa y ha brotado la industria de los *seudocacharros*.

Poseo en mi colección privada varios de estos seudocacharros obtenidos de los ranchos del lugar como legítimos, y que son evidentemente falsos, es decir, no han sido hechos por indígenas, ni excavados en el yacimiento del Arroyo Leyes.

El aspecto exterior reciente, nuevo, de esa cerámica, la ornamentación no indígena empleada, las formas, la pasta sin antiplástico clásico conocido en la alfarería litoral, la imperfección de la ejecución, el mal cocimiento, etc. prueban evidentemente que se trata de una seudo alfarería.

Además, y es un argumento poderoso, en las 28 excavaciones que he practicado en el Arroyo Leyes, no he encontrado ni un sólo tiesto, y ni siquiera un fragmento de esta clase de alfarería nueva.

NUEVAS MEDIDAS DE RADIOACTIVIDAD DEL AIRE DEL SUBSUELO

POR F. E. URONDO

Se han comunicado ya los resultados de medidas de radioactividad del aire del subsuelo de Santa Fé (*An. Soc. Cient. Arg.* T. 119, p. 178 y T. 120, p. 108, 1935) y de las del aire de exhalación de la superficie terrestre (*An. Soc. Cient. Arg.*, T. 120, p. 199, 1935). Las determinaciones de las corrientes de ionización del aire extraído del subsuelo y trasvasado a cámaras de ionización en comunicación con electrómetros Wulf, han permitido constatar la existencia de variaciones diversas. Así de las 1068 observaciones realizadas con aire del subsuelo y las 284 del aire de exhalación de la superficie terrestre, se han comprobado variaciones diurnas con máximos en horas de la mañana, mínimos hacia mediodía y luego otros máximos en la tarde.

Asimismo se ha notado una variación anual en esas medidas desde agosto de 1934 hasta agosto de 1935, con valores máximos en los meses cálidos. La influencia de los factores meteorológicos no se ha hecho visible en las medias mensuales de las observaciones diurnas, a excepción de la temperatura ambiente puesto que las corrientes de ionización presentaban valores crecientes con la temperatura.

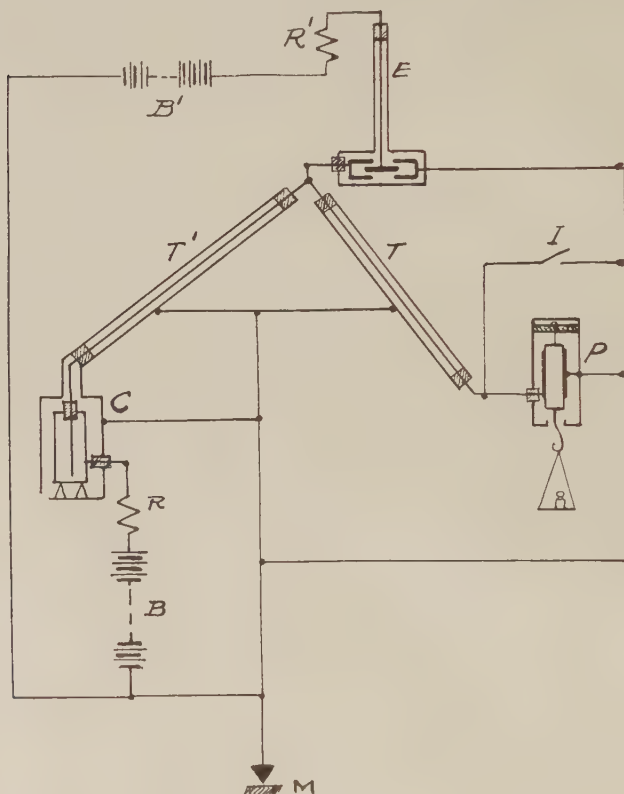
Esas variaciones diurnas y anuales coinciden con las anotadas en las medidas de radioactividad del aire libre por el método del alambre activado (*An. Soc. Cient. Arg.*, T. 118, p. 245, 1934).

En las comunicaciones recordadas se indicó que el aire extraído del subsuelo era de pequeñas profundidades y a continuación indicamos el valor medio anual (promedio de todas las medias mensuales) de la caída en milivoltios.seg⁻¹, descontada la fuga natural;

Profundidad en cm	Media anual m V/seg
120 (cimientos)	130,—
120 (jardín)	131,5
400 (cimientos)	133,—

Desde mediados de agosto hasta fines de diciembre de 1935, se realizaron nuevas medidas utilizando otra técnica.

Los trasvases se hacían directamente comunicando (a través de tapones de algodón) los caños enterrados, con una cámara de ionización en la que se había hecho un vacío previo. Luego se conectaba esa cámara a un electrómetro de cuadrantes de Curie, en una instalación con cuarzo piezoeléctrico, según el montaje clásico:



La cámara de ionización C de 573,7 c. c. (sin los tubos de entrada y salida) era de bronce y de forma cilíndrica con la tapa superior desmontable. Esa tapa sostenía una varilla de bronce aislada con ámbar, un anillo de guardia y otro sostén de ámbar; esa varilla situada en el eje del cilindro, constituía la armadura interna y se conectaba al electrómetro. La cámara de ionización se instalaba sobre tacos aisladores y se conectaba a un polo de una batería de acumuladores B con el otro polo a tierra y a través de una resistencia R para prever cortocircuitos. Toda la cámara se instalaba dentro de otro cilindro metálico a tierra. La capacidad eléctrica de la cámara de ionización era de unos 4,59 cm.

El cuarzo piezoeléctrico P estaba controlado y según certificado del Instituto del Radium del Laboratorio Curie de París, le correspondía un desprendimiento de 8,30 unidades electrostáticas por kilogramo de tracción desde una de las caras aisladas, con la otra armadura al potencial del suelo. La precisión de las medidas de etalonaje era suficiente como para que el error no pasara del 1 %. La aislación debía asegurarse y con mucha frecuencia debía renovarse el anhídrido fosfórico de los frascos situados en el interior de la caja metálica (a tierra) que contenía el cuarzo piezoeléctrico.

El *electrómetro a cuadrantes de Curie E, poseía una sensibilidad de 78,4 mm. de escala por voltio. Un par de cuadrantes iba conectado a tierra y el otro par, el que poseía el micrométrico de calibración, se conectaba a la armadura aislable del cuarzo piezoeléctrico y a la cámara de ionización; ese par de cuadrantes se lo aislaba por un interruptor electromagnético I. El equipo móvil del electrómetro se cargaba a una tensión de 80 voltios con una batería de acumuladores B', a través de una resistencia de agua R'.

Las conexiones entre el par de cuadrantes aislables del electrómetro, con el cuarzo piezoeléctrico y la cámara de ionización, se hacían a través de alambres sostenidos por blocks de ámbar en el interior de tubos metálicos T y T', a tierra. Todas las uniones se envolvían en papeles de estaño para las protecciones electrostáticas.

El aire extraído del subsuelo a la cámara de ionización se lo dejaba encerrado unas 3 horas antes de efectuar las medidas. En algunas determinaciones se hicieron las medidas enseguida de la extracción y se continuaron por varias horas para estudiar la variación con el tiempo. No fué posible hacer determinaciones sobre dosajes de toron pues se perdían varios minutos para hacer todas las conexiones necesarias antes de poder medir.

Para los dosajes de radón se utilizó una sal de radium contenido en un tubo de vidrio cerrado. Según el certificado del Instituto del Radium Laboratorio Curie de París, ese etalón contenía 0,934 miligramos de radium metálico. Se compararon las corrientes de ionización producidas sucesivamente por ese etalon y por el radium contenido en otro tubo de vidrio, empleando el método de los rayos γ emitidos por ambos. Se utilizó el electrómetro citado y el cuarzo piezoeléctrico pero se substituyó la cámara de ionización para gases, por un gran condensador formado por varias cámaras cilíndricas coaxiales. El platillo central de aluminio tenía un diá-

metro de 25,3 cm. y estaba aislado y además provisto de anillo de guardia; este disco iba conectado al electrómetro, y constituía una de las armaduras. La otra armadura era un cilindro metálico con tapa de plomo y comunicado al polo de una batería de acumuladores (945 V.), con el otro polo a tierra. El cilindro anterior estaba ubicado sobre aisladores en el interior de otro también de bronce y a tierra, provisto de tapa de plomo. La capacidad eléctrica era de 13,4 cm.

Se tomaban las precauciones conocidas para asegurar las protecciones electrostáticas y se hicieron las correspondientes medidas de aislación. Los tubos conteniendo el radium se colocaron en el interior de un cilindro de plomo y a 30 cm. encima de la tapa de plomo del gran condensador de manera que los rayos γ que producían la ionización del aire del condensador, eran los filtrados a través de 18 milímetros de plomo. Las medidas se hicieron en varios días efectuándose 10 series de medidas con errores inferiores a 1 %. El resultado de la comparación del tubo con Ra con el que contenía el etalón de 0,934 mgr. dió un contenido de 0,203 mgr. de Ra metálico.

Luego se repitieron las medidas comparando este último, tomado como etalón, con el contenido de otro tubo de vidrio cerrado, siguiendo el mismo método de corrientes de ionización por rayos γ pero en este caso filtrado a través de 8 mm. de plomo. Se hicieron, en días diversos, otras diez series de medidas con un error inferior al 1 %. Esa segunda ampolla resultó conteniendo 0,063 mgr. de Ra metálico. Las ampollas utilizadas para estas medidas estaban cerradas desde más de un año. Se calculó la absorción de rayos γ por el vidrio de la ampolla.

La ampolla conteniendo los 0,063 mgr. de radium fué abierta diluyendo su contenido en 100 c. c. de agua destilada. Después de apropiados burbujeos con corrientes de aire para arrastrar el radón, se diluyó una parte hasta llegar a una concentración de 6×10^{-11} gr. por c. c., tomándose 20 c. c. de esa solución para acumular el radón.

Se dejaba acumular de 2 a 3 días y luego se trasvasaba hacia la cámara de ionización para gases, en la que se había hecho el vacío, y llevando a la ebullición la solución con el radón. El volumen de esta última se mantenía puesto que el tubo de desprendimiento del balón que la contenía, estaba rodeado de un refrigerador a corriente de agua, y el radón burbujeara a través de ácido sulfúrico

concentrado antes de penetrar en la cámara de ionización. El radón trasvasado se lo dejaba unas 3 horas en evolución antes de realizar las medidas de las corrientes de ionización.

En el cuadro siguiente se resumen los promedios mensuales de las corrientes de ionización en u. e. e./seg. $\times 10^{-3}$ del aire de distintas profundidades; y los promedios mensuales de la temperatura ambiente, presión barométrica y estado higrométrico del aire ambiente en los momentos de las extracciones.

Meses 1935	i u. e. e./seg $\times 10^{-3}$	t ° C	h cor. 700 +	e	Nº de medidas
<i>Profundidad 120 cm. (cimientos):</i>					
Agosto	2,35	18,5	59,82	0,56	8
Setiembre	1,71	17,4	56,96	0,46	12
Octubre	2,21	19,7	61,47	0,57	7
Noviembre	2,62	23,5	57,51	0,66	10
Diciembre	2,68	23,8	53,83	0,61	11
Promedio general . . .	2,31				
<i>Profundidad 120 cm. (jardín):</i>					
Agosto	2,15	18,1	60,51	0,66	8
Setiembre	1,94	17,3	59,96	0,41	12
Octubre	2,53	19,9	61,02	0,59	4
Noviembre	2,18	21,8	58,01	0,64	10
Diciembre	2,30	24,1	54,33	0,67	10
Promedio general . . .	2,22				
<i>Profundidad 400 cm. (cimientos):</i>					
Agosto	1,93	16,7	60,40	0,66	8
Setiembre	1,86	16,7	58,63	0,45	9
Octubre	1,93	22,—	58,48	0,51	6
Noviembre	1,80	22,3	57,11	0,65	11
Diciembre	2,15	22,8	54,55	0,71	12
Promedio general . . .	1,93				

Comparando las corrientes de ionización (descontadas las corrientes de fugas) de los promedios generales, con las del radón del etalón podemos establecer, después de varias medidas concordantes, el siguiente resultado:

Profundidades	Curie de radon por c. c. de aire extraído
120 cm. (cimientos)	0,40 $\times 10^{-13}$
120 cm. (jardín)	0,38
400 cm. (cimientos)	0,33

Estos valores son algo menores que los encontrados en el otro hemisferio (Sanderson, Joly, Satterly). Para la consideración de estos resultados debe tenerse en cuenta que el terreno de donde se hicieron las extracciones del aire, fué rellenado años atrás, en una altura mayor de un metro. Además desde mediados de noviembre de 1935, el patio donde estaban enterrados los caños cerca de los cimientos de los laboratorios, fué cubierto por un contrapiso y una losa de hornigón que pueden haber modificado las condiciones iniciales, si alguna causa exterior pudiera influir en las variaciones del contenido de radón del aire del subsuelo.

SOBRE LA SUMACION DE ALGUNAS SERIES DIVERGENTES

POR J. BABINI

El autor, en esta comunicación, indica la sumación, por el método Borel, de las series divergentes de la forma

$$\sum_{n=0}^{\infty} z^n (hn + \alpha + k)^{(n, h-k)} \quad ; \quad \sum_{-\infty}^{\infty} z^n (hn + \alpha + k)^{(n, h-k)}$$

donde con $(hn + \alpha + k)^{(n, h-k)}$ se indica la factorial de base $hn + \alpha + k$, grado n (entero) y diferencia $h - k$.

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LA MÚSICA

POR A. E. SAGASTUME BERRA

(Continuación *)

CAPITULO II

CONSTRUCCION DE LA GAMA

13. — Entramos ahora en el problema primario de toda la teoría musical. ¿Qué sonidos utilizaremos para « hacer música »? Claro es que si consideramos las frecuencias absolutas, todas ellas, dentro de los límites de la audición (es decir, mientras sean *sonidos*) pueden ser utilizadas. Por ejemplo, un piano, o un violín, pueden ser afinados indiferentemente de modo que el la_3 dé las 435 vibraciones por segundo que se le han asignado por convención internacional, ó 440, ó 420, o cualquier otro número arbitrario (dentro de ciertos límites), con lo cual las demás notas variarán también en forma arbitraria.

Si consideramos en cambio las frecuencias relativas, nos encontramos con un problema de distinta índole. Para fijar las ideas adoptemos, como es corriente hacerlo, el intervalo fundamental de una octava, y consideremos todas las frecuencias reducidas a ese intervalo que, en nuestra cuerda-tipo (§ 11) es el (1, 2). ¿Con qué números llenaremos el intervalo entre la frecuencia 1 y la 2?

Desde el punto de vista en que nos colocamos caben, *a priori*, dos soluciones, o mejor dicho, dos tipos de solución: el tipo continuo y el discontinuo o discreto; o sea, si admitimos como utilizables todas las frecuencias del intervalo (1, 2), que varían en forma continua, o si solo nos limitamos a ciertas frecuencias (en número finito o infinito) bien determinadas.

En el primer caso, teóricamente posible, tendríamos sin embargo dificultades, en primer lugar de índole práctica. En efecto, los instru-

* Ver entrega I, T. CXXIII, pág. 1 y sig.

mentos llamados « de sonidos fijos » (piano, arpa, flauta, etc.) quedarían descartados o pasarían a un plano completamente secundario, pues no podrían proporcionar la gradación continua que adoptamos; y aún suponiendo que utilizáramos los instrumentos de sonidos variables, violín, violoncello, y otros que inventáramos ex-profeso, habría grandes dificultades en la ejecución e interpretación. Dado que un compositor hipotético quisiera utilizar en su obra todos los recursos de una gradación continua en los sonidos, la ejecución de esa obra debería ser sumamente exacta, so pena de perderse el valor que el autor ha querido asignar a esos recursos. Además, desde el punto de vista teórico, se nos ocurre que habría peligro de que la música así constituida se convirtiera en una cosa amorfa e indefinida, por falta de contraste.

De cualquier manera, limitaremos nuestro estudio a la solución discreta, teniendo para ello poderosas razones. En primer lugar, la *gama* o sea el conjunto de sonidos utilizables, siempre ha estado constituida, en la música de todos los pueblos, por un conjunto discreto (más aún, finito) de notas. Por otra parte, la naturaleza misma nos enseña la escala armónica discreta en las vibraciones de las cuerdas, tubos, placas y membranas, es decir, en todos los « mecanismos » que podamos imaginar como aptos para construir instrumentos musicales.

Nuestra gama será, pues, discreta. Pero aún en este caso, podemos preguntarnos si convendrá que conste de un número finito o no de notas. La posibilidad de un número infinito de notas en cada octava puede desecharse por consideraciones análogas a las que hicimos más arriba a propósito de la gama continua. Y queda finalmente el caso de una gama finita (*a fortiori* discreta) abierto a nuestro estudio.

14. — Debemos, pues, llenar el intervalo fundamental (1, 2) con un número finito de notas. ¿Qué criterio seguiremos para hacerlo? Las posibilidades de elección son infinitas. Sin embargo, podemos seguir una ruta segura si observamos lo que ocurre naturalmente, o sea aplicando lo que hemos visto en el capítulo anterior acerca de la escala armónica.

La escala armónica, reducida a la octava fundamental (§ 12) es:

$$1, 1, \frac{3}{2}, 1, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{7}{4}, 1, \frac{9}{8}, \frac{5}{4}, \frac{11}{8}, \dots \quad [1]$$

Admitamos en nuestra gama, por ejemplo, además de la nota fundamental, la $\frac{3}{2}$. Ello quiere decir, refiriéndonos para concretar el razonamiento al caso de las cuerdas, que junto con la cuerda-tipo admitimos en nuestro instrumento ideal otra cuerda de frecuencia fundamental $\frac{3}{2}$. Esta cuerda también produce, a su vez, el armónico 3, que con respecto a la cuerda-tipo tendrá la frecuencia $\frac{3}{2} \times 3 = \frac{9}{2}$ ó, reducida a la octava, $\frac{9}{8}$. Este sonido es precisamente otro de los armónicos comprendidos en la escala (1), y no hay razón para rechazarlo, una vez que originariamente hemos admitido el armónico 3. A su vez, partiendo de este sonido $\frac{9}{8}$, y tomando su tercer armónico, obtendremos una nueva frecuencia (reducida) $\frac{27}{16}$. Y en general, prolongando esta construcción, nos vemos conducidos a considerar todas aquellas frecuencias cuyo numerador sea una potencia cualquiera no negativa de 3, y el denominador la potencia de 2 conveniente para reducirla a la octava fundamental, es decir, todas las frecuencias de la forma $2^{n_1} \cdot 3^{n_2}$ ($n_2 \geq 0$).

Admitamos ahora, además, el sonido $\frac{5}{4}$ como perteneciente a nuestra gama. Entonces, por el razonamiento anterior, también admitiremos todas las frecuencias de la forma $2^{m_1} \cdot 5^{m_2}$. Pero más aún: a partir de una de éstas, debemos considerar como posible, o admisible, el tercer armónico (y con él el 9º, 27º, etc.); o bien, a partir de una de las frecuencias $2^{n_1} \cdot 3^{n_2}$, el quinto armónico (y con él el 25º, el 125º, etc.). De manera que en conjunto las frecuencias admisibles serán todas las de la forma $2^{n_1} \cdot 3^{n_2} \cdot 5^{n_3}$.

Es de observar en este punto, que las frecuencias obtenidas constituyen lo que ya Euler llamaba la *gama matemática*, es decir, conjunto de sonidos cuyas frecuencias se expresan todas bajo la forma $2^{n_1} \cdot 3^{n_2} \cdot 5^{n_3}$.

Si tomamos el armónico 6, por ejemplo, no se obtiene con este proceso nada nuevo, pues $6 = 2 \times 3$ y $6 \cdot 2^{n_1} \cdot 3^{n_2} \cdot 5^{n_3} = 2^{n_1+1} \cdot 3^{n_2+1} \cdot 5^{n_3}$, que es otra frecuencia de la misma forma, es decir, comprendida en las anteriores. Solo se obtienen frecuencias nuevas si adoptamos un nuevo número *primo*, 7 por ejemplo, como armónico admisible.

Obsérvese que con este proceso obtenemos siempre un número *infinito* (numerable) de frecuencias. Dedicaremos el resto de este capítulo a estudiar esos conjuntos infinitos, y en el siguiente abordaremos recién la cuestión de cómo limitar el número de notas para satisfacer las condiciones del § anterior.

En general, llamaremos armónicos *fundamentales*, o *constitutivos*, o *generadores* de una gama, a los números primos tales que toda frecuencia correspondiente a una nota de la gama se expresa como producto de potencias de esos números, con exponentes no todos nulos. El armónico 2 se considerará siempre como fundamental, sobreentendiéndolo muchas veces, pues ya hemos visto la especie de identificación que existe entre un sonido y su octava.

Generalizando, pues, el procedimiento anterior, supongamos tener $r + 1$ números primos distintos, el primero de los cuales sea 2; a los demás, dispuestos en orden creciente, los llamaremos $p_1, p_2, \dots, p_r$. Por lo tanto, p_1 será por lo menos igual a 3, y entonces

$$3 \leq p_1 < p_2 < \dots < p_r.$$

Con estos números primos tomados como armónicos fundamentales, podremos construir una *gama* de frecuencias, formando todos los posibles productos de sus potencias y reduciendo esos números a la octava fundamental. Una frecuencia cualquiera ν de nuestra gama tendrá, pues, la expresión reducida

$$\nu = 2^{n_0} \cdot p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \dots p_r^{n_r}.$$

El exponente n_0 debe ser tal que $1 \leq \nu < 2$, de modo que, dados los números $p_1, p_2, \dots, p_r$, para cada sistema de valores de $n_1, n_2, \dots, n_r$ habrá que determinar convenientemente n_0 de modo que se cumpla esa condición; y es evidente que ese valor de n_0 queda así unívocamente determinado. En otros términos, n_0 es una función unívoca de los valores $n_1, n_2, \dots, n_r$ (para $p_1, p_2, \dots, p_r$ fijos).

Puesto que el intervalo de octava es el fundamental, convendrá medir las frecuencias en octavas, ω (§ 9), en cuyo caso, por el teorema general del § 12, bastará considerar la mantisa del logaritmo (de base 2) del número $p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \dots p_r^{n_r}$.

En general, cuando consideremos un número real α , podremos definir lo que llamaremos *parte entera de α* e indicaremos con $E(\alpha)$, y la *parte fraccionaria de α* , $F(\alpha)$. Cualquier número real tal como α

está comprendido siempre entre dos números enteros sucesivos (o coincide con un entero); así, si N_α es un entero tal que

$$N_\alpha \leq \alpha < N_\alpha + 1,$$

el entero N_α será por definición la parte entera de α , y $\alpha - N_\alpha$ será la parte fraccionaria. O, dicho en otros términos, $E(\alpha)$ está definido por las propiedades siguientes:

$$\left. \begin{array}{l} \text{I)} \quad E(\alpha) \text{ es entero} \\ \text{II)} \quad \alpha - E(\alpha) \geq 0 \quad ; \quad \alpha - [E(\alpha) + 1] < 0 \end{array} \right\} \quad [2]$$

y la parte fraccionaria por:

$$\text{III)} \quad F(\alpha) = \alpha - E(\alpha). \quad [2']$$

Resulta de II) y III) en particular, que la parte fraccionaria de un número no puede ser negativa, ni llegar a valer 1 ó más.

Por ejemplo: la parte entera y la fraccionaria de $\alpha = 2,3025$, son: $E(\alpha) = 2$; $F(\alpha) = 0,3025$. Las de $\alpha = 0,41$, son: $E(\alpha) = 0$; $F(\alpha) = 0,41$. Las de $\alpha = -2,6$ son: $E(\alpha) = -3$; $F(\alpha) = 0,4$. Las de $\alpha = 26$ son: $E(\alpha) = 26$; $F(\alpha) = 0$.

Esto sentado, las medidas de nuestras frecuencias ν en octavas, que llamaremos $\gamma_{n_1, n_2, \dots, n_r}^{p_1, p_2, \dots, p_r}$ serán

$$\gamma_{n_1, n_2, \dots, n_r}^{p_1, p_2, \dots, p_r} = F(\log_2 \nu) = F(\log_2 (p_1^{n_1} p_2^{n_2} \dots p_r^{n_r}))$$

o sea, por las propiedades de los logaritmos:

$$\gamma_{n_1, \dots, n_r}^{p_1, \dots, p_r} = F\left(\sum_{i=1}^r n_i \log_2 p_i\right).$$

Los $\log_2 p_i$ son constantes especiales de nuestra gama, de modo que poniendo:

$$\left. \begin{array}{l} \text{será} \quad \pi_i = \log_2 p_i \quad (i = 1, 2, \dots, r) \\ \gamma_{n_1, \dots, n_r}^{p_1, \dots, p_r} = F\left(\sum_{i=1}^r n_i \pi_i\right) \end{array} \right\} \quad [3]$$

El conjunto de las infinitas $\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$ que se obtienen (para dados p_i) dando todos los valores posibles a los n_i , es lo que constituye nuestra *gama* (por ahora infinita), a la que designaremos por $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$.

15. — Suponiendo fijados de una vez por todas el número r y los números primos $p_1, p_2, \dots, p_r$, lo que da por consecuencia el fijar también las π_i , estudiemos algunas propiedades generales del conjunto $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$, que podremos llamar Γ simplemente, sobreentendiendo los índices (análogamente, podremos escribir para abreviar $\gamma_{n_1 \dots n_r}$ en lugar de $\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$).

Ante todo, dadas las $n_1, \dots, n_r$ queda fijado un valor, y solo uno, para $\gamma_{n_1 \dots n_r}$. Si fijamos en cambio un valor de $\gamma_{n_1 \dots n_r}$ perteneciente a Γ ¿quedarán unívocamente determinados los valores de $n_1, \dots, n_r$?

Para responder a esta cuestión, observemos que dada una $\gamma_{n_1 \dots n_r}$ es decir, dadas las $n_1, \dots, n_r$, y suponiendo que exista otro sistema $n'_1, \dots, n'_r$ que dé la misma nota, debería ser

$$F(\log_2(p_1^{n_1} \dots p_r^{n_r})) = F(\log_2(p_1^{n'_1} \dots p_r^{n'_r})),$$

o sea que los números

$$\log_2(p_1^{n_1} \dots p_r^{n_r}) \quad , \quad \log_2(p_1^{n'_1} \dots p_r^{n'_r})$$

deben diferir solo en un entero n_0 :

$$\log_2(p_1^{n_1} \dots p_r^{n_r}) - \log_2(p_1^{n'_1} \dots p_r^{n'_r}) = n_0,$$

o bien:

$$\frac{p_1^{n_1} \dots p_r^{n_r}}{p_1^{n'_1} \dots p_r^{n'_r}} = 2^{n_0},$$

y esto es absurdo si $n_0 \neq 0$, pues en la fracción del primer miembro solo aparecen factores primos distintos de 2, mientras que en el segundo solo aparece el factor primo 2. La única posibilidad es que $n_0 = 0$, en cuyo caso se tendrá necesariamente $n_1 = n'_1, n_2 = n'_2, \dots, n_r = n'_r$. Es decir, que la $\gamma_{n_1, \dots, n_r}$ determina unívocamente los exponentes $n_1, n_2, \dots, n_r$.

Hemos establecido, pues, que: *existe* (para r y los p_i fijos) una *correspondencia biunívoca entre los sistemas de exponentes* $n_1, n_2, \dots, n_r$ *y los valores de* $\gamma_{n_1, n_2, \dots, n_r}$ *correspondientes.*

Por ejemplo: puesto que el sistema $n_1 = n_2 = \dots = n_r = 0$ nos da $\gamma_{0,0,\dots,0} = 0$ (la nota fundamental), *no puede obtenerse esta nota fundamental con ningún otro sistema de exponentes*, y particularizando aún más: *si una al menos de las n_i es distinta de cero, $\gamma_{n_1\dots n_r}$ no puede ser la nota fundamental.*

16. — Tomemos ahora un valor ρ comprendido entre 0 y 1, excluido el valor 1. En especial, puede dar la casualidad de que ρ coincida con uno de los valores de $\gamma_{n_1\dots n_r}$, y entonces lo hará para un cierto sistema de exponentes $N_1, N_2, \dots, N_r$. Excluyendo este caso, no hay ningún sistema de exponentes tal que $\gamma_{n_1\dots n_r} = \rho$. Pero cabe la pregunta: ¿existirán sistemas tales que den *aproximadamente* el valor ρ ? Y si existen: ¿con qué aproximación podemos alcanzar ese valor?

Demostraremos que: *dado un número ρ , comprendido entre 0 y 1, y excluyendo el caso en que exista un sistema (único, si es que existe) $N_1, \dots, N_r$ tal que $\gamma_{N_1\dots N_r} = \rho$, pueden hallarse sistemas $(n_1, n_2, \dots, n_r)$ tales que el error cometido al reemplazar ρ por $\gamma_{n_1\dots n_r}$ sea arbitrariamente pequeño. O, dicho en términos más precisos, que, dado un valor $\varepsilon > 0$, por pequeño que sea, puede hallarse una sucesión de sistemas $(n_1^{(1)}, n_2^{(1)}, \dots, n_r^{(1)}), (n_1^{(2)}, n_2^{(2)}, \dots, n_r^{(2)}), \dots, (n_1^{(v)}, n_2^{(v)}, \dots, n_r^{(v)}), \dots$ y elegirse en la sucesión un índice v_0 tal que, desde él en adelante, $\gamma_{n_1^{(v)}\dots n_r^{(v)}}$ difiera de ρ (por defecto o por exceso) en menos de ε . Es decir,*

$$|\gamma_{n_1^{(v)}\dots n_r^{(v)}} - \rho| < \varepsilon \quad \text{para } v \geq v_0(\varepsilon) \quad [4]$$

O también, expresado brevemente: Γ es denso en el intervalo $(0, 1)$.

Obsérvese ante todo que si $s \leq r$, $\Gamma^{p_1\dots p_s}$ está contenido en $\Gamma^{p_1\dots p_r}$, pues puede considerarse a $\Gamma^{p_1\dots p_s}$ como formado por las $\gamma_{n_1\dots n_s, 0, \dots, 0}^{p_1\dots p_s, p_{s+1}\dots p_r}$. Por consiguiente, bastará demostrar el teorema para $r = 1$, pues si Γ^{p_1} es denso, con mayor razón lo será $\Gamma^{p_1\dots p_r}$ que contiene a aquél.

Antepondremos dos lemas acerca de la función $F(\alpha)$, definida por la [2'].

Lema I — Si α, β son dos números reales, se verifica

$$F(\alpha + \beta) = F(\alpha) + F(\beta) - \theta(\alpha, \beta) \quad [5]$$

donde

$$\theta(\alpha, \beta) = \begin{cases} 0, & \text{si } F(\alpha) + F(\beta) < 1 \\ 1, & \text{» } F(\alpha) + F(\beta) \geq 1 \end{cases} \quad [5']$$

En efecto: de la [2'] resulta:

$$\alpha = E(\alpha) + F(\alpha)$$

y análogamente:

$$\beta = E(\beta) + F(\beta).$$

Sumando miembro a miembro:

$$\alpha + \beta = E(\alpha) + E(\beta) + F(\alpha) + F(\beta),$$

mientras que para el número $\alpha + \beta$ debe valer también la igualdad

$$\alpha + \beta = E(\alpha + \beta) + F(\alpha + \beta),$$

y por consiguiente

$$E(\alpha + \beta) + F(\alpha + \beta) = E(\alpha) + E(\beta) + F(\alpha) + F(\beta).$$

Ahora bien: si $F(\alpha) + F(\beta)$ es una fracción propia, es decir, menor que 1, las partes enteras y fraccionarias de ambos miembros coincidirán, y será $F(\alpha + \beta) = F(\alpha) + F(\beta)$, que es el primer caso de las [5], [5']. En cambio si $F(\alpha) + F(\beta) \geq 1$, se puede escribir

$$E(\alpha + \beta) + F(\alpha + \beta) = E(\alpha) + E(\beta) + 1 + [F(\alpha) + F(\beta) - 1],$$

y siendo $F(\alpha) + F(\beta) - 1$ fraccionario (pues $F(\alpha) + F(\beta)$ es siempre menor que 2), y debiendo nuevamente coincidir las fracciones de ambos miembros, se tendrá en este caso $F(\alpha + \beta) = F(\alpha) + F(\beta) - 1$, es decir, el segundo caso de las [5], [5'].

Lema II — Si $\frac{P}{Q}$ es una fracción positiva irreducible (es decir, que P y Q son primos entre sí) la función $F\left(\frac{P}{Q} n\right)$, donde n es un entero cualquiera, toma al variar n , los valores: $0, \frac{1}{Q}, \frac{2}{Q}, \frac{3}{Q}, \dots, \frac{Q-1}{Q}$ y solo ellos.

Efectuemos ante todo, suponiendo n fijo por un momento, el cociente $\frac{Pn}{Q}$. Será

$$\frac{Pn}{Q} = E + \frac{\alpha}{Q},$$

donde E es un entero, el cociente de la división, y α otro entero, el resto, que será por lo tanto uno de los números $0, 1, 2, \dots, Q - 1$. Entonces:

$$0 \leq \alpha < Q.$$

Además

$$F\left(\frac{Pn}{Q}\right) = F\left(E + \frac{\alpha}{Q}\right) = F\left(\frac{\alpha}{Q}\right) = \frac{\alpha}{Q}. \quad [6]$$

Estas igualdades se explican, en primer lugar porque E , por ser entero, no influye en la parte fraccionaria (también se puede demostrar por la [5], pues $\theta\left(E, \frac{\alpha}{Q}\right) = 0$ por ser $F(E) = 0$) y además, siendo $\frac{\alpha}{Q}$ una fracción positiva y menor que la unidad, coincide con su parte fraccionaria.

El valor así hallado para $F\left(\frac{P}{Q}n\right)$ es, entonces, uno de los valores $\frac{0}{Q} = 0, \frac{1}{Q}, \frac{2}{Q}, \dots, \frac{Q-1}{Q}$, lo que nos dice que, cualquiera sea el valor de n , esa función solo puede tomar alguno de estos valores; y solo falta demostrar que los toma a todos.

Para ello, sea ahora dado el valor de α comprendido entre 0 y $Q - 1$, y probemos que hay siempre valores de n tales que $F\left(\frac{P}{Q}n\right) = \frac{\alpha}{Q}$. Como α debe ser, según lo anterior, el resto de la división de Pn por Q , bastará probar que se puede elegir n de modo que ese resto sea el α dado; o en otros términos, que Pn sea *congruente* a α según el módulo Q :

$$Pn \equiv \alpha \quad (\text{mód. } Q),$$

y ésto, como se sabe, es posible por ser P y Q primos entre sí, y existen infinitos valores de n que cumplen esa propiedad ⁽¹⁾.

Con ésto queda demostrado nuestro Lema II.

Obsérvese que según ésto, si representamos los valores de $F\left(\frac{P}{Q}n\right)$ en el segmento $(0, 1)$, los puntos representativos $0, \frac{1}{Q}, \frac{2}{Q}, \dots, \frac{Q-1}{Q}$ dividen al segmento en Q partes iguales, y distan entre sí $\frac{1}{Q}$. Por tanto, el conjunto $F\left(\frac{P}{Q}n\right)$ no es denso en el intervalo $(0, 1)$.

17. — Con estos preparativos, podemos ahora demostrar el importante teorema anunciado en el § 16, bastando, como ya se ha dicho, hacerlo para Γ^p (suprimimos, por comodidad, los índices de las n y las p). Es decir, que *dado $\varepsilon > 0$ arbitrario, es posible elegir una sucesión $n^{(\nu)}$ ($\nu = 1, 2, 3, \dots$) y el índice $\nu_0 = \nu_0(\varepsilon)$ tal que, para todo $\nu \geq \nu_0$, sea*

$$|\gamma_{n^{(\nu)}} - \rho| < \varepsilon \quad [4']$$

siendo ρ un número comprendido entre 0 y 1, dado de antemano, y de tal modo que no coincida con ninguno de los γ_n .

El valor de γ_n es.

$$\gamma_n = F(\pi n) = \psi(n), \quad [7]$$

donde $\pi = \log_2 p$; y siendo p un número primo distinto de 2, π resulta ser un número *irracional*. Esto es esencial en nuestro razonamiento, pues si π fuera de la forma $\frac{P}{Q}$, ya hemos observado en el § anterior

que $F(\pi n) = F\left(\frac{P}{Q}n\right)$ no es denso en el intervalo $(0, 1)$.

La función $\psi(n)$ tiene las siguientes propiedades:

I) Está definida solo para valores enteros (y, en el caso que consideramos, no negativos) de la variable n ;

II) Sus valores son siempre irracionales, salvo $\psi(0)$;

⁽¹⁾ Las soluciones de esa congruencia están dadas, como se sabe, por $n \equiv aP^{\varphi(Q)-1} \pmod{Q}$, siendo $\varphi(Q)$ la función euleriana que da el número de números menores que Q y primos con él.

III) Para todo n es

$$0 \leq \psi(n) \leq 1 \quad [8]$$

(§ 14) (Aunque el valor 1 no es alcanzado por esta función, lo incluimos en el carácter de una cota superior, y por razones de simetría, como se verá);

IV) Es $\psi(n) = \psi(m)$ solamente cuando $n = m$ (§ 15);

V) Las diferencias $\Delta\psi$, o sea $\psi(n+1) - \psi(n)$, están dadas por.

$$\Delta\psi = \psi(n+1) - \psi(n) = \delta - \theta(n) \quad [9]$$

donde

$$\theta(n) = \begin{cases} 0 & \text{si } \Delta\psi > 0 \text{ ó si } \psi(n+1) > \psi(n) \\ 1 & \text{» } \Delta\psi < 0 \text{ » » } \psi(n+1) < \psi(n) \end{cases} \quad [10]$$

[La (9) se obtiene de la (5), Lema I, tomando $\alpha = n\pi$, $\beta = \pi$ y llamando δ a $\psi(1)$ y $\theta(n)$ a $\theta(n\pi, \pi)$. Es menester observar que en la [5], escrita bajo la forma

$$F(\alpha + \beta) - F(\alpha) = F(\beta) - \theta(\alpha, \beta)$$

debe resultar

$$\theta(\alpha, \beta) = 0 \text{ si } F(\alpha + \beta) \geq F(\alpha) \text{ y } \theta(\alpha, \beta) = 1 \text{ si } F(\alpha + \beta) < F(\alpha);$$

el caso $F(\alpha + \beta) = F(\alpha)$ está aquí excluido, en virtud de IV];

$$\text{VI) } \psi(0) = 0, \quad \psi(1) > 0.$$

Si definimos ahora las funciones

$$\left. \begin{aligned} \bar{\psi}(n) &= 1 - \psi(n) \\ \bar{\theta}(n) &= 1 - \theta(n) \end{aligned} \right\} \quad [11]$$

y la magnitud

$$\bar{\delta} = 1 - \delta, \quad [12]$$

es fácil ver que la función $\bar{\psi}(n)$ cumple las condiciones I á V (diferiendo de $\psi(n)$ solo en los valores que da la VI) teniendo para ella

$\bar{\theta}(n)$ y $\bar{\delta}$ el mismo significado que el de $\theta(n)$ y δ con respecto a $\psi(n)$. En efecto: las propiedades I y II son evidentes para $\bar{\psi}$; la III es inmediata, pues de $0 \leq \psi(n) \leq 1$ resulta

$$0 \leq 1 - \psi(n) \leq 1,$$

o sea:

$$0 \leq \bar{\psi}(n) \leq 1$$

[es para conservar esta propiedad que incluimos el valor de 1 como cota superior en la (8)].

La propiedad IV también se verifica evidentemente para $\bar{\psi}$. En cuanto a la V, formando las diferencias de $\bar{\psi}$ se tiene:

$$\Delta\bar{\psi} = \bar{\psi}(n+1) - \bar{\psi}(n) = -\psi(n+1) + \psi(n) = -\Delta\psi,$$

o sea:

$$\Delta\bar{\psi} = -\delta + \theta(n) = (1 - \delta) - [1 - \theta(n)]$$

$$\Delta\bar{\psi} = \bar{\delta} - \bar{\theta}(n),$$

siendo $\bar{\theta}(n) = 0$ cuando sea $\theta(n) = 1$, es decir cuando

$$1 - \psi(n+1) > 1 - \psi(n)$$

$$\bar{\psi}(n+1) > \bar{\psi}(n),$$

y $\bar{\theta}(n) = 1$ en el caso contrario $\bar{\psi}(n+1) < \bar{\psi}(n)$ (aquí y en la [10] no usamos el signo $\geq$ pues la igualdad $\psi(n+1) = \psi(n)$ está excluida, según IV).

Para $\bar{\psi}$, en cambio de los valores VI, tenemos

$$\text{VI')} \quad \bar{\psi}(0) = 1, \quad \bar{\psi}(1) < 1$$

18. — Estudiaremos paralelamente las funciones « complementarias » $\bar{\psi}$, $\bar{\psi}$. De la V resulta, para $n = 0$

$$\psi(1) - \psi(0) = \delta - \theta(0), \quad \bar{\psi}(1) - \bar{\psi}(0) = \bar{\delta} - \bar{\theta}(0).$$

Pero, según VI y VI', debe ser

$$\psi(0) = 0, \theta(0) = 0, \quad \bar{\psi}(0) = 1, \bar{\theta}(0) = 1;$$

es decir,

$$\psi(1) = \delta, \quad \bar{\psi}(1) = \bar{\delta},$$

y entonces, de la V para $n = 1$, se tiene:

$$\psi(2) = \psi(1) + \delta - \theta(1) = 2\delta - \theta(1)$$

$$\bar{\psi}(2) = \bar{\psi}(1) + \bar{\delta} - \bar{\theta}(1) = 2\bar{\delta} - \bar{\theta}(1).$$

Supongamos ahora, por ejemplo, que $\theta(1) = 0$. Será entonces $\bar{\theta}(1) = 1$, y por la III:

$$0 \leq 2\delta \leq 1, \quad 0 \leq 2\bar{\delta} - 1 \leq 1$$

$$0 \leq \delta \leq \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} \leq \bar{\delta} \leq 1.$$

El caso de igualdad debe excluirse, porque δ (y $\bar{\delta}$) resultaría racional, y queda

$$0 < \delta < \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} < \bar{\delta} < 1, \quad [13]$$

y por consiguiente

$$\delta < \bar{\delta}. \quad [14]$$

Si hubiéramos supuesto que $\theta(1)$ tiene el valor 1 en lugar de 0, hubiéramos permutado los papeles de δ , $\bar{\delta}$ y tendríamos todas las propiedades de ψ para $\bar{\psi}$ y viceversa, salvo naturalmente las que se refieren a los valores VI y VI'.

Con respecto a la función θ puede demostrarse ahora que: *si para un valor m de la variable es $\theta(m) = 1$, necesariamente es $\theta(m+1) = 0$* (y entonces, naturalmente $\bar{\theta}(m) = 0$, $\bar{\theta}(m+1) = 1$). En efecto, siendo por III:

$$\psi(m) \leq 1, \quad \bar{\psi}(m) \geq 0,$$

y por IV y [14]:

$$\psi(m+1) = \psi(m) + \delta - 1 \leq 1 + \delta - 1 = \delta < \bar{\delta},$$

$$\bar{\psi}(m+1) = \bar{\psi}(m) + \bar{\delta} \geq \bar{\delta} > \delta,$$

resulta, por la misma [9]:

$$\psi(m+2) = \psi(m+1) + \delta - \theta(m+1) < \bar{\delta} + \delta - \theta(m+1),$$

$$\bar{\psi}(m+2) = \bar{\psi}(m+1) + \bar{\delta} - \bar{\theta}(m+1) > \delta + \bar{\delta} - \bar{\theta}(m+1),$$

es decir,

$$\psi(m+2) < 1 - \theta(m+1) \quad , \quad \bar{\psi}(m+2) > 1 - \bar{\theta}(m+1) ,$$

y entonces, si fuera $\theta(m+1) = 1$, $\bar{\theta}(m+1) = 0$, resultaría

$$\psi(m+2) < 0 \quad , \quad \bar{\psi}(m+2) > 1 ,$$

lo que es absurdo, en virtud de la [8].

Resulta de aquí que, como hemos supuesto $\theta(1) = 0$, existirá un cierto valor v_1 tal que

$$\theta(1) = \theta(2) = \dots = \theta(v_1 - 1) = 0, \theta(v_1) = 1$$

$$\bar{\theta}(1) = \bar{\theta}(2) = \dots = \bar{\theta}(v_1 - 1) = 1, \bar{\theta}(v_1) = 0 ,$$

y entonces será $\theta(v_1 + 1) = 0$, $\bar{\theta}(v_1 + 1) = 1$, y a partir de $v_1 + 1$ podrá construirse otra sucesión parcial en que los valores de θ son todos nulos (los de $\bar{\theta}$ todos 1) hasta llegar a otro índice v_2 , en que

$$\theta(v_2) = 1 , \theta(v_2 + 1) = 0 \quad [\bar{\theta}(v_2) = 0 , \bar{\theta}(v_2 + 1) = 1] ,$$

y así sucesivamente. En general, pues, quedan definidos así los índices $v_0 = 0$, v_1 , v_2 , $\dots$, v_p , $\dots$ tales que

$$\left. \begin{array}{l} \theta(n) = 0 \quad , \quad \bar{\theta}(n) = 1 \\ \theta(v_p) = 1 \quad , \quad \bar{\theta}(v_p) = 0 \\ v_{p-1} < n \leq v_p - 1 \\ p = 1, 2, 3, \dots \end{array} \right\} \quad \text{para} \quad [15]$$

Si queremos determinar los valores de los ν_p , comencemos por sumar la [9] desde un valor n hasta otro valor $n + h - 1$ del índice. Obtenemos así las expresiones generales

$$\begin{aligned}\psi(n+h) - \psi(n) &= h\delta - \sum_n^{n+h-1} \theta(i) \\ \bar{\psi}(n+h) - \bar{\psi}(n) &= h\bar{\delta} - \sum_n^{n+h-1} \bar{\theta}(i) .\end{aligned}\quad [16]$$

En estas fórmulas, que juegan un papel importante en lo que sigue, tomemos primero $n = 0$ y h comprendido entre $\nu_{p-1} + 1$ y ν_p : $\nu_{p-1} + 1 \leq h \leq \nu_p$. Recordando que $\psi(0) = 0$, $\bar{\psi}(0) = 1$, resulta:

$$\psi(h) = h\delta - \sum_0^{h-1} \theta(i) \quad , \quad \bar{\psi}(h) = 1 + h\bar{\delta} - \sum_0^{h-1} \bar{\theta}(i) .$$

En la sumatoria que interviene en la primera de estas fórmulas, el índice i va desde el valor 0 hasta $h-1$. Pero $\nu_{p-1} \leq h-1 \leq \nu_p - 1$, es decir, que el índice i llega ciertamente hasta ν_{p-1} , pero no hasta ν_p . Luego las únicas $\theta(i)$ no nulas (iguales a 1) que aparecen en esta sumatoria, son: $\theta(\nu_1)$, $\theta(\nu_2)$, ..., $\theta(\nu_{p-1})$, y la suma vale $p-1$. Y como

$$\sum_0^{h-1} \theta(i) + \sum_0^{h-1} \bar{\theta}(i) = \sum_0^{h-1} [\theta(i) + \bar{\theta}(i)] = h$$

(pues cada término $\theta(i) + \bar{\theta}(i)$ vale 1 y hay h términos), la sumatoria de la segunda fórmula tendrá el valor $h - (p-1)$. Queda entonces:

$$\begin{aligned}\psi(h) &= h\delta - (p-1) \\ \bar{\psi}(h) &= 1 + h\bar{\delta} - h + (p-1) = p - h(1 - \bar{\delta})\end{aligned}\quad [16']$$

Teniendo en cuenta la III, resulta de aquí

$$0 \leq h\delta - (p-1) \leq 1 \quad , \quad 0 \leq p - h(1 - \bar{\delta}) \leq 1 .$$

Cuando h alcanza su valor máximo, y con él la expresión $h\delta - (p-1)$, o bien su valor mínimo, las desigualdades deben seguir valiendo; y lo mismo dígase para la segunda fórmula, en la cual sin embargo, a causa del signo $-$, el máximo de h corresponde al mínimo de $p-h(1-\bar{\delta})$ y viceversa. Se tiene así:

$$\nu_p \delta - (p-1) \leq 1 \quad , \quad p - (\nu_{p-1} + 1)(1 - \bar{\delta}) \leq 1$$

$$(\nu_{p-1} + 1) \delta - (p-1) \geq 0 \quad , \quad p - \nu_p(1 - \bar{\delta}) \geq 0 \quad ,$$

de donde resulta:

$$\nu_p \leq \frac{p}{\delta} \quad , \quad \nu_{p-1} \geq \frac{p-1}{1-\bar{\delta}} - 1$$

$$\nu_{p-1} \geq \frac{p-1}{\delta} - 1 \quad , \quad \nu_p \leq \frac{p}{1-\bar{\delta}} \quad ,$$

desigualdades que se resumen en:

$$\frac{p}{\delta} - 1 < \nu_p < \frac{p}{\delta} \quad [17]$$

En esta fórmula hemos excluido los casos de igualdad por una razón ya antes expresada, o sea que de producirse dicha igualdad, δ resultaría racional, lo que es absurdo.

La [17] también puede escribirse

$$\nu_p = E\left(\frac{p}{\delta}\right) = \frac{p}{\delta} - F\left(\frac{p}{\delta}\right) \quad [17']$$

utilizando las notaciones del § 14 para la parte entera y la fraccionaria de un número.

De aquí resulta

$$\nu_{p+1} - \nu_p = \frac{p+1}{\delta} - F\left(\frac{p+1}{\delta}\right) - \frac{p}{\delta} + F\left(\frac{p}{\delta}\right) \quad ,$$

pero, por la [5]

$$F\left(\frac{p+1}{\delta}\right) = F\left(\frac{p}{\delta}\right) + F\left(\frac{1}{\delta}\right) - \theta\left(\frac{p+1}{\delta}, \frac{p}{\delta}\right) \quad ,$$

y por lo tanto, simplificando, queda.

$$\nu_{p+1} - \nu_p = \frac{1}{\delta} - F\left(\frac{1}{\delta}\right) + \theta\left(\frac{p+1}{\delta}, \frac{p}{\delta}\right),$$

o sea:

$$\nu_{p+1} - \nu_p = E\left(\frac{1}{\delta}\right) + \theta\left(\frac{p+1}{\delta}, \frac{p}{\delta}\right).$$

En particular, para $p = 0$, y teniendo en cuenta que $\nu_0 = 0$ y además, que $\theta\left(\frac{1}{\delta}, 0\right) = 0$ (por ser $F\left(\frac{1}{\delta}\right) > F(0) = 0$) se tiene.

$$\nu_1 = E\left(\frac{1}{\delta}\right)$$

y por lo tanto:

$$\nu_{p+1} - \nu_p = \nu_1 + \theta\left(\frac{p+1}{\delta}, \frac{p}{\delta}\right), \quad [18]$$

fórmula que utilizaremos más tarde y que nos dice por lo pronto que las diferencias $\nu_{p+1} - \nu_p$ son « casi » constantes, pues no pueden diferir de ν_1 más que en una unidad.

19. — Podemos ahora pasar a demostrar otras dos propiedades de la función ψ ($\delta \bar{\psi}$) que nos conducirán rápidamente a la demostración del teorema.

a) En las [16'], h está comprendido entre $\nu_{p-1} + 1$ y ν_p , de modo que se puede escribir

$$h = \nu_{p-1} + \mu, \quad 1 \leq \mu \leq \nu_p - \nu_{p-1},$$

y entonces

$$\psi(\nu_{p-1} + \mu) = (\nu_{p-1} + \mu) \delta - (p - 1)$$

$$\bar{\psi}(\nu_{p-1} + \mu) = p - (\nu_{p-1} + \mu) (1 - \bar{\delta}).$$

Pero, según [17]

$$p - 1 - \delta < \nu_{p-1} \delta < p - 1.$$

Luego (teniendo en cuenta que $1 - \bar{\delta} = \delta$):

$$p - 1 - \delta + \mu \delta - (p - 1) < \psi(v_{p-1} + \mu) < p - 1 + \mu \delta - (p - 1)$$

$$p - (p - 1) - \mu \delta < \bar{\psi}(v_{p-1} + \mu) < p - (p - 1 - \delta) - \mu \delta,$$

es decir:

$$(\mu - 1) \delta < \psi(v_{p-1} + \mu) < \mu \delta$$

$$1 - \mu \delta < \bar{\psi}(v_{p-1} + \mu) < 1 - (\mu - 1) \delta.$$

Las cotas superior e inferior de ψ y $\bar{\psi}$ difieren en δ , en ambos casos, y por otra parte, no dependen de p . Quiere decir que dando a p los infinitos valores de que es capaz, ψ y $\bar{\psi}$ toman infinitos valores, *distintos* en virtud de IV, y todos comprendidos en el intervalo $[(\mu - 1) \delta, \mu \delta]$ para ψ , ó $[1 - \mu \delta, 1 - (\mu - 1) \delta]$ para $\bar{\psi}$. Imaginando entonces tomar en una recta, a partir del punto 0 hasta 1 (del punto 1 hasta 0) y en el sentido positivo (negativo) intervalos sucesivos iguales a δ (los que, naturalmente, no llenan todo el intervalo, por ser δ irracional), en cada uno de esos intervalos caen infinitos valores de la función ψ (de la función $\bar{\psi}$). La amplitud de esos intervalos es, según la [13], *siempre inferior a* $\frac{1}{2}$.

b) Para $n = \mu$, $h = v_{p-1}$, la fórmula [16] da:

$$\psi(v_{p-1} + \mu) - \psi(\mu) = v_{p-1} \delta - \sum_{\mu}^{v_{p-1} + \mu - 1} \theta(i),$$

$$\bar{\psi}(v_{p-1} + \mu) - \bar{\psi}(\mu) = v_{p-1} \bar{\delta} - \sum_{\mu}^{v_{p-1} + \mu - 1} \bar{\theta}(i).$$

Tomemos ahora $1 \leq \mu < v_1$. Teniendo en cuenta que, por la [18],

$$v_1 = v_p - v_{p-1} - \theta\left(\frac{p}{\delta}, \frac{p-1}{\delta}\right),$$

se ve que la sumatoria de la primera fórmula consta de $v_{p-1} + \mu - 1 - \mu + 1 = v_{p-1}$ términos, de modo que, siendo $\mu < v_1$, el máximo índice en esa sumatoria será $< v_1 + v_{p-1} = v_p - \theta\left(\frac{p}{\delta}, \frac{p-1}{\delta}\right)$,

o sea, en todos los casos, inferior a ν_p (pero $\geq \nu_{p-1}$). En esa sumatoria, las únicas $\theta(i)$ no nulas son, pues, $\theta(\nu_1)$, $\theta(\nu_2)$, ..., $\theta(\nu_{p-1})$, y la sumatoria vale $p - 1$. Entonces, por un razonamiento ya hecho, la otra sumatoria vale $\nu_{p-1} - (p - 1)$ y se tiene:

$$\begin{aligned}\psi(\nu_{p-1} + \mu) - \psi(\mu) &= \nu_{p-1} \delta - (p - 1), \\ \bar{\psi}(\nu_{p-1} + \mu) - \bar{\psi}(\mu) &= \nu_{p-1} \bar{\delta} - \nu_{p-1} + (p - 1),\end{aligned}\quad [19]$$

y los valores de los segundos miembros *no dependen de μ* . Lo que ocurra para ψ en el primer intervalo $(0, \delta)$ [para $\bar{\psi}$ en el intervalo $(1, 1 - \delta)$] se repetirá exactamente en cada uno de los intervalos subsiguientes, y en consecuencia nos bastará estudiar por ejemplo las diferencias $(\mu = 1) \psi(\nu_{p-1} + 1) - \psi(1)$, $\bar{\psi}(\nu_{p-1} + 1) - \bar{\psi}(1)$; o, lo que para nuestro objeto es equivalente, los valores de las nuevas funciones

$$\bar{\psi}_1(p) = \frac{\psi(\nu_p + 1)}{\delta}, \quad \psi_1(p) = 1 - \bar{\psi}_1(p).$$

Ahora bien: podemos probar que ψ_1 (ó $\bar{\psi}_1$) tiene las mismas propiedades I a VI (o VI') que ψ (ó $\bar{\psi}$). En efecto:

I) $\bar{\psi}_1(p)$ está definida solo para valores enteros (y no negativos) de p ;

II) Sus valores son siempre irracionales [salvo $\bar{\psi}_1(0)$];

III) Para todo p , según [19] y [17], es

$$p - \delta + \delta - p \leq \psi(\nu_p + 1) = (\nu_p + 1) \delta - p \leq p + \delta - p,$$

o sea:

$$0 \leq \bar{\psi}_1(p) = \frac{\psi(\nu_p + 1)}{\delta} \leq 1;$$

IV) Es $\bar{\psi}_1(p) = \bar{\psi}_1(q)$ cuando $\psi(\nu_p + 1) = \psi(\nu_q + 1)$, o sea, solo cuando $p = q$;

V) La diferencia $\Delta \bar{\psi}_1$ es:

$$\begin{aligned}\Delta \bar{\psi}_1 &= \frac{1}{\delta} [\psi(\nu_{p+1} + 1) - \psi(\nu_p + 1)] = \\ &= \frac{1}{\delta} [(\nu_{p+1} - \nu_p) \delta - 1] = \nu_{p+1} - \nu_p - \frac{1}{\delta}\end{aligned}$$

o, por las [18] y [17']

$$\Delta \bar{\psi}_1 = \nu_1 - \frac{1}{\delta} + \theta \left(\frac{p+1}{\delta}, \frac{p}{\delta} \right) = \left[1 - F \left(\frac{1}{\delta} \right) \right] - \\ - \left[1 - \theta \left(\frac{p+1}{\delta}, \frac{p}{\delta} \right) \right],$$

de modo que si ponemos

$$\bar{\delta}_1 = 1 - F \left(\frac{1}{\delta} \right) \quad , \quad \bar{\theta}_1(p) = 1 - \theta \left(\frac{p+1}{\delta}, \frac{p}{\delta} \right),$$

se tiene

$$\Delta \bar{\psi}_1 = \bar{\delta}_1 - \bar{\theta}_1(p).$$

y como $\bar{\theta}_1(p)$ solo puede valer 0 ó 1, será 0 cuando $\Delta \bar{\psi}_1 > 0$, es decir:

$$\bar{\theta}_1(p) = \begin{cases} 0 & \text{si } \bar{\psi}_1(p+1) > \bar{\psi}_1(p) \\ 1 & \text{» } \bar{\psi}_1(p+1) < \bar{\psi}_1(p) \end{cases}.$$

Finalmente:

VI y VI') es

$$\bar{\psi}_1(0) = 1, \bar{\psi}_1(1) < 1; \psi_1(0) = 0, \psi_1(1) > 0.$$

A las funciones $\psi_1, \bar{\psi}_1$ pueden aplicarse, por lo tanto, todos los razonamientos anteriores. En particular, ambas funciones admiten infinitos valores en cada intervalo de amplitud $\bar{\delta}_1$ ó $\delta_1 = 1 - \bar{\delta}_1$, el que resulte menor de los dos (y por tanto menor que $\frac{1}{2}$); supongamos, para fijar las ideas, que sea δ_1 . Como

$$\psi(\nu_p + 1) = \delta \bar{\psi}_1(p),$$

al intervalo $\bar{\delta}_1 < \frac{1}{2}$ de la función $\bar{\psi}_1(p)$ corresponde un intervalo $\delta \bar{\delta}_1 < \left(\frac{1}{2} \right)^2$ para la función ψ , en el cual habrá infinitos valores de ésta. Y así se puede continuar indefinidamente, resultando que ψ admite infinitos valores en todo intervalo de amplitud $\left(\frac{1}{2} \right)^k$, con k arbitrario, y tomando k suficientemente grande, ese intervalo puede

hacerse tan pequeño como se quiera. Resulta así, como queríamos demostrar, que *los valores de $\psi(n) = F(n\pi)$ se distribuyen densamente en todo el intervalo $(0, 1)$.*

Este teorema significa que, dada una $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$ con un número arbitrario de armónicos arbitrarios, es posible reproducir un sonido cualquiera dado de antemano en la octava fundamental, o bien exactamente, o bien con la aproximación que se desee. Más adelante veremos, como aplicación de este importante teorema ⁽¹⁾, que aumentando suficientemente el número de notas, las *comas* (que definiremos) podrán disminuirse todo lo que se quiera.

20. — Los desarrollos anteriores pueden presentarse bajo otro punto de vista, que nos llevará a interesantes consecuencias.

La expresión de una frecuencia cualquiera (reducida o no) de nuestra gama, puede expresarse (§ 14)

$$\nu = 2^{n_0} \cdot p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \dots p_r^{n_r}.$$

donde los enteros $n_1, n_2, \dots, n_r$ se han supuesto no negativos, mientras que n_0 puede tomar cualquier valor entero.

Ahora bien: no hay inconveniente en establecer para los exponentes $n_1, n_2, \dots, n_r$ un campo de variabilidad más amplio, admitiendo que pueden también asumir valores negativos. En efecto: ¿qué significado tendría un valor negativo de n_1 por ejemplo?

No hay que olvidar que la expresión ν , al mismo tiempo que una frecuencia, representa también un intervalo; o mejor dicho (pues las frecuencias de que se trata son siempre relativas) ν representa solamente un intervalo, medido desde la nota fundamental. En el caso de n_1 positivo, ese intervalo es hacia arriba, hacia las frecuencias más altas; y si n_1 es negativo, el intervalo se medirá hacia las notas más graves. Y lo mismo que se dice de n_1 puede decirse de $n_2, n_3, \dots, n_r$, separadamente o en conjunto. Así pues, la *admisión de valo-*

⁽¹⁾ El teorema, en su forma abstracta, no es sino un caso especial del *teorema de aproximación de Kronecker* (*Die Periodensysteme von Funktionen reeller Variablen*, Berichte d. K. Preuss. Ak. d. W. zu Berlin, 1884), precisado por Bohl, Sierpinski y Weyl en 1910, en el sentido de que la distribución de valores no es solo densa, sino *uniformemente densa* en el intervalo $(0,1)$. La demostración dada por nosotros permite también llegar a esta conclusión. Véase el trabajo de H. WEYL: *Über die Gleichverteilung von Zahlen mod. Eins.* Math. Annalen, t. 77 (1916), p. 313, donde se tratan cuestiones análogas, y se hacen interesantes aplicaciones geométricas y mecánico-estadísticas.

res negativos para los exponentes n_i solo significa que nuestra gama puede contener los mismos intervalos hacia abajo que hacia arriba.

La not fundamental viene a constituirse así en una especie de centro de simetría de la gama. Ya veremos más tarde las consecuencias de esta simetría.

Si medimos las frecuencias (o intervalos) en ω , esa medida será

$$\log_2 \nu = n_0 + \log_2 (p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \dots p_r^{n_r})$$

o sea, con la notación (3):

$$\log_2 \nu = n_0 + \sum_1^r n_i \pi_i. \quad [20]$$

Naturalmente, si convenimos, como siempre, en reducir las frecuencias a la octava fundamental, el entero n_0 , lo mismo que la parte entera de $\sum \pi_i n_i$, no tiene influencia alguna en la nota de que se trate.

Esto nos sugiere el siguiente procedimiento: el conjunto de números reales de la forma [20] (donde los π_i son irracionales dados, y las n_i , incluyendo n_0 , son enteros variables) puede ser dividido en clases de números *equivalentes*, llamando así a dos de los números [20] que solo difieren en un entero.

Cada número del tipo [20] pertenece así a una clase, que está determinada por los exponentes $n_1, n_2, \dots, n_r$, y solo a una (pues dos sistemas distintos de valores de $n_1, \dots, n_r$ dan, § 15, dos notas distintas).

Existe, pues, una correspondencia biunívoca entre las clases y los sistemas $n_1, \dots, n_r$, por lo cual no hay inconveniente en denotar a cada clase con el símbolo $(n_1, n_2, \dots, n_r)$ del sistema que le corresponde. Así por ejemplo: el símbolo $(0, 0, \dots, 0)$ corresponde a la clase

$$n_0 + \sum \pi_i \cdot 0 = n_0 \quad (n_0 \text{ arbitrario})$$

es decir, a la clase constituida por la nota fundamental y todas las que están con ella a intervalos de octavas justas.

La expresión [20], cuando $n_0, n_1, \dots, n_r$ tengan valores asignados, fijos, puede considerarse como un número *representante de la clase* $(n_1, n_2, \dots, n_r)$.

Sean ahora dos expresiones [20]:

$$n_0 + \sum \pi_i n_i, \quad m_0 + \sum \pi_i m_i,$$

representantes, respectivamente, de las clases $(n_1, \dots, n_r)$, $(m_1, \dots, m_r)$. La suma de los dos intervalos es

$$(n_0 + m_0) + \Sigma \pi_i (n_i + m_i),$$

que representa a su vez a la clase $(n_1 + m_1, \dots, n_r + m_r)$, y ésta no depende de los representantes elegidos, es decir, de n_0, m_0 , sino solo de las *clases*, es decir, de los sistemas $n_1, \dots, n_r; m_1, \dots, m_r$. Puede por tanto, con derecho, llamarse *suma* de las clases dadas. Es decir, que *dadas dos clases* $(n_1, \dots, n_r)$, $(m_1, \dots, m_r)$, llamamos *suma de ellas a la clase*

$$(n_1, \dots, n_r) + (m_1, \dots, m_r) = (n_1 + m_1, \dots, n_r + m_r), [21]$$

y esta suma goza evidentemente de las mismas propiedades, conmutativa y asociativa, que la suma ordinaria de números.

Análogamente podremos definir la *diferencia*:

$$(n_1, \dots, n_r) - (m_1, \dots, m_r) = (n_1 - m_1, \dots, n_r - m_r). [22]$$

Las *clase cero*, $(0, 0, \dots, 0)$ es la que sumada con cualquier otra da esta última; la diferencia de dos clases iguales es la clase cero. Si sumamos k veces (k entero y positivo) la clase $(n_1, \dots, n_r)$ consigo misma, obtenemos el *múltiplo* k de esa clase, que será evidentemente la clase $(kn_1, \dots, kn_r)$:

$$k (n_1, \dots, n_r) = (kn_1, \dots, kn_r). [23]$$

Es obvio cómo pueda extenderse la [23] para $k \leq 0$.

Las propiedades [22] y [23] de las clases expresan que:

- a) la *diferencia* de dos clases es otra clase;
- b) el *múltiplo*, o sea el producto de una clase por un entero, es otra clase.

Debido a estas dos propiedades, el conjunto de las clases constituye lo que se llama un *módulo* con respecto al campo E de los números enteros, o un *E-módulo*. Dos clases $(n_1, \dots, n_r)$, $(m_1, \dots, m_r)$ son iguales cuando las sumas $\Sigma \pi_i n_i$, $\Sigma \pi_i m_i$ difieren en un entero, lo que expresamos así:

$$\Sigma \pi_i n_i \equiv \Sigma \pi_i m_i \pmod{1}.$$

Claro es que las clases definidas en este § no difieren sino aparentemente de las notas $\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$ definidas en el § 14. Tenemos así una doble notación para esas notas:

$$\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r} = F(\sum \pi_i n_i) = (n_1, \dots, n_r). \quad [24]$$

La primera da la expresión efectiva, numérica, de la $\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$. La segunda es una expresión simbólica muy útil para lo que va a seguir.

Notemos solamente, por ahora, que el símbolo $(n_1, \dots, n_r)$ puede considerarse como representación de un *vector* r -dimensional, pues según [21] y [23] estos símbolos, en cuanto a su suma y su producto por un número (entero) siguen las mismas leyes que los vectores. Ya veremos más adelante la importancia de esta representación.

Solo hemos mencionado este hecho aquí, para justificar la denominación que introduciremos desde ahora, llamando *gama a r dimensiones* o *r -dimensional*, a toda $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$, que tiene r armónicos generadores (aparte del armónico 2).

(Continuará)

«*LISTRIODON DUPUYI*» Y SUS RELACIONES CON LOS TAPIRES

Por CARLOS RUSCONI

Entre las pocas especies del pampeano inferior que no figuran en artículos publicados en revistas de carácter científico se encuentra, por ejemplo, aquella pieza descripta con el nombre de *Listriodon Dupuyi*, en el diario «La Nación» del 26 de julio de 1916.

No hace mucho ⁽¹⁾ decía que esta pieza no debió pertenecer al grupo suilino pero que no pude expresarme en forma categórica por cuanto ignoraba las características de la misma y la fecha en que se había dado a conocer en el mencionado diario. Y este punto de vista se lo había expuesto también a mi maestro el malogrado sabio don Carlos Ameghino, quien después de algunos cambios de ideas se inclinó preferentemente hacia la tesis que yo sostenía.

Más recientemente, llegó a mis manos el número de «La Nación» arriba citado y en el que bajo el nombre de «Notas científicas» se hace una breve reseña de ciertas investigaciones paleontológicas relacionadas con el litoral marítimo al sur de la provincia de Buenos Aires, y además, se describe un nuevo mamífero con el nombre de *Listriodon Dupuyi*.

El diente, cuya fotografía aparece en la mencionada nota, es un molar inferior, posiblemente el primero o segundo del lado izquierdo, hallado al parecer, en el piso ensenadense de Miramar, por el señor José Dupuy, quien a su vez lo entregó al sabio don Carlos Ameghino para su estudio. Dicho órgano, que está visto por la superficie coronal, revela a todas luces que no ha pertenecido a un cerdo americano ni europeo sino a un animal muy distinto, esto es, a un verdadero tapir, tal como lo había previsto.

(1) CARLOS RUSCONI, *Distribución de los vertebrados fósiles del piso ensenadense*, en *Boletín de la Academia Nacional de Ciencias en Córdoba*, vol. XXXIII, pp. 183-215, Buenos Aires, 1936.

Muchos años después de realizado ese descubrimiento, fué hallado en esa misma zona de la costa atlántica (Punta Hermengo) otro diente similar que ha sido igualmente confundido con el de los listriodontes, que son cerdos extinguidos y de diversos niveles del terciario de Europa. Y este molar después de haberlo examinado, me dí cuenta también que correspondía a una nueva especie de tapir fósil que describí en su oportunidad ⁽²⁾.

Ahora bien; las leyes de nomenclatura zoológica no reconocen nombres genéricos, específicos, etc., de animales que hayan sido dados a conocer en notas periodísticas, debido a los graves inconvenientes que ello implica en la ordenación, fichaje, etc., en los catálogos científicos. Y por consiguiente, la especie « *Listriodon Dupuyi* » que no ha pertenecido al grupo suilino sino a otro muy distinto, carece, además, de toda protección para ser considerada como forma válida, cayendo desde luego, en la lista de los *nomina nuda*. En la nota periodística citada no se dan medidas de la pieza en cuestión, pero en el supuesto que la fotografía fuese en tamaño natural, es muy probable entonces que esa pieza haya pertenecido a otro individuo de *Tapirus australis* y al cual refiero.

(2) CARLOS RUSCONI, Nueva especie fósil de tapir en la Argentina « *Tapirus australis* » n. sp. con una nota sobre *Tapirus tarijensis* Amegh., (edición privada, pp. 1-12, Buenos Aires, 1928.

BIBLIOGRAFIA

DE LIBROS RECIBIDOS EN LA ACADEMIA DE CIENCIAS EXACTAS,
FÍSICAS Y NATURALES

Por C. C. D.

Fascículos editados por Hermann & Cía., de la colección de « Actualités Scientifiques et Industrielles » ($16\frac{1}{2} \times 25\frac{1}{2}$). Número de páginas y precios variables. París.

Nº 332. — NAHMIAS (M. E.), *Analyse des Matières au moyen des rayons X*. 46 páginas con varias figuras en el texto y tres láminas fuera de él. Precio: 15 francos. 1936.

El autor trae una noticia histórica del tema y trata sus aplicaciones en tres capítulos — previa una exposición del método « de los espectrogramas de los polvos cristalinos ». El primer capítulo se refiere a los análisis cualitativos, el segundo a los cuantitativos y el tercero a la evaluación de las dimensiones de los « cristalitos ». Vienen, al final, unos ejemplos y la bibliografía.

Nº 334. — RADU-TITEICA (M.), *Spectres de Vibration et Structure des Molécules Polyatomiques*. 68 páginas con varias figuras. Precio 18 francos. 1936.

Fascículo VII de la serie « Atomistique » dirigida por Jean Perrin.

Después de una Introducción explicativa, el autor, profesor en Bucarest, trata el punto de los espectros de vibración, reglas de selección; estructura de las bandas de vibración, fuerzas interatómicas en las moléculas. Se refiere, luego, a las moléculas triatómicas simétricas AB_2 (como ser CO_2 , CS_2 , COS , N_2O); a las triangulares simétricas AB_2 (H_2O , H_2S , H_2Se , SO_2 , ClO_2 , Cl_2O , NO_2 , Ozono O_3). Radicales triatómicos, etc. Al final una nutrida bibliografía.

Nº 338. — KOURTSCHATOV (I. V.), *Le Champ Moléculaire dans les Diélectriques*. (Le sel de Seignette). 48 páginas con algunas figuras. Precio: 12 francos. 1936.

Fascículo II de la serie « Exposés sur la Physique des Solides » dirigida por A. F. Joffé, director del Instituto Físico-Técnico de Leningrado.

Este folleto trae una serie de investigaciones realizadas, casi todas, en el citado Instituto, de mucho interés para la inteligencia de nuestras concep-

ciones sobre el estado sólido. Así lo explica el profesor Joffé en un Prefacio. Se exponen, luego, los primeros trabajos consagrados al estudio de las propiedades eléctricas de la llamada sal de Seignette; luego la polarización de los dieléctricos sólidos; el poder de polarización de los seignetoeléctricos fuera del dominio de la orientación espontánea; y, finalmente, las propiedades eléctricas de los seignetoeléctricos en dicho dominio.

Nº 339.— SOLOMON (J.), *Théorie du Passage des Rayons cosmiques à travers la Matière*, 65 páginas, con algunas figuras. Precio: 18 francos. 1936.

Es el fascículo VI de la serie « Exposés sur la Théorie des Quanta » dirigida por León Brillouin. El autor es doctor en Ciencias. Trae la confrontación de los resultados obtenidos relativos al paso de los rayos cósmicos a través de la materia, así como la de esos resultados con los datos teóricos actuales sobre esa cuestión. Dicho problema se nos aparece, actualmente, como muchísimo más complejo que lo que al principio los físicos habían imaginado. Al parecer, la mecánica cuántica no es con mucho rigor válida cuando se trata de grandes energías. El trabajo que trae este fascículo del profesor Solomón, es el desarrollo de una Conferencia del mismo dada en el *Collège de France*, en enero 1935; y busca precisar, para cada consecuencia de la teoría, el dominio dentro del cual ella puede verosimilmente adoptarse. Está dividido en cuatro capítulos que encaran, respectivamente, la pérdida en energía por colisión y por radiación; la absorción de la radiación electromagnética muy penetrante, y diversos otros procesos. No falta la bibliografía del tema.

Nº 340, 341, 342.— *Congrès International de Physique organisé par l'Union Internationale de Physique et la Physical Society*. Londres 1934. El primer fascículo se ocupa de los Rayos Cósmicos (48 pág., 2 figuras, 10 fr.); el segundo, de las Transmutaciones (84 pág., 18 fr.), y el tercero del Estado Sólido de la Materia (74 pág., 18 fr.); 1936.

El contenido es el siguiente. Fascículo 340: *Medidas de absorción de los electrones y de los fotones cósmicos* (Carl D. Anderson y Leth Neddermeyer). *El Efecto de latitud para los rayos cósmicos* (Pierre Auger y Leprince-Rinquet). *Algunas medidas de la radiación cósmica a gran altura* (íd.). *La Absorción de los rayos cósmicos* (P. M. S. Blackett). *Medida a muy gran altura de la influencia de la latitud sobre la intensidad de los rayos cósmicos*. *Ensayo de aplicación para el conjunto de los fenómenos cósmicos* (I. S. Bowen, R. A. Millikan y H. V. Neher). *Estudios a diversas alturas de los estallidos de la radiación cósmica* (A. H. Compton y R. D. Bennett). *Relaciones entre la radiación cósmica y las desintegraciones atómicas* (G. Hoffmann). *Algunos resultados del estudio de los rayos cósmicos* (B. Rossi). Al final una *Discusión sobre la radiación cósmica*.

Fascículo 341. Trae también los resúmenes de las numerosas memorias enviadas al Congreso y de las discusiones a que ellas han dado lugar sobre las Transmutaciones atómicas artificiales.

Los trabajos son los siguientes: *Electrodinámica cuántica* (Max Born). *Consideraciones teóricas sobre la emisión espontánea de rayos β* (G. Beck). *Las desintegraciones radioactivas de rayos β* (C. D. Ellis). *Problemas ge-*

nerales de estabilidad de los núcleos atómicos (G. Gamow). *Discusión sobre las emisiones espontáneas de rayos β* . *Radioactividad artificial producida por medio de bombardeos con neutrones* (E. Fermi). *La producción artificial de radioelementos* (Joliot-Curie). *Discusión sobre la radioactividad artificial*. *Desintegración fotoeléctrica del diplón* (H. A. Bethe y R. Peierls). *Transformaciones nucleares producidas por las partículas α y los neutrones* (J. Chadwick y N. Feather). *Transmutaciones producidas por protones y diplones de gran velocidad* (J. D. Cockcroft). *Rayos γ emitidos en las transmutaciones nucleares artificiales* (H. R. Crane y C. C. Lauritsen). *Transformaciones del litio, del hidrógeno pesado y del berilo por el bombardeo con los iones hidrógeno* (M. L. E. Cliphaut). *Discusión respecto de la desintegración y la síntesis de los núcleos atómicos*.

Finalmente, el fascículo 342, después de una Introducción General de Sir William Bragg* trae trabajos de Erich Huckel, F. Hund y Monteath Robertson, sobre la *Estructura de las moléculas y la red ideal*, con la discusión sobre ese tema. Otros de P. P. Ewald y M. Renninger, Alejandro Goetz, A. Joffé, E. Orowan, A. Smekal, sobre *Los apartamientos entre las estructuras cristalinas reales y las ideales*; y la discusión del tema. Trabajos de W. G. Burgers y E. Schmid sobre la *Plasticidad y endurecimiento de los cristales por deformación* y la discusión sobre ese tópico.

Nº 363. — FORTAT (RENÉ), *L'Effet Zeeman dans les Spectres de Bandes*. 40 páginas con algunas figuras y una lámina fuera del texto. Precio: 12 francos. 1936.

Fascículo III de la serie « Exposés de Magneto-Optique » publicada con la dirección de A. Cotton.

Después de una Introducción, el autor se ocupa sucesivamente de las moléculas rígidas, del efecto Paschen-Back, de los acoplamientos intermedios, de la liberación del acoplamiento con el eje de la molécula y de los efectos Zeeman irregulares. La conclusión es que, contrariamente a lo que se ha pensado durante mucho tiempo, los espectros moleculares son tan sensibles al campo magnético como lo son los espectros atómicos; y si los conocimientos sobre el efecto Zeeman son, en ellos, menos extensos es sobre todo, debido a la dificultad de las observaciones, ya que las fotografías exigen excesivas duraciones de exposición.

El estudio experimental del efecto Zeeman no ha rendido tan buenos resultados como en los espectros atómicos; pero puede darlos en la actualidad, pues se sabe, ahora, vincular los diversos aspectos observados en la naturaleza lo mismo que la estructura de los niveles extremos, tomando en consideración los cambios de acoplamiento, con el número de orden de las rayas.

Nº 365. — ALLARD (G.), *Polarisation Diélectrique*. 28 páginas. Precio: 10 francos. 1936.

Fascículo XV de « Théories Chimiques », serie dirigida por G. Urbain.

Se trata de aplicaciones a la química, de las teorías modernas sobre la estructura molecular. El autor, doctor en Ciencias, dió una conferencia en el Conservatorio Nacional de Artes y Oficios de París; y es el texto de dicha conferencia lo que trate este folleto.

Estando toda molécula constituida por partículas electrizadas, se concibe fácilmente que su comportamiento en un campo eléctrico puede dar informaciones interesantes respecto de su estructura. Ese comportamiento está revelado solo por un dato experimental o sea el poder inductor específico, o constante dieléctrica, relación entre la inducción eléctrica y el campo eléctrico.

El autor expone la Teoría de Clausius-Mosotti, Teoría de Debye, Medida de los momentos eléctricos. Resultados experimentales: gas clorídrico, compuestos orgánicos; caso del agua (molécula triangular); derivados aromáticos: ley de aditividad vectorial. Generalización. Fenómenos de libre rotación: momento eléctrico variable.

Nº 366. — EMSCHWILLER (GUY), *Les Données Spectrales*. 45 páginas, 20 figuras en el texto y en una lámina fuera del texto. Precio: 12 francos. 1936.

Es el fascículo XIV de la misma serie mencionada en la noticia precedente relativa al Nº 365.

El autor, profesor en la Escuela francesa de Física y Química, trata sucesivamente: los fotones; espectros continuos y discontinuos; la relación Bohr-Einstein; la estructura de los átomos (de hidrógeno y otros, valencia, multiplicidad espectral y número de electrones célibes); los espectros moleculares (de rotación pura, de vibración-rotación, electrónicos, cálculo de las distancias entre los núcleos, de las frecuencias de vibración, efecto Raman); resultados de los estudios de los espectros moleculares (descubrimiento de nuevas moléculas, revelación de los isótopos); formas de las moléculas y distancias entre núcleos (moléculas bi, tri y tetra atómicas, radios de vinculación entre átomos); las frecuencias de vibración moleculares; estados electrónicamente excitados de las moléculas, disociación de las moléculas por vibración y primer tipo interpretable de espectros continuos; estados de repulsión atómica permanente y segundo tipo de espectros continuos; predisociación y deformación de las moléculas.

En este folleto están, pues, especificados cuáles son los conocimientos que, respecto de la constitución de las moléculas y del mecanismo de sus transformaciones aportan, en la actualidad, los estudios espectrales.

Nº 373. — FROUMKINE (A.), *Couche double Electrocapillarité, Surtension*. 36 páginas, varias figuras, dos láminas fuera del texto. Precio: 10 francos. 1936.

Fascículo I de la serie « Phénomènes Superficiels », dirigida por el autor, Alejandro Froumkine, de la Academia de Ciencias de la U. R. S. S.

Se trata de una conferencia dada en París en noviembre 1935 (Instituto Henri Poincaré, semana franco-soviética).

De la exposición del autor parece desprenderse que la introducción de la noción de la capa doble en el estudio de los problemas electro-químicos, puede ser fructífera. Pero aun estamos en los comienzos de la aplicación de esas ideas a la electroquímica.

Por lo demás, en la tabla bibliográfica que termina el folleto, se tiene donde buscar informaciones útiles.

Nº 374. — RUMPF (P.), *La Théorie de l'Ion Amphotère*. 52 páginas con algunas figuras. Precio: 12 francos. 1936.

Fascículo XV de « Théories Chimiques », serie dirigida por G. Urbain. La disociación electrolítica de los ácidos pone en libertad iones-hidrógeno; se llama *base* a toda sustancia que disminuye la actividad de esos mismos iones en su medio. Algunas moléculas orgánicas poseen simultáneamente, uno o varios agrupamientos ácidos y, por lo menos, uno básico. Se les llaman *anfólitos*. En un medio fuertemente alcalino sólo los agrupamientos ácidos están ionizados — y todos lo están. El autor explica lo que se llama *punto isoeléctrico*. La *teoría del ion anfótero* admite que las soluciones, y aún los cristales de anfólitos, encierran, a veces, iones múltiples, llevando, en diversos átomos de una misma molécula, cargas positivas y negativas. Y así en la *Introducción* de este folleto el autor, ingeniero y doctor en Ciencias, P. Rumpf, expone las nociones preliminares necesarias. Luego, en un primer capítulo, trata la existencia del ion anfótero, mientras que, en otro capítulo, desarrolla lo relativo a esos iones y a las constantes dieléctricas de las soluciones. Finalmente trae el cálculo de las diversas constantes de disociación y de la relación entre la actividad de los iones anfóteros y la de las moléculas no cargadas, en las soluciones de anfólitos. Se formulan conclusiones y se da un índice bibliográfico.

Nº 399 y 400. — FREYMANN (R.), *Les Ondes Hertziennes et la Structure Moléculaire*. Dos fascículos de 40 y 64 páginas, con algunas figuras. Precio: 10 y 15 francos, respectivamente. 1936.

Constituyen los números IV y V de la serie « Exposés de Chimie-Physique » dirigida por E. Darmais.

El fascículo 399 se ocupa de los *métodos de estudio del espectro hertziano*; el 400 de la *absorción y dispersión en el espectro hertziano; y aplicaciones*.

En una *Introducción*, el doctor en ciencias R. Freymann explica su objeto, que es, especialmente, agrupar los resultados, aun restringidos, relativos a las variaciones de las propiedades dieléctricas de las sustancias respecto de la longitud de onda. La *Primera Parte* comprende dos capítulos y una Bibliografía. Trata la *Producción de las ondas hertzianas* y los *Métodos de estudio de la estructura molecular por medio del espectro hertziano*.

La *Segunda Parte* (folleto 400) comprende también dos capítulos, y una bibliografía. Estudia los fenómenos de absorción y de dispersión anormal en el espectro hertziano. Se exponen la teoría y los resultados experimentales. Ambos parecen confirmar cualitativamente, la influencia selectiva de la longitud de onda sobre el calentamiento de las sustancias biológicas.

NOTICIARIO

POR E. R.

Entre las conferencias llevadas a cabo en el salón de actos del Colegio Nacional de La Plata, pertenecientes al ciclo de extensión universitaria organizado por la presidencia de la Universidad Nacional de La Plata, fué de especial interés la del profesor señor Angel Cabrera, que desarrolló el tema «La extinción de las faunas actuales y responsabilidad del hombre en el epílogo del cenozoico».

El orador, después de exponer a grandes rasgos las características paleontológicas de la era cenozoica y de los períodos que la compusieron, sostuvo que las faunas hoy existentes son lo que queda de las faunas pleistocenas, empobrecidas como resultado de las glaciaciones cuaternarias en el hemisferio septentrional y de otros fenómenos paralelos a aquéllas en el meridional, añadiendo que en el momento actual asiste la humanidad a la agonía de ese remanente, o, lo que es lo mismo, a la del cenozoico o era de los mamíferos y las aves.

A este propósito dijo:

De un par de siglos a esta parte ha comenzado para los mamíferos y las aves del mundo una nueva época de extinción. Numerosas especies todavía abundantes hace 100 ó 200 años, han desaparecido por completo y muchas más están en camino de desaparecer. Pero ahora la causa de la extinción ya no está en glaciaciones ni tampoco en grandiosas catástrofes geológicas; ahora el factor de destrucción es el hombre, y coneretando más, el hombre civilizado. Mientras para combatir a los animales sólo dispuso de armas primitivas, la humanidad no se aventuró a la lucha sino obligada a ella, bien para defenderse de las especies feroces o bien para atender a sus más perentorias necesidades. Los esquimales en el Artico y los fueguinos en el Antártico tenían entre sus principales actividades, la caza de focas y de cetáceos; pero no son ellos, ciertamente, los responsables de la progresiva desaparición de las ballenas y de los lobos marinos. La destrucción de la especie animal en la época actual es consecuencia, por un lado, del perfeccionamiento de las armas, y por otro, de los intereses de la civilización, que se diría son incompatibles con la naturaleza. Entre estos intereses figuran las industrias a base de productos animales y, sobre todo, la utilización de estos productos como artículos de lujo y ostentación, como ocurre con las pieles llamadas finas.

Expresó luego que cuando se lee que sólo en un año los mercados peleteros del mundo han recibido de sus proveedores los cueros de 1.210.726 armiños, o de 5.109.180 ardillas, es imposible dejar de preguntarse cómo es que quedan todavía ardillas y armiños en el mundo.

Más adelante el orador expuso distintos casos de extinción de especies de mamíferos y de aves, haciendo ver el peligro en que están algunas de nuestras fauna nativa, entre ellas el guanaco, por la despiadada persecución de que son objeto los chulengos, a cuyo propósito presentó testimonios de los pobladores de la Patagonia, probando que los guanacos están lejos de ser tan dañinos como suele decirse y que mucho más lo son los chulengueadores.

A continuación habló de los esfuerzos que diferentes gobiernos y entidades particulares están haciendo para evitar que continúe la desaparición de especies autóctonas en sus respectivos territorios y de las dificultades con que para ello se tropieza. Señaló como el sistema conservativo de mejores resultados el de las reservas y parques nacionales, refiriéndose a lo que en este sentido se viene haciendo en algunos países, y haciendo la crítica de lo que se ha empezado a hacer en el nuestro, y censuró especialmente la introducción en el parque de Nahuel Huapí de plantas y animales exóticos, criterio opuesto al seguido en todas las demás naciones, y del que resultará —dijo— « un parque zoológico suelto, un jardín de aclimatación o cualquier otra cosa, menos un verdadero parque nacional; porque lo que así se llama en todas partes no es un parque cualquiera, propiedad de la nación, sino un santuario de la naturaleza nacional, donde se ofrece al visitante el espectáculo de la fauna y flora nacionales en toda su virginidad ».

El profesor Cabrera terminó su disertación indicando la parte que corresponde a los educadores en la tarea de salvar la naturaleza nativa, para lo que deben inculcar en la juventud la idea de que ella es una propiedad de la patria que hay que defender y proteger.



A partir de junio de 1936, la Biblioteca de la Sociedad Científica Argentina, ha aumentado el número ya considerable de revistas científicas que recibe, con las siguientes, elegidas, no sólo por su importancia, sino también por tratarse de publicaciones que no son recibidas en ninguna Biblioteca Pública del país:

The Institute of Metals (Londres).

Oel und Khole (Hamburgo).

Les Matières Grasses. La Pétrole et ses Dérivés (Paris).

The Journal of Chemical Physics (Nueva York).

American Wood Preservers Association. Proceedings (Chicago).

Wasserwirtschaft und Technik (Viena).

Estas revistas no son obtenidas por canje, sino mediante suscripciones que se pagan con fondos aportados voluntariamente por un grupo de socios. La cuota mínima anual se ha fijado en 5.00 \$ $\frac{m}{n}$, y se espera que la incorporación de nuevos adherentes a esta iniciativa, permita ampliarla, con la adquisición de otras publicaciones.



Según noticias publicadas a fines de 1936 en Montevideo, se han iniciado grandes trabajos de carácter hidráulico, los mayores hasta la fecha en el Uruguay, y posiblemente, en otras naciones sudamericanas, con el fin de drenar y desaguar enormes extensiones de terrenos bajos y pantanosos, transformando así en campos útiles para la agricultura, a una zona de más de 500.000 hectáreas de bañados.

Al frente de las obras se halla el ingeniero F. Martínez, quien ha formulado entre otras, las siguientes declaraciones:

La extensión directamente perjudicada por las aguas, aunque en grado variable, alcanza en la zona del este a 550.000 hectáreas distribuidas en los departamentos de Rosario, Lavalleja, Treinta y Tres y Cerro Largo, encontrándose la mayor parte, unas 380.000 hectáreas, en el departamento de Rocha.

La importancia de este asunto frente a la economía nacional se pone de manifiesto advirtiéndose que 500.000 hectáreas representan el 70 por ciento del total de tierras cultivadas actualmente con cereales y oleaginosas de todo el país. Esto, sin considerar que de ellos, 120.000 resultarán regadas en el futuro. El canal número 1, cuya construcción se inició el año pasado, es la primera de un conjunto de obras comprendidas en el « plan de desagües del departamento de Rocha ».

Este plan de desagües tiene por finalidad eliminar las inundaciones en dicho departamento y constituye una primera etapa del plan económico general para la zona del este.

En una segunda etapa, cuya realización estará condicionada a razones de oportunidad, las mismas aguas que hoy desvalorizan esos territorios en vez de ser eliminadas hacia el mar o hacia la laguna Merim, serán almacenadas en lagos artificiales obteniéndose riego en gran escala, fuerza hidráulica por muchos miles de caballos, navegabilidad en gran parte de la red hidrográfica interna, etcétera.

Es decir, que mediante las obras de la segunda etapa esas aguas, hoy tan perjudiciales, serán transformadas en un dócil y fecundo instrumento al servicio del engrandecimiento nacional.

La primera etapa, con un costo aproximado de 2.000.000 de pesos, arrojará un beneficio líquido directo de unos 8 millones de pesos, sólo por concepto de valorización territorial.

La segunda etapa, control de crecidas y regularización hidráulica, exigirá una inversión de 7.000.000 de pesos en obras y arrojará un beneficio de 40.000.000, sólo por concepto del rubro de riego.

LA COCHINILLA *NEOCOELOSTOMA XEROPHILA* HEMP.
PRODUCTORA DE «LACA» ⁽¹⁾

POR R. BAZAN Y P. KÖHLER

(Con 4 láminas)

Parodiando el antiguo proverbio que reza: «De la discusión nace la luz», podríamos decir con igual verdad que «de la curiosidad nace la luz»; y tendríamos aquí una de sus mejores demostraciones prácticas.

(¹) A nuestro requerimiento el Ing. CARLOS A. LIZER Y TRELLES nos ha dirigido la carta que transcribimos a continuación: «Señores Pablo Köhler y Ramón Bazán. — Estimados amigos: La cochinilla que ustedes han estudiado es la *Neocoelostoma xerophila* Hemp.

La primera vez que trabé relación con este cóccido fué en 1911; el profesor Dr. Juan A. Domínguez, me obsequió con algunas ramitas de «tusca» en las cuales se hallaban adheridos habitáculos vacíos; además recibí del mismo profesor una sola hembra adulta, material insuficiente para efectuar una buena descripción, pero suficiente para demostrarme que se trataba de una especie desconocida para la ciencia. El Dr. Domínguez recibió los ejemplares del señor Gustavo Niederlein, quien los recogió en plantas de «tusca» (*Acacia farnesiana* Willd.) y «churqui» (*Acacia atramentaria* Benth.), en estación Perico, F.C.C.N., provincia de Jujuy, el 30 de abril de 1908.

Posteriormente ingresaron en mi colección coccidológica las muestras siguientes: del naturalista Pedro Jörgensen, ramas de *Acacia moniliformis* Gris., procedentes de Andalgalá, provincia de Catamarca, abril de 1914; del Ing. Eduardo Molina, ramillas de «tusca» y «brea» (*Cercidium praecox* (R. et Pav.) Harms.), procedentes de Córdoba; en el rótulo escribió el donante «cochinilla muy común en La Rioja, Salta, Catamarca, Santiago del Estero y San Luis». Lo manifestado por el Ing. Molina lo he comprobado en mis viajes por las referidas provincias.

En mi expedición al Chaco boliviano, realizada en 1917, encontré también la «tusca» parasitada por el mismo cóccido; los ejemplares recogidos en noviembre de aquel año, proceden de plantas halladas en el camino entre Villa Montes y Aguaray. Debo agregar que en todas las muestras habidas sólo aparecían habitáculos vacíos.

Lo singular de este caso es que al mismo tiempo que los autores de este trabajo, efectuaban las observaciones, el profesor Adolfo Hempel, recogía en São Paulo,

El señor Telmo Moya Morales, consecuente con su inquieta curiosidad y afán de investigar y conocer los secretos de la fauna entomológica de nuestro país, nos remitió al laboratorio de Zoología Agrícola del Ministerio de Agricultura, el año 1931, y entre un nutrido material de estudio de otra índole, algunas ramitas de « tusca » (*Acacia farnesiana* Willd.) atacadas por una de las cochinillas útiles que poseemos en el país. Solicitaba su identificación y estudio.

El envío de abundantes muestras, así como de una serie de datos y observaciones interesantes, que posteriormente nos suministró el señor Moya, y que vinieron a llenar una necesidad indispensable para esta clase de investigaciones, nos ha proporcionado la oportunidad de iniciar y llevar adelante el estudio de las características anatómicas y biológicas de los distintos estados de tan interesante cóccido.

Aun cuando no poseemos datos concretos sobre la abundancia de esta cochinilla en el país, lo que nos daría la pauta de su posible explotación industrial, sabemos que ella se encuentra bien difundida en nuestras provincias norteañas. Ha sido señalada al Norte de Córdoba y como ambas regiones pertenecen a la zona xerófila, favorable a la vida y evolución del insecto en cuestión, es de suponer que su área de dispersión se extienda a toda la región Norte con esta misma característica, siempre que la *Acacia farnesiana* y otras plantas huéspedes, se críen y multipliquen normalmente.

Damos a continuación la descripción anatómica del insecto en sus varios estados, así como los datos biológicos que hemos podido obtener, a pesar de las condiciones poco favorables en que se realizó la crianza.

marzo de 1931, los primeros ejemplares en *Piptadenia falcata* Benth., que le sirvieron para las descripciones del género y especie nuevos, aparecidos en el volumen 2, páginas 310-312, de la « Revista de Entomología », marzo de 1932, Sao Paulo, Brasil.

El género *Neocoelostoma* se coloca sistemáticamente en la familia *Margarodidae*, subfamilia *Coelostomidiinae*, tribu *Coelostomidiini*, los tres erigidos por Morrison.

La característica más saliente del género, que lo distingue de los otros de la tribu, es el disco anal fuertemente quitinizado de la hembra preadulta. Es vecino de *Coelostomidia* Cockl., por la falta de quitina en la extremidad abdominal de la larva, pero se aparta del mismo género por la presencia de dos pares de pelos terminales en el abdomen de la larva. — Saludo a ustedes muy atentamente ».

MACHO

Es de ocho mm. de largo; color general del cuerpo rosado rojizo con alas negruzcas que presentan líneas rojas, negras y blancas.

Faz dorsal.—La cabeza de color básico; los ojos facetados son negros; los ocelos rojos. La antena consta además del escapo, de nueve artículos cilíndricos, alargados y de color negro. El escapo es el artejo más corto; algo más ancho que alto y su espesor supera en una mitad al del primer artículo. Este tiene casi doble largo que el escapo; el segundo artículo mide casi tres veces el largo del artejo básico; el 3º, 4º y 5º, de iguales dimensiones que el anterior. El 6º, 7º y 8º algo más cortos que los anteriores, son aproximadamente iguales entre sí en su largo, pero decrecen progresivamente en espesor. El último artículo (9º), tan largo como el primero, es el más delgado de todos y termina casi en punta. Los nueve artículos antenares están colocados excéntricamente sobre el escapo. Las partes membranosas que unen los artículos antenares entre sí son de color rojo subido lo mismo que la articulación con el escapo. Toda la superficie de los diez artejos está cubierta con finos pelos rojizos de un largo mayor que la mitad de los mismos.

El protórax es de forma trapezoidal, con sus dos bordes laterales muy inclinados, siendo ambos más largos que el borde anterior; los ángulos posteriores bien redondeados. Sobre el borde anterior del protórax se observa una mancha negra de forma triangular que ocupa con su base cerca de un tercio del ancho total y con el vértice dirigido hacia atrás. Cerca de los bordes laterales y paralelas a los mismos corre a cada lado una línea negra antemarginal que no llega con sus extremos a tocar las márgenes anterior y posterior. En el centro del protórax corren transversalmente dos surcos paralelos con las terminales dirigidas hacia atrás.

El mesotórax es de forma irregular y lleva una gran mancha negra que lo cubre en su mayor parte. A su vez en el centro de esta mancha negra se observa una mancha alargada en sentido transversal y del color básico. Sus contornos y tamaño son variables en los distintos ejemplares observados. Cerca del borde posterior de la mancha negra existen dos puntos rojos simétricamente colocados.

El surco que separa el meso del metatórax es igualmente de color negro. El metatórax se asemeja a los primeros segmentos abdomi-

nales. Los tres últimos segmentos abdominales se diferencian de los anteriores por los largos apéndices carnosos que llevan lateralmente y cuya longitud puede sobrepasar en muchos ejemplares el ancho mayor del abdomen.

En los segmentos abdominales se observan tres filas de manchitas negras que dividen todo el abdomen en cuatro fajas longitudinales de un ancho igual. Estas manchitas son de forma triangular con su base apoyada en el borde posterior de cada segmento y su vértice dirigido hacia atrás. En cada manchita hay un hoyuelo diminuto. El tamaño de estos dibujos negros es muy variable en los distintos individuos, sobre todo los de la fila central. Los de los últimos segmentos son muy pequeños.

Toda la superficie del insecto con excepción de las alas y los apéndices, está cubierta de finos y cortos pelos de color rojizo.

Faz ventral.— Entre los ojos compuestos existe una mancha rombiforme, negra, cuya punta inferior está subdividida en dos ramas que se extienden hacia fuera continuándose en línea curva hasta terminar en un punto negro. Estas líneas negras marcan a su vez, el margen anterior del protórax. La boca está marcada por un punto negro dispuesto debajo de la mancha bifurcada.

El protórax está separado en dos mitades por un surco longitudinal, que empieza cerca de la boca; más atrás se bifurca hacia los bordes laterales. En el mesotórax hay una mancha negra transversal dilatada en el centro hacia adelante y hacia atrás con dos curvaturas opuestas muy pronunciadas. El metatórax lleva una pequeña marca negra en su margen anterior con la convexidad dirigida hacia atrás. Los segmentos muestran las mismas características y manchitas negras que en la faz dorsal.

Alas anteriores.— Son de color gris oscuro; las radiales de color negro; en su borde anterior se apoya una línea roja que va perdiendo dicho color al aproximarse al margen anterior, para tornarse gris oscuro. Todo el campo entre las radiales y el borde muestra un matiz rojizo que se intensifica hacia la nervadura. La nervadura mediana es de color negro. Entre estas dos nervaduras y equidistante de ambas corre una línea blanca transparente; otra línea igual se extiende debajo de la mediana arrancando de la unión de las dos nervaduras y corriendo paralela a la mediana y muy cerca de ella.

Las nervaduras sobresalen del plano de la superficie alar mientras que las líneas blancas representan depresiones lineales.

Toda la superficie del ala es rugosa. Cerca de su raíz existe una proyección membranosa, el clavus, que termina en un listón quitinizado con una concavidad dirigida hacia la faz ventral; en este listón se engancha el ala posterior.

Ala posterior.—Muy diminuta, mide la duodécima parte del ala anterior; se asemejaría más a un balancín de díptero si no fuera por la presencia de 5 ó 6 ganchos colocados en su ápice. Estos ganchos paralelos son tan largos como la mitad del ancho del ala; son derechos en dos tercios de su largo y después doblados fuertemente hacia arriba.

Datos biológicos del macho.—No habiendo tenido la oportunidad de observar personalmente al macho durante el acto de la fecundación, los datos que podemos consignar en este trabajo los debemos a la gentileza del Sr. Telmo Moya quien asegura que el macho fecunda a la hembra mientras ésta queda todavía en su habitáculo y la cópula se efectuaría a través del orificio del habitáculo femenino.

De acuerdo con estas manifestaciones de nuestro informante, el macho abandonaría su albergue mucho antes que la hembra. Este hecho ha sido confirmado por nuestras observaciones en el laboratorio, donde hemos presenciado la liberación de innumerables hembras del material en observación, durante un período de dos meses, sin haber obtenido un solo macho. Además los huevos puestos por estas hembras dieron nacimiento a innumerables larvas, de donde concluimos que cuando se hizo su recolección estaban ya fecundadas.

He aquí las medidas del macho y las parciales de sus patas y antenas:

Medidas del macho

Largo total (variable)	8	mm.	
» de la antena	3.5	»	
» » » pata anterior (P ₁)	2463	μ	
» » » » mediana (P ₂)	2519	μ	
» » » » posterior (P ₃)	2673	μ	
» del ala anterior	3.8	mm.	
» » ala posterior	0.4	»	(415)

*Parciales de la medida de las patas
en μ*

Largo	P ₁	P ₂	P ₃
Coxa.	209	220	330
Trocánter	275	275	275
Fémur	660	649	660
Tibia	891	913	946
Tarso	352	385	396
Uña	66	77	66
Total	2453	2519	2673

*Parciales de la medida
de la antena en μ*

Escapo.	143
Pedicelo	242
Artículo 1°	462
» 2°	418
» 3°	440
» 4°	451
» 5°	429
» 6°	396
» 7°	297
» 8°	286
Total	3564

HEMBRA

Cuerpo globuloso, de forma oval color ocráceo anaranjado; mide término medio 7.5 mm. de largo por 5 mm. de ancho cuando está en reposo. Este tamaño varía enormemente cuando el insecto está en movimiento. La cabeza y el protórax que forman como una sola pieza están separados del mesotórax y éste a su vez del metatórax por surcos bien pronunciados. Los segmentos abdominales en número de ocho, están también perfectamente separados unos de otros por surcos profundos, casi paralelos.

Toda la superficie del cuerpo, tanto en la faz superior como en la inferior, está cubierta de finísimos y cortos pelitos de color anaranjado, así como de discos ciríparos distribuídos regularmente.

Faz dorsal.—Sobre esta faz corren 4 surcos longitudinales que arrancan del metatórax y se extienden hasta el penúltimo anillo abdominal; dos de éstos son subdorsales, los otros dos, simétricos, ánteromarginales. Estos surcos dividen el abdomen en cinco zonas longitudinales; la mediana es algo más ancha que las cuatro laterales que son de un ancho aproximadamente igual. El último segmento abdominal termina truncado y algo cóncavo. Lateralmente de esta concavidad salen dos puntas pequeñas.

Sobre la cabeza existen dos ocelos redondos, algo sobresalientes y de color pardo oscuro. Detrás de éstos y como delimitando la cabeza

existe un surco en forma de V, cuyos brazos corren hacia los ocelos y terminan a corta distancia de ellos.

En la región que podríamos llamar protorácica y cerca de su borde posterior, existe una depresión mediana, antemarginal; cerca de cada borde corre un surco de doble sinuosidad; en la parte mediana, simétricamente y a igual distancia de las demás depresiones protorácicas hay dos hoyuelos relativamente pequeños.

Faz ventral. — Nótese las mismas divisiones transversales de la faz dorsal. Las antenas están implantadas dentro de dos cortas depresiones longitudinales, separadas entre sí por una cresta carnosa en forma de ancla que se dilata hacia atrás de las antenas, formando una elevación semilunar a cada lado. Esta carnosidad termina en los surcos correspondientes al aparato bucal degenerado. Este consiste en un profundo surco longitudinal, bifurcado anchamente hacia la carnosidad ya mencionada y unido en su parte inferior a otro surco transversal convexo que, a su vez, se basa sobre la parte interior de un segundo surco transversal cóncavo, dos veces más largo que el anterior. Entre este surco y los ramales anteriores del bucal se encuentran dos concavidades donde va insertado el primer par de patas. Casi en los extremos del surco cóncavo y cerca del surco divisorio del meso y metatórax hay dos depresiones que alojan el segundo par de patas. El tercer par de patas está situado en concavidades que existen en el segmento metatorácico, muy próximas a la unión del tórax con el abdomen.

Partiendo del metatórax y siguiendo la curvatura del borde lateral existe un profundo surco antemarginal un poco más adentro de la línea de los estigmas. En los primeros cuatro segmentos abdominales se encuentran depresiones triangulares con la base en el borde posterior de los segmentos. Una depresión en forma de cruz deformada se encuentra en el metatórax, terminando sus dos brazos inferiores antes de llegar a las concavidades de las patas posteriores.

Antenas. — De color pardo ocráceo, constan de diez artículos que van engrosando y acortándose hacia el escapo; éste mide casi dos veces la altura y ancho del primer artículo y tiene el borde anterior bien reforzado y quitinizado; forma un armazón de color pardo y se proyecta hacia adelante formando dos puntas opuestas que sirven de base a la antena. Esta forma de fijación da a la antena una gran movilidad. Cada artículo antenar muestra en su base un

anillo quitinizado de un matiz más oscuro, como el descrito para el escape. El último artículo de forma ovoidea, es dos veces más largo que el anterior y presenta varias filas de cerdas, mientras que los demás artículos poseen solamente una fila cada uno. También el escape presenta cerdas, pero no están dispuestas en fila como en los artículos, sino distribuídas irregularmente.

Pata anterior. (P_1). — Del mismo color que la antena. El coxal es triangular con la base bastante acanalada; todos sus bordes son reforzados y más oscuros, en forma análoga a la estructura de la antena. De la margen anterior nacen dos procesos quitinosos oscuros que sirven de base al trocánter; también éste es triangular y tiene todos sus bordes reforzados, aunque el anterior en menor grado. La base del trocánter se prolonga en dirección a la base alargada del coxal y toda la superficie interior de esta parte está encerrada por una fina membrana, de tal modo que el conjunto de estos bordes prolongados forman un receptáculo donde puede resguardarse la pata encogida. El fémur, con los bordes anterior y posterior reforzados tiene —visto de lado— una forma trapezoidal. La tibia de igual largo que el fémur, algo más delgada y sin mayor quitinización. El tarso es simple, aproximadamente $2/3$ del largo de la tibia; se estrecha hacia su extremidad posterior hasta terminar en una uña fuerte y curvada que en su base es tan ancha como la extremidad del tarso. El largo de la uña es casi igual a la mitad del largo del tarso.

Pata mediana. (P_2). — Es en su estructura igual a la anterior con excepción de la base del coxal que es más alargada. La quitinización en P_2 no es continua como en P_1 , sino interrumpida. En esta pata existe también un refuerzo quitinoso de la base de la tibia.

Pata posterior. (P_3). — Se asemeja más a P_1 y la única diferencia consiste en el mayor reforzamiento de la prolongación basai del coxal.

Toda la superficie de las patas está cubierta con abundantes pelos finos y cortos que cubren todos los artículos menos las partes membranosas.

Respecto de la quitinización de la base de las patas conviene tener presente que existe cierta variabilidad, encontrándose ejemplares con mayor o menor extensión y espesor del refuerzo.

Medidas de la hembra

Largo total (variable).	7.5	mm.
Ancho mayor (variable).	5	»
Largo de la antena	957	μ
Largo de la pata anterior (P ₁).	1727	μ
Largo de la pata mediana (P ₂)	1914	μ
Largo de la pata posterior (P ₃)	2038	μ
Diámetro exterior del tubo ciríparo	12.25	μ
Diámetro interior del mismo.	5.25	μ

Parciales de la medida de las patas en μ

Largos	P ₁	P ₂	P ₃
Coxa.	176	242	242
Trocánter . . .	198	209	220
Fémur.	517	528	528
Tibia.	473	528	575
Tarso	275	308	341
Uña	88	99	132
Totales.	1727	1914	2038

Observaciones biológicas de la hembra. — Mientras el insecto permanece dentro del habitáculo resinoso, da una sola manifestación de vida y consiste en la emisión de un largo y delgado filamento ceroso, blanco, en cuyo extremo libre se observa a menudo una diminuta gotita de un líquido transparente. Esta secreción filiforme sale del ano de la larva y pasa a través de la abertura redonda que existe en la parte posterior del habitáculo, o punta opuesta a la de fijación. Esta misma abertura es la que, según los datos del señor Telmo Moya, facilita la fecundación de la hembra mientras permanece dentro del habitáculo.

La hembra, poco tiempo después de su transformación en adulta, fecundada o no (ambos casos los hemos observado en el laboratorio), empieza a salir de su escondite. Esto sucede después del mes de mayo, por lo menos es lo que hemos observado en el laboratorio. Ahora bien: esta salida es muy posible que se anticipe en la naturaleza, influida por la mayor temperatura que reina en las regiones de desarrollo normal de la cochinilla.

La forma en que este insecto, aparentemente tan grande como su habitáculo, sale de él, es digno de llamar la atención y merece ser explicada. La abertura de salida mide de 1.1 mm. a 1.6 mm. de diámetro. A través de ella tiene que salir el insecto, cuyo ancho, como ya dijimos, es hasta 5.8 mm. El ancho menor es de 4.4 mm. Poseemos tres ejemplares que constituyen una excepción, con un ancho de 3.2 mm. Estos ejemplares se han desarrollado en ramitas desprendidas de la planta ya en abril; de modo que se trata de ejemplares enanos, de crecimiento anormal y por cuya causa no pueden ser tomados en cuenta. Entonces la medida normal oscila entre 4.4 mm. y 5.8 mm. Observamos así entre el diámetro de la abertura y el ancho del animal, diferencias que varían de 3.3 a 4.2 mm., lo que equivale a decir que el insecto es 3 o 4 veces más ancho que el orificio de salida.

Para la hembra de la *N. xerophila* esta evasión debe ser la tarea más laboriosa de su descansada vida. Empieza a salir con el abdomen hacia adelante. Primeramente aparece el orificio anal y mediante esfuerzos sucesivos y pacientes va sacando poco a poco los segmentos unos tras otros. Después de dos o tres horas de observar este mecanismo de liberación apenas si pueden notarse progresos, pues después de un esfuerzo el insecto descansa, para recuperar nuevas fuerzas y reanudar la tarea. Constituye este acto un verdadero alumbramiento.

Todo el cuerpo del animal se alarga considerablemente al pasar por la abertura; los segmentos se estrechan al máximo, quedando completamente vacíos, pero inmediatamente de haber pasado se vuelven a llenar tomando su volumen normal, lo que quiere decir que primero pasa esa parte del exoesqueleto del animal y luego el contenido correspondiente, intestino, etc. Cuando el insecto se encuentra a medio salir (Lám. II - fig. 3), se puede apreciar « de visu » la diferencia de tamaños entre la abertura y el insecto, así como la ruda tarea de liberación.

Una vez fuera de su resinosa prisión la hembra descansa largo tiempo antes de ponerse nuevamente en movimiento y cuando lo hace es para buscar un sitio suficientemente protegido donde desovar. Tales sitios son generalmente las grietas de la corteza, cavidades del tronco y las mismas basuras acumuladas al pie de los árboles. Una vez que la hembra encuentra el escondite apropiado a sus fines, se acomoda en él y no lo abandona más, quedando inmóvil.

La duración del período de peregrinaje de la hembra no nos ha sido posible determinarla por cuanto las condiciones de crianza en el laboratorio han tenido que ser forzosamente anormales; en nuestro caso, el tiempo transcurrido entre la liberación y su inmovilización definitiva ha sido más o menos de 30 días.

Una vez inmovilizado empieza a aparecer sobre todo el cuerpo del insecto una exudación blanda, de consistencia algodonosa que va cubriendo primero la zona media de los segmentos, dejando libre las uniones intersegmentales. Esta vellosidad blanquísima crece poco a poco hasta cubrir por completo al causante del fenómeno y todo queda reducido a un capullo pequeño de finísimo algodón (Lám. III - figs. 1 a 3).

La última demostración de vida que se observa en la hembra es el desove. Ya durante la secreción de su cubierta algodonosa se aminora de tamaño. Los huevos al ser puestos por la hembra quedan envueltos por la sustancia algodonosa, perfectamente protegidos contra el frío y la humedad y el cuerpo de la madre se ha reducido a la 5ª o 6ª parte de su volumen original. Terminado el desove, cesan también las funciones vitales, es decir, que la hembra muere por inanición quedando reducida a una bolsita vacía y seca.

Cada hembra pone un número muy variable de huevos. En nuestro experimento hemos comprobado ejemplares con postura de 30 huevos y otros hasta con 120.

En las condiciones indicadas los huevos pasan el invierno esperando los calores primaverales para reiniciar el ciclo biológico del insecto.

HUEVO

Recién puesto, presenta un hermoso color rosa subido, algo anaranjado, es de forma ovoide, alargado y bien redondeado en sus dos polos; superficie lisa. Después de algunos días el color se torna más pálido hasta transformarse en amarillo desteñido. Ya durante este cambio de color empieza a aparecer en la superficie un finísimo polvo blancuzco parecido a la sustancia que cubre a la hembra muerta; más tarde esta capa de polvo aumenta, cubriendo casi por completo la superficie del huevo. Esta sustancia no desaparece más y queda sobre las cáscaras del huevo después de la eclosión. Unos ocho días antes de nacer la larva el color del huevo cambia de nuevo y oscureciéndose paulatinamente llega a mostrar un color

pardo violáceo, tono que corresponde al que presenta el abdomen de la larva en sus primeros días de vida.

La puesta de los primeros huevos se observó en el laboratorio el 23 de julio de 1931, y las primeras larvas nacieron el 12 de noviembre del mismo año, esto es, después de 110 días, algo más de tres meses y medio.

LARVA

Al nacer mide aproximadamente 1.5 mm. de largo por 1 mm. en su ancho máximo. La cabeza y el tórax muestran un color pardo rojizo algo tirando a violeta; el abdomen y los apéndices son más oscuros y de un matiz violáceo. Presenta la misma segmentación que la hembra adulta, ofreciendo bastante semejanza con ella en toda su estructura, salvo las patas que, aunque semejantes, son, en proporción del animal, mucho mayores, y las antenas que difieren por su articulado.

La antena consta del escapo y cinco artículos; el escapo es más corto que ancho, siendo el ancho aproximadamente el doble del de los demás artículos. El primer artículo tres veces más largo que el segundo. Los artículos 2º, 3º y 4º de iguales dimensiones entre sí; el 5º o terminal es algo más largo que los tres anteriores juntos, engrosa algo hacia su extremidad libre y termina en una punta redondeada. Toda la superficie antenar está cubierta de pelos regularmente distribuidos.

La pata anterior (P_1) es algo más corta que P_2 y P_3 , aunque esta diferencia es insignificante. Coxal y trocánter bien definidos; el fémur doble grueso que la tibia y tan largo como el tarso con la uña. La tibia tan larga como el tarso menos la uña. La uña bien desarrollada y fuerte.

La pata mediana en sus proporciones igual a la anterior menos la tibia que es un poco más larga.

La pata posterior se diferencia de la mediana por tener la tibia algo más larga todavía.

Los tres pares de patas están cubiertos con pelos cortos y finos.

Un surco bastante pronunciado corre marginalmente cerca del borde exterior, empieza con el protórax y termina en la abertura anal. Esta es redonda, de contornos irregulares. Alrededor de la misma existe una fila algo asimétrica de pelos pequeños implantados en un plaquita quitinosa circular. Fuera de esta serie de

pelos existen a cada lado dos pelos muy largos y cuya placa quitinosa basal es aún más reforzada que en los anteriores. En el borde del orificio existen, además, 6 pelos fuertes de un largo intermedio.

Medidas de la larva recién nacida

Largo total	1.5 mm.
Largo de la antena.	308 μ
Abertura del orificio anal	33 μ
Largo de la pata anterior (P ₁).	594 μ
» » » » mediana (P ₂)	726 μ
» » » » posterior (P ₃)	377 μ

Parciales de la medida de las patas en μ

	P ₁	P ₂	P ₃
Coxa.	55	77	77
Trocánter . . .	66	77	55
Fémur.	154	176	187
Tibia	154	198	209
Tarso	121	154	165
Uña	44	44	44
Total	594	726	737

Observaciones biológicas de la larva.—Después de la eclosión la larvita empieza a caminar en todas direcciones buscando un sitio adecuado para fijarse definitivamente.

En el laboratorio hemos observado que en general las larvas que se prendieron lo hacen después de varios días de peregrinación por la planta. Otras muchas no se quedaron en ella, la abandonaron, perdiéndose. De 100 larvas que pusimos sobre un pequeño arbolito de *Acacia farnesiana*, sólo 6 quedaron fijadas definitivamente, notándose luego, un desarrollo sumamente lento.

El primer signo de vida que el insecto da una vez prendido demostrando que empieza a alimentarse, es la producción del largo y finísimo caño blanco formado por exudaciones cerosas, que ya tuvimos oportunidad de observar en la hembra mientras permanece dentro del habitáculo. Este cañito crece continuamente, y como en la hembra, se observa también la gotita diminuta de líquido cris-

talino ya mencionado. Cuando esta gotita alcanza cierto tamaño cae al suelo, generándose en seguida otra nueva. El cañito blanco se rompe a menudo, sin que ello signifique ningún daño para el animal, que lo renueva siempre.

Al cabo de una semana más o menos se notan las primeras secreciones de laca que al principio cubren al insecto en su parte ventral y después dorsalmente. A las 8 semanas se nota ya formado el habitáculo, y aunque muy pequeño, guarda la forma general, piriforme u ovóidea.

No nos ha sido posible observar el proceso de formación del habitáculo. Además, las condiciones inadecuadas de la crianza y la diferencia de clima con el de la región donde esta especie se desarrolla normalmente, nos ha impedido acumular una serie de observaciones necesarias para completar el ciclo biológico del insecto; de manera que no podemos atribuir mayor valor a la duración de los distintos períodos de evolución cumplidos en cautiverio.

NINFA

La ninfa, del mismo color de la hembra adulta, tiene aproximadamente las dimensiones de ésta. Obsérvanse en ella los tres pares de patas; las antenas muy cerca de los ocelos; el aparato bucal ya atrofiado; diez estigmas, y como característica una placa anal redonda, muy quitinizada.

La segmentación es análoga a la de la hembra, pero con las depresiones triangulares apenas visibles.

Las patas tienen tanta semejanza entre sí que no es necesaria una descripción de cada una por separado; las únicas diferencias consisten en el grado de desarrollo del trocánter; éste existe en forma completa en la pata posterior, ostentando la quitinización y los procesos correspondientes que muestra la hembra. En la pata anterior el trocánter casi no se ve, está muy poco marcado. En la pata mediana ya se le puede distinguir más fácilmente, consiste en una membrana ya reforzada. El coxal es muy estrecho y formado por un artículo completo de ancho variable en distintos ejemplares. El fémur es el artículo más desarrollado y mayor; a éste sigue la tibia ya mucho más corta y de un espesor menor. Igualmente decreciendo en espesor, cónico hacia afuera, sigue el tarso, en cuyo extremo se encuentra una uña relativamente pequeña, implantada sobre una base muy gruesa. Esta uña no siempre está desarrollada y disponemos de ejemplares que muestran únicamente la base ya descrita.

La antena consta, además, del escapo, de siete artejos, todos más anchos que altos, con excepción del terminal. El artículo más ancho es el escapo, pero su altura, sin contar un proceso lateral que posee, es de una tercera parte de la del primer artículo; el segundo es algo más corto que el primero; el tercero aproximadamente la mitad del anterior; el 4º y 5º de igual largo que el 2º; el 6º un poco más corto que el precedente. El último termina en forma de cúpula bien redondeada. Todos los artículos están unidos entre sí por membranas delgadas que contrastan notablemente con los anillos bien quitinizados. En cada uno de éstos se levantan en el borde superior, delgados pelos dispuestos en una sola fila. El artículo basal posee, además, pelos repartidos irregularmente. En el artículo 7º existen varias hileras de pelos.

Muy cerca de la base de las antenas y formando una línea recta con éstas están colocados los ocelos, uno a cada lado.

Los estigmas bien marcados y la superficie de la piel alrededor de ellos está reforzada con quitina.

Cerca del plano de la superficie y en el interior del embudo hasta la verdadera desembocadura del ramal de la correspondiente tráquea existen numerosos pelos cortos, irregularmente distribuidos y alternando con ellos se observan numerosos poros.

La placa anal es casi circular y su diámetro igual a un tercio del ancho total de la ninfa. Está reforzada con quitina y su color es casi negro; de superficie algo convexa, de aspecto un poco rugoso y completamente cubierta de cortísimos pelos. En el centro de esta placa se encuentra una depresión donde está situada la abertura anal, circular.

Toda la superficie del cuerpo de la ninfa, lo mismo que en la larva y la hembra, está cubierta con numerosos pelos cortos, y en forma irregular están distribuidos entre ellos los poros ciríparos, de forma circular con sus bordes reforzados y anchos.

El aparato bucal ya generado no tiene función alguna; consta exteriormente de dos artejos; el basal es muy ancho y tiene sus bordes anterior y posterior reforzados; del anterior salen dos procesos sobre los cuales se basa el 2º artejo. Este tiene forma de un cono bastante alargado, bipartido en su extremidad y abierto hacia atrás. Todos los bordes libres de esta vaina están quitinizados; cerca de la punta presenta seis largos pelos y en su interior se observan todavía restos rudimentarios de palpos, labios y labros.

Medidas de la ninfa

Largo total (variable).	7.5 mm.
Largo de la pata anterior (P ₁).	341 μ
Largo de la pata mediana (P ₂)	385 μ
Largo de la pata posterior (P ₃)	385 μ
Largo del aparato bucal.	363 μ
Largo de la antena.	165 μ
Abertura de los porós ciríparos	330 μ

HABITACULO

El escudete, folículo o habitáculo que encierra al insecto durante casi toda su vida, es piriforme u ovóideo y construído con una sustancia idéntica a la que produce la *Tachardia lacca* de la India y que conocemos con el nombre de «goma laca», de uso corriente. La superficie es granulosa, lo que indica que la secreción que sirve para formar el habitáculo no se produce paulatina y continuamente, sino que va depositándose a intervalos.

El tamaño varía de 6 a 8 mm. de largo por 4 a 6 de ancho o diámetro. Es de color pardo oscuro, a veces con tono verdoso o negruzco en la base y casi anaranjado hacia la abertura externa.

Con raras excepciones, los habitáculos son fijados en la confluencia de las ramas o en la base de las espinas; unas veces aglomerados formando masas de aspecto resinoso y otras aislados.

LA COCHINILLA *NEOCOELOSTOMA XEROPHILA* HEMP.

PRODUCTORA DE «LACA»

Por R. BAZAN y P. KÖLER

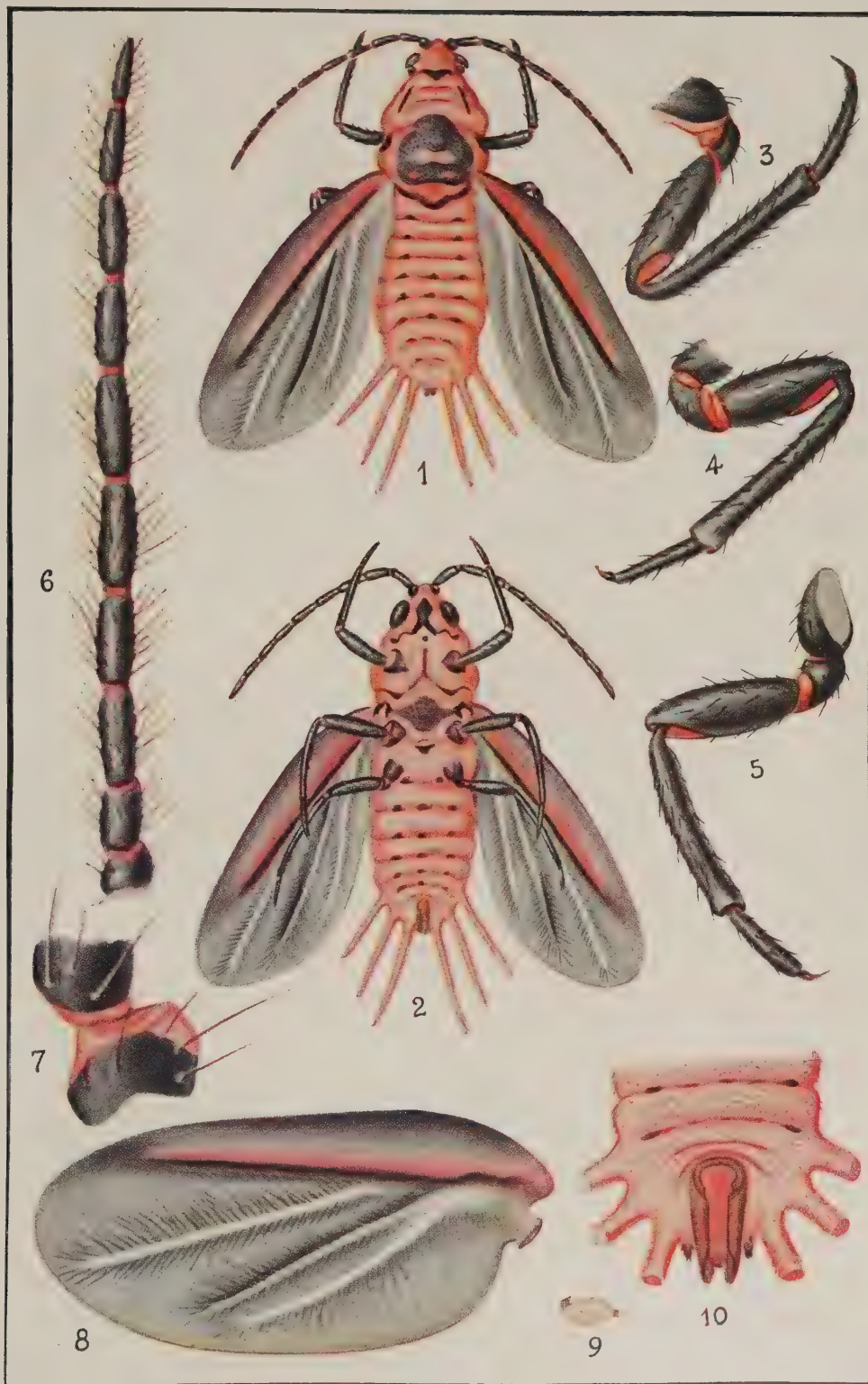
LÁMINAS

LÁMINA I

Neocoelostoma xerophila HEMP.

Macho

1. - Vista dorsal; aum. 6 X.
2. - Vista ventral; aum. 6 X.
3. - Pata anterior (P₁); aum. 35 X.
4. - Pata mediana (P₂); aum. 35 X.
5. - Pata posterior (P₃); aum. 35 X.
6. - Antena; aum. 35 X.
7. - Base de la antena; aum. 75 X.
8. - Ala anterior; aum. 20 X.
9. - Ala posterior; aum. 20 X.
10. - Abdomen, vista ventral; aum. 15 X.



J. Stalleng. *pinxit.*

Palumbo, excud.

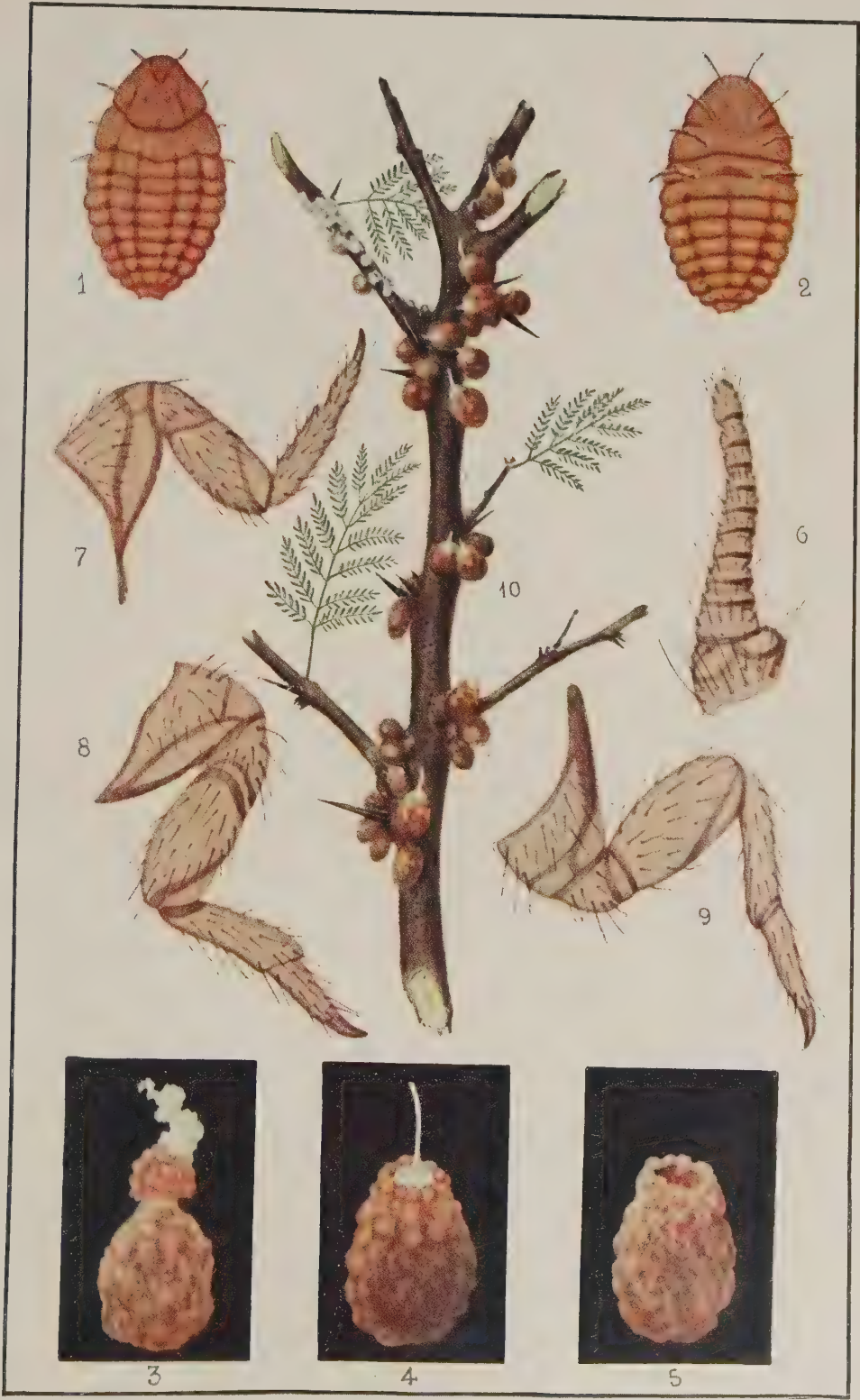
Neocoelostoma xerophila HEMP. (Macho)

LÁMINA II

Neocoelostoma xerophila HEMP.

Hembra

1. - Vista dorsal; aum. 4,5 X.
2. - Vista ventral; aum. 4,5 X.
3. - Hembra saliendo del escudete; aum. 4 X.
4. - Escudete habitado, mostrando la exudación anal cerosa; aum. 4 X.
5. - Escudete abandonado; aum. 4 X.
6. - Antena; aum. 48 X.
7. - Pata anterior (P₁); aum. 40 X.
8. - Pata mediana (P₂); aum. 44 X.
9. - Pata posterior (P₃); aum. 44 X.
10. - Ramita de *Acacia farnesiana* con los escudetes; tamaño natural.



J. Stalleng, pinxit

Palumbo, excud.

Neocoelostoma xerophila HEMP. (Hembra)

LÁMINA III

Neocoelostoma xerophila HEMP.

Hembra.

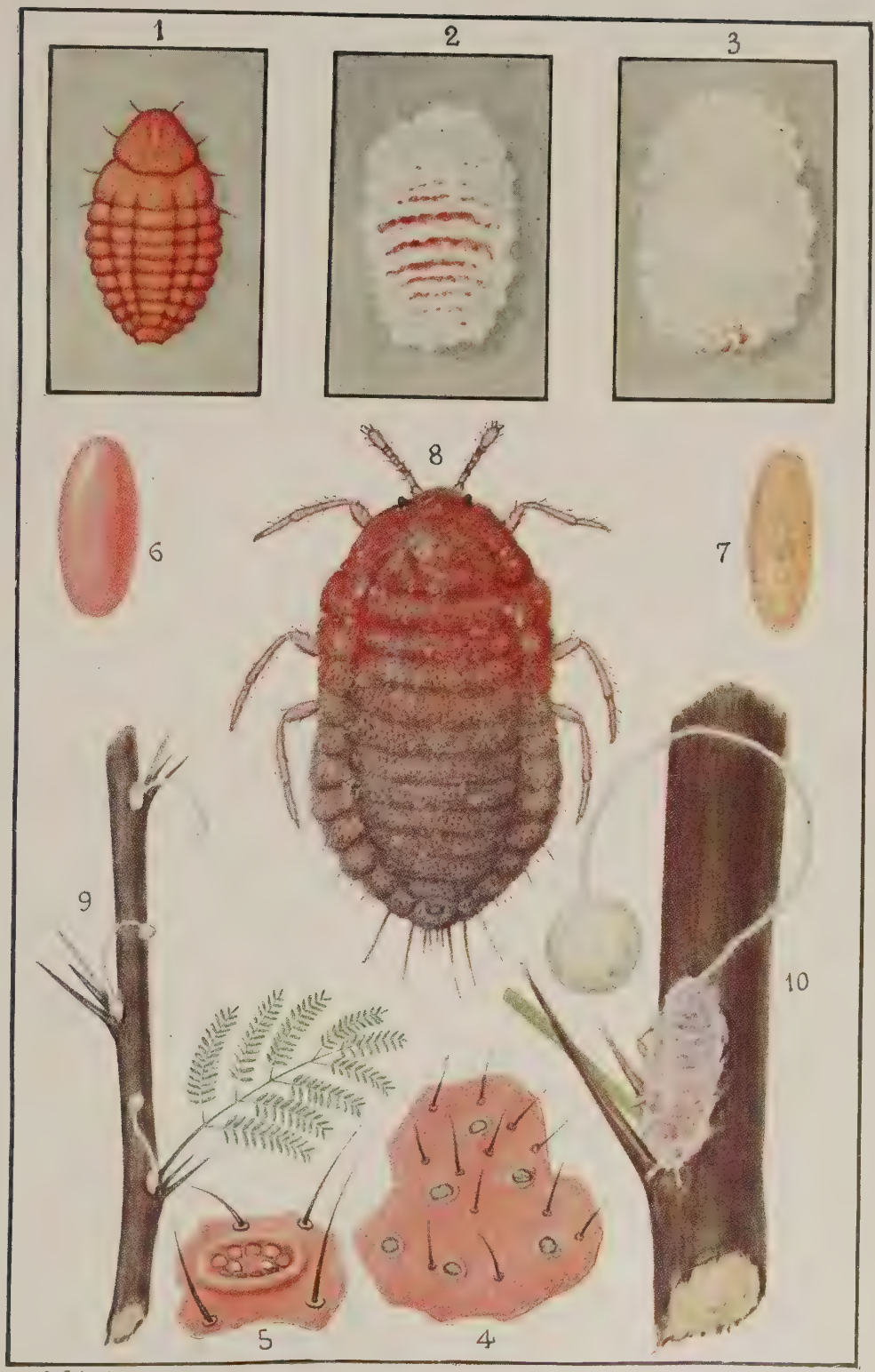
1. - Antes de desovar; aum. 4,5 X.
2. - Cubriéndose con su secreción cerosa; aum. 4,5 X.
3. - Después del desove; aum. 4,5 X.
4. - Poros ceríparos cutáneos; aum. 300 X.
5. - Un poro ceríparo más aumentado; aum. 1200 X.

Huevo.

6. - Una semana después de ser puesto; aum. 15 X.
7. - Después de dos meses; aum. 15 X.

Larva.

8. - Recién nacida; aum. 44 X.
9. - Recién fijada sobre una ramita; tamaño natural.
10. - La misma aumentada; aum. 20 X.



J. Stallerg, pinxit.

Palumbo, excud.

Neocoelostoma xerophila HEMP. (Hembra, huevo, larva)

LÁMINA IV

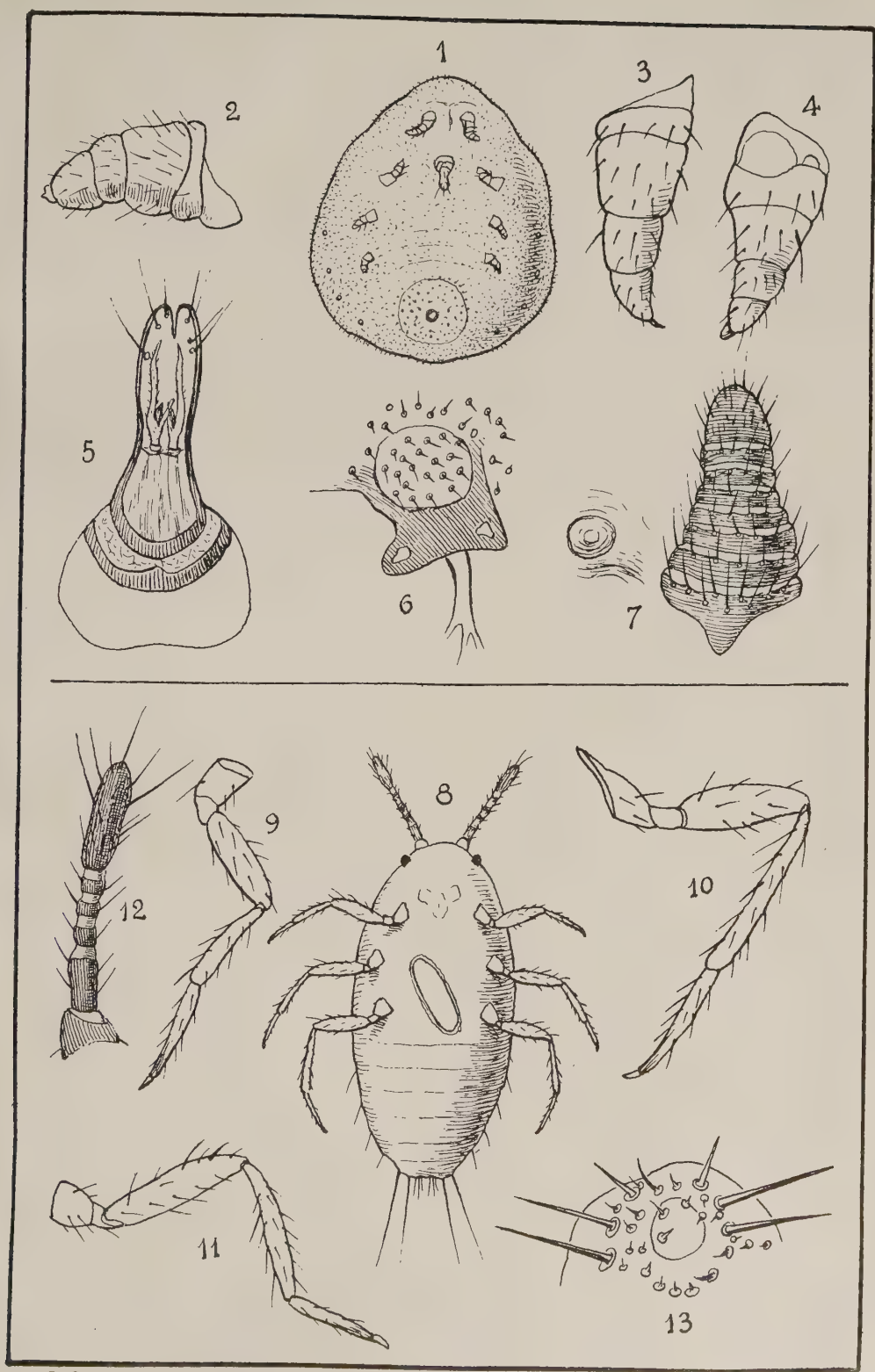
Neocoelostoma xerophila HEMP.

Ninfa.

1. - Vista ventral; aum. 6 ×.
2. - Pata anterior (P₁); aum. 73 ×.
3. - Pata mediana (P₂); aum. 88 ×.
4. - Pata posterior (P₃); aum. 73 ×.
5. - Aparato bucal, degenerado; aum. 135 ×.
6. - Poro ceríparo; aum. 100 ×.
7. - Antena y ocelo; aum. 130 ×.

Larva.

8. - Vista ventral; aum. 34 ×.
9. - Pata anterior (P₁); aum. 100 ×.
10. - Pata mediana (P₂); aum. 110 ×.
11. - Pata posterior (P₃); aum. 100 ×.
12. - Antena; aum. 125 ×.
13. - Orificio anal; aum. 245 ×.



J. Stalleng *delineavit*

Palumbo, excud.

Neocoelostoma xerophila HEMP. (Ninfa y larva)

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LA MÚSICA

POR A. E. SAGASTUME BERRA

(Continuación *)

CAPÍTULO III

EL PROBLEMA DE LA ATEMPERACIÓN

21. — Con el estudio que hemos hecho del conjunto $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$ ya estamos en condiciones de realizar ahora el paso ulterior que anunciábamos en el § 14, y cuya necesidad hemos puesto de manifiesto en las reflexiones hechas en el § 13. Hasta ahora hemos construido, en forma que nos parece natural y lógica, un conjunto de frecuencias o notas, $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$; pero este conjunto es infinito, y ya hemos visto que debemos adoptar un conjunto *finito* de notas para tener una escala apta para ser utilizada prácticamente.

Se trata de estudiar, pues, el procedimiento más conveniente para limitar, en alguna forma, el número de notas de nuestra $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$: a este procedimiento lo llamaremos la *atemperación*. Entendemos, pues, por *atemperación* de una gama, en el sentido abstracto que venimos dando a los conceptos musicales, *un proceso que nos permita elegir, entre las frecuencias que componen una $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$, un número finito de ellas, para así obtener la gama (que llamaremos, para diferenciarla, gama atemperada) apta para ser utilizada musicalmente*.

La única restricción que imponemos, como se ve, al proceso de la atemperación, consiste en que las notas resultantes sean « aptas para ser utilizadas musicalmente »; expresión ésta un tanto vaga, sobre todo desde el punto de vista abstracto. Tocamos aquí una de las fronteras entre ciencia y arte a que nos referíamos en la Introducción; y forzoso es que nos veamos compelidos en este punto a utili-

* Ver T. CXXIII, Entregas I y II.

zar criterios y medios musicales más bien que matemáticos. Procuraremos, sin embargo, fijar y precisar en lo posible las ideas; y para ello, lo primero que haremos será estudiar varios casos concretos, conocidos ya, para pasar luego a la generalización de conceptos necesaria para nuestro estudio.

En los ejemplos que seguirán a continuación, y valga esta advertencia para el resto de este trabajo, cuando nos sea necesario nombrar las notas, lo haremos dando, además del nombre, y entre paréntesis, una indicación de la gama a que pertenecen, por ejemplo: *do* (*Pit.*), el *do* pitagórico; *do* (*Tol.*), el *do* de Tolomeo; etc. La notación es análoga a la que usan los naturalistas en sus clasificaciones zoológicas y botánicas, y obedece a razones análogas, esto es, que estos sonidos varían, en general, de una a otra gama, y es menester en consecuencia distinguirlos cuidadosamente, so pena de caer en lamentables confusiones.

22. — Comenzaremos por un ejemplo clásico, de una gama unidimensional, en la que por consiguiente r , el número de armónicos generadores (excluido el armónico 2) es igual a 1, y p_1 tiene el mínimo valor posible, a saber $p_1 = 3$. Se trata, pues, de la Γ^3 .

Las notas $\gamma_{n_1}^3$ de esta gama tendrán por expresión

$$\gamma_{n_1}^3 = F(n_1 \pi_1)$$

donde, según la ecuación [3] del capítulo anterior,

$$\pi_1 = \log_2 3 = \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2} = 1,58496.$$

Por consiguiente, será

$$\gamma_{n_1}^3 = F(1,58496 n_1)$$

y calculando sucesivamente los valores en esta fórmula se obtiene la siguiente tabla:

n_1	$\gamma_{n_1}^3$	n_1	$\gamma_{n_1}^3$	n_1	$\gamma_{n_1}^3$
0	0,00000	6	0,50977	12	0,01955
1	0,58496	7	0,09474	13	0,60451
2	0,16992	8	0,67970	14	0,18947
3	0,75489	9	0,26466	15	0,77444
4	0,33985	10	0,84962		
5	0,92481	11	0,43459		

Naturalmente, como ya se dijo en el § 14, las frecuencias $\gamma_{n_1}^3$ de esta tabla están medidas en ω (octavas).

Con respecto a la atemperación, se presentan aquí varias posibilidades. Claro es que a partir de la nota γ_0^3 (o de cualquier otra de la Γ^3 , ya que la altura absoluta no interesa) conviene tomar para nuestra gama atemperada, otras notas lo más afines o próximas posibles, y naturalmente las más afines son las que tienen números de orden más bajos. De aquí que convenga tomar en este caso todas las notas a partir de γ_0^3 hasta una cierta $\gamma_{n_1}^3$. El problema está entonces en fijar un criterio que nos permita obtener el índice n_1 .

El criterio adoptado, y que es en realidad muy plausible, consiste en cerrar con las notas γ_0^3 a $\gamma_{n_1}^3$ una especie de ciclo (que en este caso los músicos llaman *ciclo de quintas*) de tal modo que la primera nota excluida, $\gamma_{n_1+1}^3$ venga a reemplazar después del ciclo a la fundamental γ_0^3 . Claro es que el ideal sería que el ciclo se cerrara efectivamente, es decir, que $\gamma_{n_1+1}^3$ diera nuevamente la nota γ_0^3 ; pero sabemos que esto no es posible (§ 15). Sin embargo, existen, por el teorema del § 16 y siguientes, valores n_1 tales que $\gamma_{n_1+1}^3$ difiere tan poco como se quiera de 0. El adoptar uno de esos valores es, pues, cuestión de la «precisión», por así decir, que se quiera dar a la gama. La diferencia $\gamma_{n_1+1}^3 - \gamma_0^3 = \gamma_{n_1+1}^3$, o bien $1 - \gamma_{n_1+1}^3$ según cuál de las dos resulte menor, es una medida de esa «precisión» y es lo que se llama la *coma*. El hecho de adoptar, no el valor de $\gamma_{n_1+1}^3 - \gamma_0^3$, sino el mínimo de los dos números $\gamma_{n_1+1}^3$, $1 - \gamma_{n_1+1}^3$ en esta definición, corresponde al hecho de que la $\gamma_{n_1+1}^3$ puede aproximarse, o bien por exceso a la nota fundamental, o bien por defecto a su octava, cuya altura tiene la medida 1.

Por otra parte, la «precisión» está limitada por razones prácticas, pues el número de notas de la gama atemperada no puede pasar un límite razonable, y este límite sería sin duda sobrepasado si impusiéramos una pequeñez excesiva a la coma.

Haciendo uso de una representación gráfica se aclarará lo que hemos dicho. Para eso podemos representar en un eje de abscisas los valores 0, 1, 2, ... del índice n_1 , y tomar en cada uno de esos puntos, como ordenada, el valor correspondiente de $\gamma_{n_1}^3$; así por ejemplo, la ordenada correspondiente al punto $n_1 = 0$ es $\gamma_0^3 = 0$, la de $n_1 = 2$ es $\gamma_2^3 = 0,16992$, etc. Se obtienen así los puntos representados en la figura 4. En esta figura se han trazado, además, algunas de las líneas rectas sobre las cuales se disponen los puntos representativos, y que pueden servir de guía para hallar rápidamente

te algunas propiedades que nos interesan. Así por ejemplo, se ve que para $n_1 + 1 = 5$, el punto representativo está muy cercano al valor límite 1; y en efecto, si cerramos allí el ciclo, tenemos un error o *coma* que vale

$$1 - \gamma_5^3 = 1 - 0,92481 = 0,07519 \omega.$$

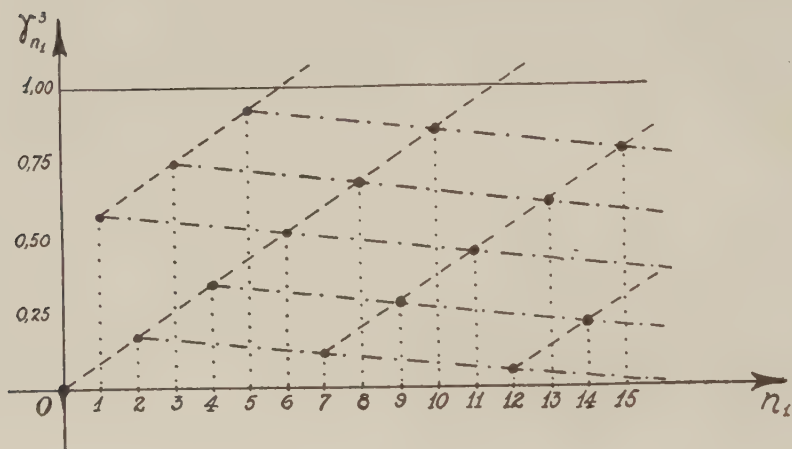


Fig. 4

Tendríamos así una gama cuyas notas, dispuestas por orden creciente del índice, son $\gamma_0^3, \gamma_1^3, \gamma_2^3, \gamma_3^3, \gamma_4^3$. Como el intervalo entre γ_0^3 y γ_1^3 , o sea $0,58496 \omega$, es lo que se llama una quinta (χ), tendríamos así un ciclo de cuatro quintas, de modo que, llamando por ej. *fa* a la nota fundamental, las notas de nuestra gama serían:

$$\gamma_0^3 = fa \quad ; \quad \gamma_1^3 = do \quad ; \quad \gamma_2^3 = sol \quad ; \quad \gamma_3^3 = re \quad ; \quad \gamma_4^3 = la$$

o, dispuestas en orden creciente:

$$\gamma_0^3 = fa \quad ; \quad \gamma_2^3 = sol \quad ; \quad \gamma_4^3 = la \quad ; \quad \gamma_1^3 = do \quad ; \quad \gamma_3^3 = re$$

que a su vez, si utilizamos el do y el re de la octava inferior, se transforma en: do-re-fa-sol-la, que no es sino la gama pentatónica o de cinco notas, utilizada por la música primitiva asiria, china, griega (gama de Terpandro), incaica, celta, y en general por todos los pueblos primitivos. De ahí que llamemos a esta gama (atemperada) la *gama primitiva*, y abreviaremos (*prim.*).

Otra posibilidad de atemperación, que salta a la vista en el gráfico, es tomar $n_1 + 1 = 7$, pero, puesto que $\gamma_7^3 = 0,09474 > 0,07519$, no se gana en precisión tomando $n_1 + 1 = 7$ en lugar de 5, pues la coma resultaría aumentada. Sin embargo las notas γ_0^3 hasta γ_6^3 inclusive constituyen las notas llamadas *diatónicas* ⁽¹⁾ de la gama de Pitágoras que veremos enseguida, y dispuestas por orden creciente reciben los nombres siguientes:

$$\begin{aligned} \gamma_0^3 &= fa & \gamma_2^3 &= sol & \gamma_4^3 &= la & \gamma_6^3 &= si & \gamma_1^3 &= do \\ \gamma_3^3 &= re & \gamma_5^3 &= mi, \end{aligned}$$

a los que agregaremos, cuando sea necesario, la indicación (*Pit.*), como ya se ha explicado.

El valor $n_1 + 1 = 12$ sí nos da una gama mejor, pues su coma es

$$\gamma_{12}^3 - \gamma_0^3 = 0,01955 \omega.$$

Es ésta la *gama de Pitágoras*, calculada matemáticamente por el célebre filósofo de los números, cuyas notas, dispuestas por orden ascendente, toman los nombres:

$$\begin{aligned} \gamma_0^3 &= fa & \gamma_7^3 &= fa \# & \gamma_2^3 &= sol & \gamma_9^3 &= sol \# \\ \gamma_4^3 &= la & \gamma_{11}^3 &= la \# \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_6^3 &= si & \gamma_1^3 &= do & \gamma_8^3 &= do \# & \gamma_3^3 &= re & \gamma_{10}^3 &= re \# \\ \gamma_5^3 &= mi & & & & & & & & (\# \text{ se lee sostenido}). \end{aligned}$$

Si se quisiera disminuir aún más la coma, sería preciso tomar $n_1 + 1 = 53$, pues recién para ese índice obtenemos un valor menor de la coma, $\gamma_{53}^3 = 0,00301 \omega$, pero el número 53 parece ya excesivo. Sin embargo, esta gama ya fué considerada por M. Mersenne (*X*) en 1648, y R. H. M. Bosanquet construyó un instrumento utilizándola ⁽²⁾.

23.— En los casos tratados, para efectuar la atemperación, limitamos las notas a tomar por medio de un segmento comprendido, en el gráfico de la figura 4, entre el punto 0 y un cierto punto n_1 del

(1) En sentido distinto del que damos más adelante a esta denominación.

(2) Véase MURRAY BARBOUR (XI), de donde tomamos estas referencias.

eje de abscisas. Prescindiendo, por un momento, de la representación por medio de abscisas y ordenadas, consideremos solo el eje de abscisas, y sobre él los puntos de coordenadas enteras y no negativas, $n_1 = 0, 1, 2, 3, \dots$. A cada uno de esos puntos podemos coordinarle la nota correspondiente $\gamma_0^3, \gamma_1^3, \gamma_2^3, \gamma_3^3, \dots$ y en esta forma la Γ^3 está representada por la sucesión infinita de estos puntos equidistantes. Al atemperar la gama, venimos a tomar un segmento del eje, el segmento $(0, n_1)$, que contiene a todos los puntos de la gama atemperada. Hay, pues, una correspondencia biunívoca entre las distintas gamas atemperadas y los segmentos, y en consecuencia podemos individualizar cada gama atemperada por medio del segmento que le corresponde. Así, la gama primitiva se puede indicar con $\Gamma^3_{(0,4)}$ la gama de Pitágoras con $\Gamma^3_{(0,11)}$ y la de Mersenne, de 53 notas, con $\Gamma^3_{(0,52)}$.

Si tomamos ahora dos notas cualesquiera γ_n^3, γ_m^3 , suponiendo por ejemplo $m \geq n$, ellas determinan un intervalo cuya medida es $\gamma_m^3 - \gamma_n^3$, que puede ser negativo, pues γ_m^3 puede tener una altura inferior a la γ_n^3 (por ej., en la figura 4, esto sucede para $n = 3, m = 6$). Como γ_m^3 es equivalente, como ya dijimos (§ 20) a $\gamma_m^3 + 1$, que es su octava, no hay inconveniente en considerar, en lugar del intervalo negativo $\gamma_m^3 - \gamma_n^3$ (si tal resultara), el intervalo positivo equivalente $1 + \gamma_m^3 - \gamma_n^3 = 1 - (\gamma_n^3 - \gamma_m^3)$. Esto tiene la ventaja siguiente: si efectuamos una traslación, por ejemplo de una unidad en el sentido positivo, del segmento (n, m) determinado por los puntos representativos, se tendrán los puntos $(n+1, m+1)$, y

$$\begin{aligned} \gamma_{m+1}^3 - \gamma_{n+1}^3 &= F((m+1)\pi_1) - F((n+1)\pi_1) = F(m\pi_1) + F(\pi_1) - \\ &- \theta(m\pi_1, \pi_1) - F(n\pi_1) - F(\pi_1) + \theta(n\pi_1, \pi_1) = \gamma_m^3 - \gamma_n^3 - \\ &- \theta(m\pi_1, \pi_1) + \theta(n\pi_1, \pi_1), \end{aligned}$$

habiendo utilizado el Lema I del § 16.

En esta fórmula pueden presentarse varios casos:

a) $\theta(m\pi_1, \pi_1) = \theta(n\pi_1, \pi_1)$. Entonces $\gamma_{m+1}^3 - \gamma_{n+1}^3 = \gamma_m^3 - \gamma_n^3$ y $1 - (\gamma_{n+1}^3 - \gamma_{m+1}^3) = 1 - (\gamma_n^3 - \gamma_m^3)$, de modo que, ya sea $\gamma_m^3 - \gamma_n^3$ negativo o no, el intervalo entre estas notas es igual al de las notas $\gamma_{n+1}^3, \gamma_{m+1}^3$.

b) $\theta(m\pi_1, \pi_1) = 0, \theta(n\pi_1, \pi_1) = 1$. Entonces $\gamma_{m+1}^3 - \gamma_{n+1}^3 = 1 + \gamma_m^3 - \gamma_n^3$, de modo que $\gamma_m^3 - \gamma_n^3$ debe ser negativo, pues de lo

contrario $\gamma_{m+1}^3 - \gamma_{n+1}^3$, sería mayor que 1, lo que es absurdo. Entonces el segundo miembro, por supuesto positivo, mide el intervalo entre γ_n^3 y γ_m^3 ; y el primero el de γ_{n+1}^3 , γ_{m+1}^3 y ellos son por lo tanto iguales.

c) $\theta(m\pi_1, \pi_1) = 1$, $\theta(n\pi_1, \pi_1) = 0$. Entonces $\gamma_{m+1}^3 - \gamma_{n+1}^3 = \gamma_m^3 - \gamma_n^3 - 1$, ó $1 + \gamma_{m+1}^3 - \gamma_{n+1}^3 = \gamma_m^3 - \gamma_n^3$, y el razonamiento b) puede aplicarse permutando los papeles de n , m , con $n+1$, $m+1$ respectivamente. Ambos intervalos son nuevamente iguales.

El caso a) ocurre, por ejemplo, para $n=4$, $m=7$ [donde $\theta(n\pi_1, \pi_1) = \theta(m\pi_1, \pi_1) = 0$], o para $n=5$, $m=13$ [donde $\theta(n\pi_1, \pi_1) = \theta(m\pi_1, \pi_1) = 1$]; el b), para $n=4$, $m=8$; el c), para $n=5$, $m=9$. La figura 4 hace claros todos estos razonamientos.

Trasladando sucesivamente el segmento (n, m) varias unidades, ya sea en sentido positivo o negativo, como en cada traslación unitaria no varía el intervalo (γ_n^3, γ_m^3) , tampoco variará en la traslación total. Es decir, que: *por una traslación arbitraria (de un número entero de unidades) en la dirección del eje, no se alteran los intervalos.*

Lo que caracteriza la Γ^3 , y toda gama atemperada que derive de ella, como la de Pitágoras, $\Gamma^3_{(0,11)}$, es la existencia del armónico 3. Por consiguiente, si tomamos una nota, por ejemplo la fundamental γ_0^3 , y le agregamos la siguiente, γ_1^3 , que representa precisamente su tercer armónico, el conjunto de estas dos notas forma un *acorde* que es característico de esta gama, que puede servir para individualizarla, cualquiera sea la atemperación adoptada. Lo podemos llamar *acorde tonal* o *perfecto*, y colocarlo, con justa razón, en la base de toda teoría armónica (en el sentido que los músicos dan a la *armonía*), referente a la Γ^3 . Como al trasladar el segmento $(0, 1)$ los intervalos, como acabamos de ver, no varían, podremos formar acordes perfectos con dos notas inmediatas cualesquiera, $\gamma_n^3, \gamma_{n+1}^3$. Así por ejemplo, la $\Gamma^3_{(0,11)}$ de Pitágoras, contiene los acordes perfectos siguientes:

fa-do; do-sol; sol-re; re-la; la-mi; mi-si; si-fa #; fa #-do #;
do #-sol #; sol #-re #; re #-la #.

Del teorema demostrado respecto a la invariancia de los intervalos por traslación resulta también otra consecuencia, a saber: *en una gama atemperada $\Gamma^3_{(0, n)}$, la coma es el mínimo de los intervalos en-*

tre la nota $\gamma_{n_1+1}^3$ y todas las de la gama, es decir, todas las γ_m^3 con $0 \leq m \leq n_1$.

En efecto, hemos definido la coma como el intervalo $(\gamma_0^3, \gamma_{n_1+1}^3)$. Si hubiera un intervalo menor que la coma, formado entre una γ_m^3 con $0 < m \leq n_1$ y $\gamma_{n_1+1}^3$, trasladando el segmento $(m, n_1 + 1)$ hasta hacer coincidir su extremo inferior con el origen, es decir, en m unidades, lo tendríamos en la posición $(0, n_1 - m + 1)$, no habiendo variado el intervalo en virtud del teorema; pero entonces el intervalo $(\gamma_0^3, \gamma_{n_1-m+1}^3)$ sería, por hipótesis, menor que el $(\gamma_0^3, \gamma_{n_1+1}^3)$, y no tendríamos ventaja alguna haber tomado $n_1 + 1$ notas en la atemperación, cuando al tomar solo $n_1 - m + 1$ la coma disminuiría.

Otra circunstancia importante que implícitamente se ha tenido en cuenta en la atemperación, es la *regularidad* de los intervalos en que queda dividida la octava. Ordenemos, en efecto, por orden creciente de magnitudes, las notas de las gamas atemperadas $\Gamma_{(0, n_1)}^3$, limitándonos, por brevedad, a los casos $n_1 = 4$ y $n_1 = 11$ (gamas primitiva y de Pitágoras, respectivamente) y calculemos los intervalos sucesivos. Tendremos así los siguientes cuadros:

Gama primitiva		Gama de Pitágoras			
Notas	Intervalos	Notas	Intervalos	Notas	Intervalos
0,00000					0,07519
	0,16992	0,00000		0,58496	
0,16992			0,09474		0,09474
	0,16993	0,09474		0,67970	
0,33985			0,07518		0,07519
	0,24511	0,16992		0,75489	
0,58496			0,09474		0,09473
	0,16993	0,26466		0,84962	
0,75489			0,07519		0,07519
	0,24511	0,33985		0,92481	
1,00000			0,09474		0,07519
		0,43459		1,00000	
			0,07518		—
		0,50977		—	

En ambos casos, la octava ha quedado dividida en intervalos de dos magnitudes distintas. Ahora bien: una vez admitida la coma como límite de error tolerable, puede considerarse en ambos casos

que todos los intervalos, dentro de esa tolerancia, son *iguales*. En efecto:

$$0,16992 + \text{coma (prim.)} = 0,16992 + 0,07519 = 0,24511$$

$$0,07519 + \text{coma (Pit.)} = 0,07519 + 0,01955 = 0,09474.$$

Los dos intervalos 0,16992 y 0,24511 de la $\Gamma^3_{(0,4)}$ son, pues, iguales salvo un error de una coma, y otro tanto ocurre con los intervalos 0,07519 y 0,09474 de la $\Gamma^3_{(0,11)}$ (las pequeñas diferencias en la quinta cifra decimal provienen, como ya dijimos en el final del § 10, de que los valores son aproximados, pero no de un verdadero error en las notas mismas, representadas por esos valores).

Las dos gamas $\Gamma^3_{(0,4)}$ y $\Gamma^3_{(0,11)}$ presentan, pues, la misma regularidad, pues ambas dan una división uniforme (dentro de los errores admitidos en cada caso) de la octava, en intervalos iguales; pero la $\Gamma^3_{(0,11)}$ de Pitágoras, aparte de ser más rica, posee una coma considerablemente más pequeña, y de ahí su superioridad sobre la otra.

En general, en la tabla de las notas de una gama atemperada, dispuestas por orden de magnitud creciente, los intervalos sucesivos no son sino las *diferencias primeras* de estas notas (diferencias entre dos notas consecutivas). Si formamos las *diferencias segundas*, o sea las diferencias de las diferencias (una vez corregidas las diferencias primeras en una coma, en más o en menos, según haya lugar), el *número* de las primeras y la *magnitud* de las segundas nos dan dos índices para juzgar de la regularidad de la gama atemperada, ya que es evidente que cuanto mayores sean dichos número y magnitudes, tanto menor será la regularidad. Por ejemplo, según lo que acabamos de ver, en las dos gamas $\Gamma^3_{(0,4)}$ y $\Gamma^3_{(0,11)}$, el número de diferencias primeras es 1, y la magnitud de las diferencias segundas es 0, condiciones óptimas en cuanto a regularidad.

En resumen: de la exposición de la Γ^3 y su atemperación, hemos obtenido tres criterios para juzgar la bondad de una gama atemperada, a saber: en primer término, la *coma*, límite del error admisible; en segundo lugar, el número N de notas; en tercero, el *número* de las diferencias primeras entre las notas, y la *magnitud* de las diferencias segundas (una vez corregidas las primeras) que miden la regularidad de la gama.

No sería difícil idear con estos elementos alguna expresión matemática que nos permitiera medir por un número la bondad de una gama; pero no nos es necesaria tal medida. Solo adoptaremos

las notaciones: ε para la coma, N para el número de notas, ν para el número de diferencias primeras, y Δ^2 para las diferencias segundas (que colocaremos unas a continuación de otras, entre paréntesis). Así por ej.:

$$\text{En } \Gamma^3_{(0,4)}: \varepsilon = 0,07519 \quad ; \quad N = 5 \quad ; \quad \nu = 1 \quad ; \quad \Delta^2 = (0)$$

$$\text{En } \Gamma^3_{(0,11)}: \varepsilon = 0,01955 \quad ; \quad N = 12 \quad ; \quad \nu = 1 \quad ; \quad \Delta^2 = (0).$$

24.—Pasemos a otro caso, algo más complejo. Tomemos ahora $r=2$, $p_1=3$, $p_2=5$. Esta $\Gamma^{3,5}$ consta de las notas

$$\gamma^{3,5}_{n_1, n_2} = F(\pi_1 n_1 + \pi_2 n_2)$$

donde

$$\pi_1 = \log_2 3 = 1,58496$$

$$\pi_2 = \log_2 5 = 2,32193$$

y por consiguiente

$$\gamma^{3,5}_{n_1, n_2} = F(1,58496 n_1 + 2,32193 n_2).$$

Siendo ésta una gama bidimensional, y dos los índices variables, sus notas podrán disponerse en un cuadro a doble entrada, así:

$n_2 \rightarrow$ $\downarrow$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0,00000	0,58496	0,16992	0,75489	0,33985	0,92481	0,50977	0,09474
1	0,32193	0,90689	0,49185	0,07682	0,66178	0,24674	0,83170	0,41667
2	0,64386	0,22882	0,81378	0,39875	0,98371	0,56867	0,15363	0,73860
3	0,96578	0,55074	0,13570	0,72067	0,30563	0,89059	0,47555	0,06052
4	0,28771	0,87267	0,45763	0,04260	0,62756	0,21252	0,79748	0,38245
5	0,60964	0,19460	0,77956	0,36453	0,94949	0,53445	0,11941	0,70438
6	0,93157	0,51653	0,10149	0,68646	0,27142	0,85638	0,44134	0,02631
7	0,25350	0,83846	0,42342	0,00839	0,59335	0,17831	0,76327	0,34824
8	0,57542	0,16038	0,74534	0,33031	0,93527	0,50023	0,08519	0,67016
9	0,89735	0,48231	0,06727	0,65224	0,23720	0,82216	0,40712	0,99209
10	0,21928	0,80424	0,38920	0,97417	0,55913	0,14409	0,72905	0,31402

La $\Gamma^{3,5}$ puede representarse gráficamente en forma análoga a la Γ^3 ; solo que en este caso, como es bidimensional, necesitaríamos dos ejes coordenados para los dos índices n_1, n_2 y, si se quiere, un tercer eje para los valores de $\gamma^{3,5}_{n_1, n_2}$. Obtendríamos así una serie de puntos representativos en el espacio, análogos a los puntos en el plano,

de la figura 4. En general no haremos uso de esa representación, bastándonos con representar los pares de valores de n_1, n_2 en un sistema cartesiano plano (fig. 5). Obtenemos así, en el cuadrante positivo, un reticulado formado por los puntos cuyas dos coordenadas son números naturales. Cada uno de esos puntos determina la correspondiente nota. Por consiguiente, si P es un punto del reticulado, de coordenadas n_1, n_2 , podremos indicar con $\gamma_P^{3,5}$ a la $\gamma_{n_1 n_2}^{3,5}$.

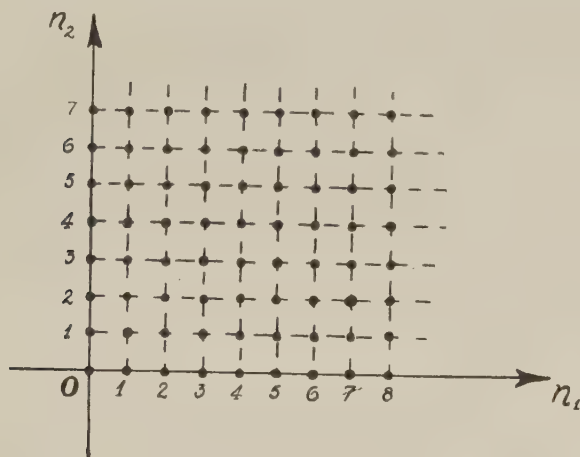


Fig. 5

Tomemos ahora, en la $\Gamma^{3,5}$, dos elementos cualesquiera, $\gamma_{n_1 n_2}^{3,5}$, $\gamma_{m_1 m_2}^{3,5}$. Su intervalo, según ya convinimos en el § anterior, es, de las dos cantidades $\gamma_{m_1 m_2}^{3,5} - \gamma_{n_1 n_2}^{3,5}$, $1 - (\gamma_{n_1 n_2}^{3,5} - \gamma_{m_1 m_2}^{3,5})$, la que resulte positiva y menor que la unidad. Los puntos (n_1, n_2) y (m_1, m_2) determinan, en la representación gráfica, un vector. Dando a este vector una traslación arbitraria, podemos verificar (como en el caso del § anterior) que el intervalo de las dos notas correspondientes no varía. Para ello, notemos simplemente que una traslación cualquiera puede descomponerse en sus componentes según los dos ejes. La traslación en dirección de n_1 hace variar solo las abscisas de los puntos, mientras que las ordenadas quedan constantes; a esta traslación puede, pues, aplicarse íntegramente el razonamiento del § anterior. Otro tanto ocurre con la otra componente en dirección del eje n_2 , en la cual solo varían las ordenadas, quedando fijas las abscisas. En resumen, pues, el intervalo no ha variado durante las traslaciones componentes, y tampoco en la total.

En particular, si trasladamos el eje de las n_1 obtendremos, en la representación geométrica, una recta paralela. Por otra parte, según el teorema, los intervalos de las notas correspondientes a sus puntos no han variado; y como esas notas forman la Γ^3 , obtenemos el resultado siguiente: *en toda recta de la figura 5 paralela al eje de abscisas, los puntos representan notas de una Γ^3 , idéntica a la que corresponde al propio eje, salvo que tiene distinta nota fundamental.* Y un teorema análogo vale para las paralelas al eje n_2 : *toda recta paralela al eje de ordenadas contiene una Γ^5 idéntica a la que corresponde al eje, salvo que con distinta nota fundamental.*

De acuerdo con estos resultados, si quisiéramos atemperar la $\Gamma^{3,5}$ manteniéndonos sobre una recta paralela a alguno de los ejes, no construiríamos en realidad una gama bidimensional, sino una Γ^3 o una Γ^5 . Debemos, pues, efectuar de otra manera la atemperación. Es, naturalmente, plausible que, junto con la nota fundamental $\gamma_{0,0}^{3,5}$, aparezcan en la gama atemperada las dos notas $\gamma_{1,0}^{3,5}$ y $\gamma_{0,1}^{3,5}$ que corresponden a los armónicos 3 y 5 de la fundamental, y que caracterizan precisamente la $\Gamma^{3,5}$; y así vemos que la gama atemperada debe extenderse en las dos dimensiones, pues los puntos representativos deben contener, por lo menos, el triángulo formado por los puntos $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$. En general, podemos decir que los puntos representativos de la gama atemperada constituirán, en el diagrama, los vértices y puntos internos de un cierto polígono Φ , que llamaremos *polígono atemperante*.

Sean ahora $P_1, P_2, \dots, P_N$ los vértices y puntos interiores y de contorno del polígono Φ (N es el número de notas de la gama atemperada). Para cada vértice o punto del contorno, supongamos P_k , existirán en el reticulado cuatro puntos *vecinos*, es decir, a la distancia unitaria de él, y entre esos cuatro puntos podrán existir algunos exteriores a Φ , y a los cuales llamaremos genéricamente *puntos* Q . Designaremos por $Q_1, Q_2, \dots, Q_M$ todos los puntos Q así obtenidos. Por ejemplo, en el caso de la figura 6, el polígono Φ tiene 7 vértices, y hay además otros cuatro puntos reticulados situados en el contorno, y cuatro internos: son, pues, en total, 15 puntos P , que hemos numerado de 1 a 15. Los puntos vecinos a algún P y exteriores al polígono son, en el cuadrante positivo, los ocho puntos Q_7 y Q_9 a Q_{15} , a los que tenemos que agregar los demás, que tienen al menos una de sus coordenadas negativa.

Hecho esto, formemos los intervalos entre las notas representadas por un punto P y un punto Q , es decir, todos los intervalos co-

respondientes a los segmentos $P_k Q_h$, donde $k = 1, 2, \dots, N$; $h = 1, 2, \dots, M$. El mínimo de esos intervalos se llamará la *coma* de la $\Gamma^{3,5}$ atemperada y se indicará, como ya se dijo, con la letra ε .

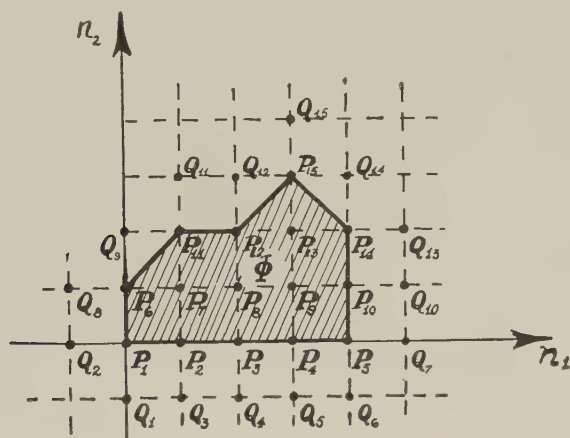


Fig. 6

Siendo ε el intervalo entre una nota perteneciente a la gama atemperada y otra que no le pertenece, pero que es « vecina » (en el sentido que la representación gráfica aclara, según lo dicho), es decir, un intervalo de la forma $(\gamma_{Q_h}^{3,5}, \gamma_{P_k}^{3,5})$, ó $(\gamma_{P_k}^{3,5}, \gamma_{Q_h}^{3,5})$ resulta que ε es el error que se comete al sustituir la nota $\gamma_{Q_h}^{3,5}$ por la $\gamma_{P_k}^{3,5}$. Los demás intervalos de este tipo son mayores que la coma (por la definición misma) y deben considerarse como intervalos pertenecientes a la gama atemperada, salvo la corrección de una coma.

Naturalmente, el problema está en determinar el polígono atemperante de modo tal que la coma sea lo suficientemente pequeña, y tratando de cumplir también las condiciones que mencionamos al final del § anterior respecto al número de notas N y a la regularidad, medida por los números v y las Δ^2 , definidas en este caso en la misma forma que en aquél. A la gama atemperada de tal manera, por medio de un polígono atemperante Φ , la designaremos con $\Gamma_{\Phi}^{3,5}$.

25. — Con estos principios, pasemos a atemperar nuestra $\Gamma^{3,5}$. Como al trasladar el polígono Φ no varían los intervalos, podemos suponer a dicho polígono ubicado de tal modo que todos los puntos Q resulten ubicados en el cuadrante positivo, para así evitarnos cálculos con notas negativas.

Observemos ahora en el cuadro de la $\Gamma^{3,5}$ dado en el § 24, que las notas $\gamma_{4,0}^{3,5} = 0,33985 \omega$ y $\gamma_{0,1}^{3,5} = 0,32193 \omega$ están a un intervalo de

$$0,33985 - 0,32193 = 0,01792 \omega,$$

intervalo que ya en el § 10 encontramos, contando precisamente 4 quintas (es decir, tomando la nota pitagórica $\gamma_{4,0}^{3,5}$) y restándole una tercera [que es el intervalo $(\gamma_{0,0}^{3,5}, \gamma_{0,1}^{3,5})$], reduciendo el intervalo en

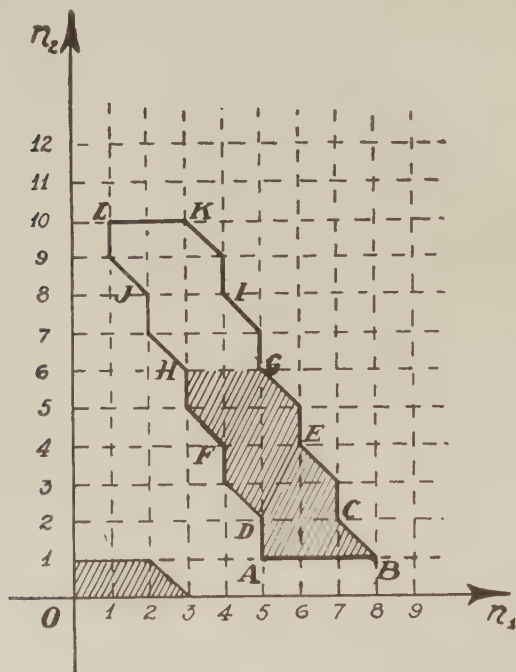


Fig. 7

2ω . Lo llamamos la *coma tolemaica* o *sintónica*, y constituye un límite de error bastante aceptable para tomarlo como coma de nuestra gama. Si dejamos de lado la $\gamma_{4,0}^{3,5}$ y tomamos en cambio la $\gamma_{0,1}^{3,5}$, cometiendo un error de una coma, habremos iniciado así la construcción del polígono atemperante, que tendrá un vértice en el punto $(0,0)$ y otro en el punto $(3,0)$. Estudiando la tabla de valores, se ve que resulta conveniente cerrar el polígono bajo la forma de un trapecio, cuyos otros dos vértices son $(0,1)$ y $(2,1)$, trapecio que hemos rayado en la figura 7.

Haciendo un paréntesis a nuestras consideraciones, y para aclarar más los conceptos, veamos cuáles son las frecuencias relativas de las notas que así se obtienen. Como la altura absoluta no interesa, podemos asumir como frecuencia de la nota fundamental el número $\frac{2}{3}$. Como el índice n_1 corresponde a la progresión según el armónico 3, las notas representadas por los puntos $(1, 0)$, $(2, 0)$ y $(3, 0)$ tendrán las frecuencias $\frac{2}{3} \times 3$, $\frac{2}{3} \times 3^2$ y $\frac{2}{3} \times 3^3$ respectivamente, o sea 2, 6 y 18. La nota representada por el punto $(0, 1)$ tiene la frecuencia $\frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3}$, pues el índice n_2 (ordenada) corresponde a la progresión según el armónico 5. A partir de este punto, los $(1, 1)$ y $(2, 1)$ progresan pitagóricamente, de modo que las correspondientes frecuencias serán $\frac{10}{3} \times 3$ y $\frac{10}{3} \times 3^2$, o sea 10 y 30 respectivamente. Hemos obtenido así las frecuencias

$$\frac{2}{3}, 2, 6, 18, \frac{10}{3}, 10, 30$$

o, si las reducimos a la octava fundamental $(1, 2)$ multiplicando o dividiendo por la potencia conveniente de 2:

$$\frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3}, \quad 2 \times 2^{-1} = 1, \quad 6 \times 2^{-2} = \frac{3}{2}, \quad 18 \times 2^{-4} = \frac{9}{8},$$

$$\frac{10}{3} \times 2^{-1} = \frac{5}{3}, \quad 10 \times 2^{-3} = \frac{5}{4}, \quad 30 \times 2^{-4} = \frac{15}{8}$$

y, dispuestas por orden creciente:

$$1, \frac{9}{8}, \frac{5}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{15}{8}.$$

En esta forma, se ve que estas frecuencias no constituyen otra cosa sino la llamada *gama de los físicos* o de *Zarlino*, que debe atribuirse en realidad a Tolomeo. Los nombres de estas notas, en el orden últimamente escrito, son: *dó*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *si*, a los que agregaremos, cuando sea necesario, la denominación (*Tol.*) para distinguirlas de las homónimas pitagóricas (§ 23).

La coma tolemaica es, como vimos, el intervalo entre las notas $\gamma_{4,0}^{3,5}$ y $\gamma_{0,1}^{3,5}$. Como la $\gamma_{3,0}^{3,5}$, según acabamos de ver, tiene la frecuencia $\frac{9}{8}$, la $\gamma_{4,0}^{3,5}$ tendrá la frecuencia $\frac{9}{8} \times 3 = \frac{27}{8}$, ó, reducida, $\frac{27}{16}$, mientras que la $\gamma_{0,1}^{3,5}$ tiene la frecuencia reducida $\frac{5}{3}$. Luego la coma sintónica es

$$\frac{27}{16} \cdot \frac{5}{3} = \frac{81}{80},$$

valor clásicamente conocido y cuya medida en ω es precisamente 0,01792 ω .

Continuando nuestros razonamientos, ahora que tenemos ya construido el polígono atemperante, podemos trasladarlo por ejemplo a la posición $ABCD$ de la figura 7, y esto para facilitar los cálculos. Coloquemos ahora en cada uno de los puntos de nuestro polígono y en los vecinos, los valores de las notas correspondientes en ω , obteniendo así la « tabla gráfica » siguiente:

3 $\rightarrow$	0,89059	0,47555	0,06052			
2 $\rightarrow$	0,98371	0,56867 = $\gamma_D^{3,5}$	— 0,15363 —	0,73860 = $\gamma_C^{3,5}$	0,32356	
1 $\rightarrow$	0,66178	0,24674 = $\gamma_A^{3,5}$	— 0,83170 —	0,41667 —	0,00163 = $\gamma_B^{3,5}$	0,58659
0 $\rightarrow$	0,92481		0,50977	0,09474	0,67970	0,26466
$\uparrow$ n_2	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$
$n_1 \rightarrow$	4	5	6	7	8	9

donde están indicados los valores de las abscisas (n_1) y ordenadas (n_2) y también los de las notas correspondientes, no solo al polígono $ABCD$, sino también a los puntos vecinos. Ordenemos las notas de la gama así atemperada, $\Gamma_{ABCD}^{3,5}$, por orden creciente, y calculemos los intervalos:

Nota	Intervalo	Nota	Intervalo
			0,15200
0,00163		0,56867	
	0,15200		0,16993
0,15363		0,73860	
	0,09311		0,09310
0,24674		0,83170	
	0,16993		0,16993
0,41667		1,00163	

Hemos colocado al final de la tabla el valor $\gamma_B^{3,5} + 1\omega = 1,00163\omega$ para cerrar el ciclo. Con ayuda de esta tabla y la anterior es fácil comprobar que, efectivamente, la coma $\varepsilon = 0,01792\omega$ es el mínimo de los intervalos entre las notas $\gamma_{Q_h}^{3,5}$ y $\gamma_{P_k}^{3,5}$.

Tenemos en esta tabla, en primer lugar, el intervalo $0,09311\omega$, y además, los dos intervalos $0,16993$ y $0,15200$ que, por diferir solo en una coma, debemos considerar iguales. Luego, el número v de intervalos realmente distintos es 2; y las diferencias segundas se reducen a una sola:

$$0,16992 - 0,09311 = 0,07681$$

Por tanto, las características de nuestra gama son:

$$\varepsilon = 0,01792\omega \quad ; \quad N = 7 \quad ; \quad v = 2 \quad ;$$

$$\Delta^2 = (0,07681\omega).$$

26. — Claro es que hay otras posibilidades de atemperación de la $\Gamma^{3,5}$. Aparte de una muy interesante que veremos en el capítulo siguiente, las principales están representadas en la misma figura 7, y consisten en tomar, en lugar del trapecio $ABCD$, los polígonos $ABEF$, $ABGH$, $ABIJ$ y $ABKL$. La $\Gamma_{ABEF}^{3,5}$ no es superior a la $\Gamma_{ABCD}^{3,5}$, pues sin disminuir la coma aumenta los números de notas N y de intervalos v , si bien disminuyen algo las Δ^2 . La $\Gamma_{ABGH}^{3,5}$ ya es más ventajosa, pues tiene una coma que es la tercera parte de la tolemaica, no habiendo aumentado sino a 3 el número v y habiendo disminuido sensiblemente las Δ^2 ; el número N de notas no es excesivamente elevado.

A partir de aquí, las $\Gamma_{ABIJ}^{3,5}$ y $\Gamma_{ABKL}^{3,5}$ conservan la coma inalterada, así como las Δ^2 que no disminuyen gran cosa; el número v aumenta a 4 en la $\Gamma_{ABKL}^{3,5}$; pero además, estas gamas tienen respectivamente 28 y 35 notas. No es aconsejable aumentar el número N sin obtener, como se ve, ventajas sensibles.

Por lo dicho, es oportuno que digamos algo acerca de la mejor de estas gamas: la $\Gamma_{ABGH}^{3,5}$, cuyo correspondiente polígono ha sido rayado en la figura 7. Como se ve, este polígono contiene además de $ABCD$, otros dos trapecios congruentes a él, que son los que tienen sus bases menores en EF y GH respectivamente, y colocados en forma análoga al $ABCD$. Esto quiere decir que nuestra gama se com-

pondrá de tres sistemas, cada uno de 7 notas, que constituyen una gama tolemaica. Las notas $\gamma_A^{3,5} = \gamma_{5,1}^{3,5}$ y $\gamma_{4,3}^{3,5}$ tienen los valores

$$\gamma_A^{3,5} = 0,24674 \omega \quad ; \quad \gamma_{4,3}^{3,5} = 0,30563 \omega ,$$

de modo que su intervalo es $0,05889 \omega$. Así pues, al pasar del primer trapecio $ABCD$ al segundo, y análogamente del segundo al tercero, las notas tolemaicas sufren una elevación de $0,05889 \omega$, que es lo que se llama un *semitono cromático*. Si distinguimos a las notas del primer trapecio con el signo $\flat$ (*bemol*) y a las del tercero con el signo $\sharp$ (*sostenido*) y reducimos todas las notas de modo que el $do = \gamma_{3,5}^{3,5}$ tenga el valor 0ω , el cuadro completo de la $\Gamma_{ABGH}^{3,5}$ es el siguiente:

Denominación	Nota	Intervalo	Denominación	Nota	Intervalo
					0,05214
<i>do</i>	0,00000		<i>sol</i> $\flat$	0,52608	
		0,05890			0,05888
<i>do</i> $\sharp$	0,05890		<i>sol</i>	0,58496	
		0,05214			0,05890
<i>re</i> $\flat$	0,11104		<i>sol</i> $\sharp$	0,64386	
		0,05889			0,03424
<i>re</i>	0,16993		<i>la</i> $\flat$	0,67808	
		0,05889			0,05889
<i>re</i> $\sharp$	0,22882		<i>la</i>	0,73697	
		0,03422			0,05890
<i>mi</i> $\flat$	0,26304		<i>la</i> $\sharp$	0,79587	
		0,05889			0,05214
<i>mi</i>	0,32193		<i>si</i> $\flat$	0,84801	
		0,03422			0,05888
<i>fa</i> $\flat$	0,35615		<i>si</i>	0,90689	
		0,02468			0,03422
<i>mi</i> $\sharp$	0,38083		<i>do</i> $\flat$	0,94111	
		0,03421			0,02468
<i>fa</i>	0,41504		<i>si</i> $\sharp$	0,96579	
		0,05890			0,03421
<i>fa</i> $\sharp$	0,47394		<i>do</i>	1,00000	

El intervalo $(\gamma_{Q_h}^{3,5}, \gamma_{P_k}^{3,5})$ mínimo se produce entre $\gamma_{8,0}^{3,5} = 0,67970$ y $\gamma_{3,6}^{3,5} = 0,68646$, siendo el primero un punto Q y el segundo un punto P . La coma vale, pues

$$\varepsilon = 0,68646 - 0,67970 = 0,00676 \omega ,$$

y, salvo diferencias de una coma, la gama presenta los siguientes intervalos y diferencias segundas:

Δ	Δ^2
0,02468	
	0,00954
0,03422	
	0,02467
0,05889	

Las características de nuestra gama son, pues:

$$\varepsilon = 0,00676 \omega \quad ; \quad N = 21 \quad ; \quad \nu = 3 \quad ; \quad \Delta^2 = (0,00954 \ ; \ 0,02467),$$

que resultan, por cierto, bastante satisfactorias.

27. — Como se ve, las consideraciones hechas sobre la $\Gamma^{3,5}$ y su atemperación no son sino generalizaciones de los conceptos análogos expuestos para la Γ^3 unidimensional. Hay aún otro punto, el referente a los acordes, que se transporta también a este caso.

Lo que caracteriza a la $\Gamma^{3,5}$ es su fundamento armónico, es decir, la presencia de los únicos armónicos fundamentales 3 y 5; para cada punto reticulado de nuestra representación gráfica (fig. 7), el armónico 3 de la nota correspondiente está representado por el punto vecino situado a la derecha sobre su misma horizontal, esto es, cuya abscisa es una unidad mayor y su ordenada la misma; y el armónico 5, por el punto vecino situado encima, cuya abscisa es la misma y la ordenada es una unidad mayor. Si el punto elegido tiene las coordenadas (n_1, n_2) , sus armónicos 3 y 5 tendrán, por consiguiente, las coordenadas $(n_1 + 1, n_2)$ y $(n_1, n_2 + 1)$. Los tres puntos son los vértices de un triángulo rectángulo, y las notas correspondientes $\gamma_{n_1, n_2}^{3,5}$, $\gamma_{n_1+1, n_2}^{3,5}$, $\gamma_{n_1, n_2+1}^{3,5}$ dan un *acorde perfecto*, del cual $\gamma_{n_1, n_2}^{3,5}$ es la *nota fundamental*. Así por ejemplo, la gama de Tolomeo $\Gamma_{ABCD}^{3,5}$ contiene los siguientes acordes perfectos:

$$fa-la-do \quad ; \quad do-mi-sol \quad ; \quad sol-si-re$$

o sea:

$$(\gamma_{5,1}^{3,5}, \gamma_{5,2}^{3,5}, \gamma_{6,1}^{3,5}) \quad ; \quad (\gamma_{6,1}^{3,5}, \gamma_{6,2}^{3,5}, \gamma_{7,1}^{3,5}) \quad ; \quad (\gamma_{7,1}^{3,5}, \gamma_{7,2}^{3,5}, \gamma_{8,1}^{3,5}),$$

cuyas notas fundamentales son, respectivamente: $\gamma_{5,1}^{3,5} = fa$ (Tol.), $\gamma_{6,1}^{3,5} = do$ (Tol.), $\gamma_{7,1}^{3,5} = sol$ (Tol.).

La gama $\Gamma_{ABGH}^{3,5}$ que podemos llamar *gama tolemaica cromática* y abreviar *Tol. cr.*, presenta en cambio los siguientes acordes perfectos (en los cuales la primera nota escrita es la fundamental, y se sobreentiende la especificación *Tol. cr.*):

fa $\flat$ -*la* $\flat$ -*do* $\flat$; *do* $\flat$ -*mi* $\flat$ -*sol* $\flat$; *sol* $\flat$ -*si* $\flat$ -*re* $\flat$; *la* $\flat$ -*do* $\flat$ -*mi* $\flat$; *mi* $\flat$ -*sol*-*si* $\flat$;
fa-*la*-*do* ; *do*-*mi*-*sol* ; *sol*-*si*-*re* ; *la*-*do* $\sharp$ -*mi* ; *mi*-*sol* $\sharp$ -*si* ;
fa $\sharp$ -*la* $\sharp$ -*do* $\sharp$; *do* $\sharp$ -*mi* $\sharp$ -*sol* $\sharp$; *sol* $\sharp$ -*si* $\sharp$ -*re* $\sharp$.

Aquí se presenta, sin embargo, una circunstancia nueva. En los acordes anteriores, la nota fundamental *produce*, por así decir, sus armónicos 3 y 5 o, en el lenguaje de los músicos, su quinta y su tercera respectivamente. Pero también puede considerarse a la nota fundamental como *producida* por progresión de quintas y terceras; es decir, dada una nota fundamental, $\gamma_{n_1 n_2}^{3,5}$, podemos buscar una nota cuya quinta sea la nota dada, y otra cuya tercera sea también la nota dada. Es evidente que estas notas son, respectivamente, la $\gamma_{n_1-1, n_2}^{3,5}$ y la $\gamma_{n_1, n_2-1}^{3,5}$. Estas tres notas también caracterizan las cualidades armónicas de la $\Gamma^{3,5}$, y nos dan por consiguiente una nueva clase de acordes perfectos, que para diferenciar de los anteriores (a los que llamaremos ahora *mayores*) se llamarán *acordes perfectos* (o *tonales*) *menores*. Por ejemplo, a continuación damos los acordes menores de la gama tolemaica cromática, entre los cuales los no impresos en bastardilla son los de la gama tolemaica simple:

mi $\flat$ -*do* $\flat$ -*la* $\flat$; *si* $\flat$ -*sol* $\flat$ -*mi* $\flat$; *do*-*la* $\flat$ -*fa* ; *sol*-*mi* $\flat$ -*do* ; *re*-*si* $\flat$ -*sol* ;
mi-*do*-*la* ; *si*-*sol*-*mi* ; *do* $\sharp$ -*la*-*fa* $\sharp$; *sol* $\sharp$ -*mi*-*do* $\sharp$; *re* $\sharp$ -*si*-*sol* $\sharp$
mi $\sharp$ -*do* $\sharp$ -*la* $\sharp$; *si* $\sharp$ -*sol* $\sharp$ -*mi* $\sharp$.

Obsérvese que, geométricamente, los acordes perfectos menores están representados por triángulos rectángulos simétricos de los que representan a los mayores, con respecto al vértice rectángulo. Así, en el reticulado, los acordes mayor *mi*-*sol* $\sharp$ -*si* y menor *mi*-*do*-*la* están ubicados en la posición que indica la figura 8, en que el triángulo correspondiente al acorde mayor ha sido rayado.

En la Γ^6 estudiada anteriormente, esta simetría no produce nada nuevo, pues el acorde está representado por un segmento, cuyo simétrico es un segmento análogo. Hay, sin embargo, una diferencia, pues en el acorde mayor la nota fundamental es la que produce su quinta, mientras que en el menor, la fundamental es la quinta de la otra, y en consecuencia, si el primer acorde se considera como

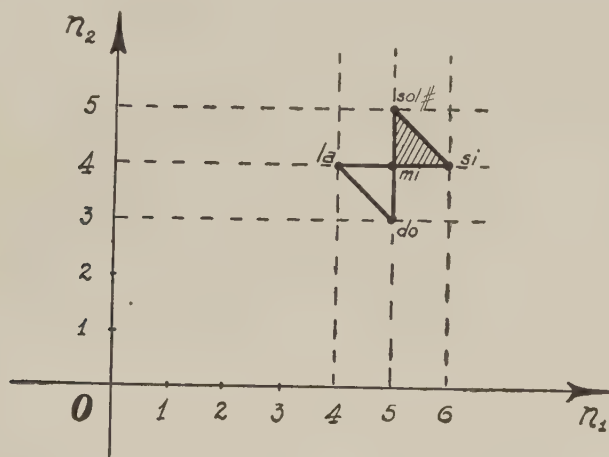


Fig. 8

ascendente, el segundo será descendente. Los músicos que sigan nuestros desarrollos reconocerán en esto un resabio de los *modos auténticos* y *modos plagales* de la música eclesiástica, basados en la misma gama, pero en los que permutaban sus papeles la tónica y su quinta. Esta distinción ha desaparecido ya para nosotros, y efectivamente, no tiene razón de ser allí donde la gama sea de dimensión superior a 1; o mejor dicho, está reemplazada por los modos mayor y menor, basados a su vez en los acordes respectivos.

28. — Una vez tratados (en lo que nos es necesario por ahora) los casos anteriores, ellos nos ilustran suficientemente sobre el método a seguir en el caso general, que vamos a tratar.

Sea, pues, una $\Gamma^{p_1, p_2, \dots, p_r}$ con los r armónicos fundamentales $p_1, p_2, \dots, p_r$, de modo que los valores, en ω , de nuestras notas, estarán dados (§ 14) por:

$$\gamma_{n_1 n_2 \dots n_r}^{p_1 p_2 \dots p_r} = F \left(\sum_{i=1}^r n_i \pi_i \right),$$

donde

$$\pi_i = \log_2 p_i$$

En este caso, para efectuar una representación gráfica, no nos basta un eje o un diagrama plano como en los ejemplos tratados; puesto que tenemos r índices o coordenadas para las notas, tendremos que utilizar lo que llamamos un *espacio a r dimensiones*, o *r -dimensional*.

Claro es que este espacio, apenas sea $r > 3$, es una concepción abstracta, a la que podemos aplicar sin embargo las nociones de: punto, vector, rectas, planos, etc. en un sentido que, si bien es familiar para los matemáticos, no estará de más recordar siquiera someramente aquí, de acuerdo con los propósitos enunciados en la Introducción de este trabajo.

Un *punto* en un espacio r -dimensional no es sino un conjunto de r números dispuestos en un cierto orden. Podemos limitarnos, por ejemplo, a suponer que los números de que se trata sean reales. Así, en el caso $r = 4$, los números $\frac{2}{3}; 1; -5; 2,3$, dispuestos en este orden, definen un punto, que denotaremos *el punto* $\left(\frac{2}{3}; 1; -5; 2,3\right)$, y los números mismos se llamarán *primera, segunda, ... r -ésima coordenada* del punto. Demás está decir que, como hemos supuesto dadas las coordenadas en un cierto orden, los mismos números dispuestos en otro orden definen otro punto; por ejemplo $\left(1; 2,3; \frac{2}{3}; -5\right)$ es otro punto distinto del anterior, en el espacio a 4 dimensiones.

Si indicamos con $x_1, x_2, \dots, x_r$ las r coordenadas de un punto P , con $y_1, y_2, \dots, y_r$ las de otro punto distinto Q , y formamos las expresiones

$$\begin{aligned} z_1 &= \lambda x_1 + (1 - \lambda) y_1, & z_2 &= \lambda x_2 + \\ &+ (1 - \lambda) y_2, & \dots, & z_r = \lambda x_r + (1 - \lambda) y_r, \end{aligned} \quad [1]$$

donde λ es un número (real) variable a nuestra voluntad, para cada valor que atribuyamos a λ tendremos un sistema de valores de $z_1, z_2, \dots, z_r$, y por tanto, un punto $(z_1, z_2, \dots, z_r)$ del espacio. Si hacemos $\lambda = 1$, obtenemos $z_1 = x_1, z_2 = x_2, \dots, z_r = x_r$, es decir, el punto P ; y en cambio para $\lambda = 0$ resulta $z_1 = y_1, z_2 = y_2, \dots, z_r = y_r$, o sea el punto Q . A los infinitos valores de λ corresponden así infinitos puntos, que por definición, constituyen una *recta*. Esta recta contiene a los puntos P y Q . Tenemos así verificado un

de modo que si ponemos:

$$\Lambda = \lambda'' + \mu (\lambda' - \lambda''),$$

se tendrá

$$1 - \Lambda = 1 - \lambda'' - \mu (\lambda' - \lambda''),$$

y

$$v_1 = \Lambda x_1 + (1 - \Lambda)y_1, \quad \dots, \quad v_r = \Lambda x_r + (1 - \Lambda)y_r$$

Siendo arbitrario el valor del parámetro μ , también resulta tal el parámetro Λ , y entonces las coordenadas $v_1, \dots, v_r$ solo en apariencia difieren de $z_1, \dots, z_r$. En términos geométricos, hemos demostrado así la validez de otro postulado elemental, a saber: *dos puntos de una recta determinan la misma recta*.

(Continuará)

SEGUNDA REUNION
DE LA
SOCIEDAD ARGENTINA DE CIENCIAS NATURALES

La segunda reunión de Ciencias Naturales, organizada por la Sociedad Argentina de Ciencias Naturales, tendrá lugar en la ciudad de Mendoza durante los días 3 al 11 de Abril próximo. La comisión organizadora está compuesta por las siguientes personas:

Dr. Carlos D. Storni, presidente; *Prof. José F. Molino*, secretario general; *Ing. Agr. César Carrera*, tesorero; *Dr. Juan Keidel*, presidente de la sección Geología; *Dr. Pablo Groeber*, secretario de la subsección Geología General y Edafología; *Dr. Horacio J. Harrington*, secretario de la subsección Geología Histórica; *Dra. Edelmira Mortola*, secretaria de la subsección Mineralogía y Petrografía; *Dr. Angel Cabrera*, presidente de la sección Paleontología; *Prof. Alejandro Bordas*, secretario; *Dr. José Yepes*, presidente de la sección Zoología (vertebrados); *Dr. Jorge Denmler*, secretario; *Ing. Agr. Carlos A. Lizer y Trelles*, presidente de la sección Zoología (invertebrados); *Dra. Angela Chiarelli*, secretaria; *Dr. Alberto Castellanos*, presidente de la sección Botánica (fanerógamas); *Dr. Román A. Pérez Moreau*, secretario; *Ing. Agr. Juan B. Marchionatto*, presidente de la sección Botánica (criptógamas); *Ing. Agr. Juan C. Lindquist*, secretario; *Ing. Agr. Lorenzo E. Parodi*, presidente de la sección Aplicación de las Ciencias Naturales; *Ing. Agr. Arturo Burkart*, secretario; *Dr. Max Birabén*, presidente de la sección Biología; *Dr. Eduardo Jörg*, secretario; *Prof. Milcíades A. Vignati*, presidente de la sección Antropología; *Prof. Enrique Palavecino*, secretario.

Esta comisión inició sus trabajos el 19 de Setiembre último, habiendo celebrado numerosas sesiones para resolver todas las cuestiones planteadas por la celebración de un acto de la importancia del que se prepara.

La comisión local encargada de llevar a cabo las gestiones preparatorias en Mendoza funciona bajo la presidencia del Dr. Juan B. Lara, siendo vicepresidentes los doctores Eduardo Carette y Leonel G. Dodds; completan la comisión el secretario ingeniero Ricardo Giard y 25 vocales. Otra comisión local se organizó en Córdoba, presidida por el Dr. Miguel Fernández, a quien acompañan el

Dr. Guillermo Stuckert como vicepresidente y el Sr. Tulio Mácola como secretario, además de 10 vocales.

La Comisión Honoraria nacional, está presidida por el Excmo. señor Presidente de la Nación general Don Agustín P. Justo, hallándose en organización otra comisión honoraria local de Mendoza.

Entre las adhesiones recibidas, figura en primer lugar la del gobierno de la provincia de Mendoza; Facultad de Agronomía y Veterinaria de Buenos Aires; Facultad de Ciencias Matemáticas, Físico-Químicas y Naturales de Rosario; Facultad de Agronomía de La Plata; Museo Argentino de Ciencias Naturales; Sociedad Científica Argentina; Dirección de Minas y Geología de la Nación; Instituto de Botánica y Farmacología de la Facultad de Medicina de Buenos Aires; Estación Experimental Agrícola de Tucumán; Revista Chilena de Historia Natural; Instituto del Museo de La Plata; Instituto Darwinian de Buenos Aires; Dirección General de Yacimientos Petrolíferos Fiscales, y Dirección del Instituto de Higiene de San Pablo, (Brasil).

Entre los delegados cuyo nombramiento ya se conoce, figuran: doctores Juana Cortelezzi y Emiliano J. Mac Donagh, e ingeniero Nicolás Besio Moreno, nombrados por el Museo de La Plata; y los ingenieros agrónomos Juan C. Lindquist, Lorenzo R. Parodi, Carlos A. Lizer y Trelles y Emilio J. Ringuelet, por parte de la Facultad de Agronomía de La Plata. Por su parte la Sociedad Científica Argentina, designó delegados a los señores Ing. Agr. Carlos A. Lizer y Trelles, Prof. José F. Molfino y doctores Antonio Casacuberta, Juan B. Lara y Eduardo Carette.

Los trabajos ya anunciados para presentarse a la Segunda Reunión de Ciencias Naturales, son muy numerosos, llegando a fines de Febrero a 157, distribuidos de la siguiente manera: Sección Geología, 16 trabajos; Paleontología, 8; Zoología (vertebrados), 17; Zoología (invertebrados), 29; Botánica (fanerógamas), 19; Botánica (criptógamas), 19; Aplicación de las Ciencias Naturales, 24; Biología, 7 y Antropología, 18.

A continuación se indican algunos títulos.

TRABAJOS ANUNCIADOS PARA LA 2ª REUNIÓN DE CIENCIAS NATURALES DE MENDOZA

SECCIÓN GEOLOGÍA

- Juan Keidel*. — Sobre la estructura de corrimiento paleozoico de la Sierra de Uspallata.
- Pablo Groeber*. — La Geología de Mendoza.
- Juan Keidel y Horacio J. Harrington*. — Sobre la estratigrafía del Sistema de Pillahiuncó, especialmente de la Serie de Bonete.
- Augusto Tapia*. — Estructura geológica de la Precordillera Mendocina en relación al agua subterránea.
- Juan Olsacher*. — Contribución a la Geología de Córdoba: Los cerros volcánicos Poca, Yerba Buena, etc. (Dto. Pocho y Minas).
- Juan Olsacher*. — Bederita, un nuevo mineral argentino.
- Juan Olsacher*. — Windhausenita, un nuevo tipo de meteorito.
- E. Terra Arocena y R. Méndez Alzola*. — (Montevideo). Sobre el Devónico del Uruguay).
- Agustín E. Riggi*. — Resumen crítico y valor de las investigaciones geológicas realizadas en las sierras australes de la provincia de Buenos Aires.
- José Román Guiñazú*. — Historia de los cambios de clima del Cuaternario en la Argentina.
- Egidio Feruglio*. — Contribución a la geología de la Patagonia.
- A. Gómez Grimau*. — Contribución al estudio de algunos suelos argentinos.
- Juan B. Lara*. — El agua potable y subterránea de Mendoza.
- Guillermo Schulz*. — Las deformaciones de los geoides y los movimientos geológicos lentos de la corteza terrestre.
- Josefa G. de Peláez*. — Investigaciones petrográficas en clinkers de cemento Portland.
- Josefa G. de Peláez*. — Algunas rocas de la provincia de Córdoba y su importancia como materiales de construcción.

SECCIÓN PALEONTOLOGÍA

- Angel Cabrera*. — El género *Equus*; sus divisiones y formas fósiles y actuales.
- Alejandro Borda*. — Diagnósis de algunos mamíferos del Colpodon de Gayman, Chubut.
- José Román Guiñazú*. — Sobre la presencia de restos fósiles de mamíferos en los Estratos de Los Llanos en la provincia de San Luis.
- Alejandro F. Bordas*. — Notas sobre los mamíferos del Santacrucense de la meseta del Castillo, Chubut.
- Horacio J. Harrington*. — Sobre un rodado con fósiles del Carbonífero inferior, hallado en un depósito glacial en Las Juntas, provincia de San Juan.
- Horacio J. Harrington*. — Noticia preliminar sobre las faunas tremadocianas de la Quebrada de Coquena, provincia de Jujuy.
- Alejandro F. Bordas*. — Sobre una colección de fósiles del Terciario inferior, reunida por Alejandro Piatnisky, al Norte del lago Colhué-Huapí.

Noemí Cattoi. — Osteografía y craneometría comparada de los géneros *Typotherium* y *Pseudotypotherium*.

SECCIÓN ZOOLOGÍA (INVERTEBRADOS)

Carlos A. Lizer y Trelles. — Cóceidos y Chémidos nuevos o poco conocidos.

Carlos Bruch. — Contribución al conocimiento de los Tipúlidos (Diptera) argentinos.

Carlos Bruch. — Catálogo de los Tipúlidos (Diptera) de la República Argentina.

Everard E. Blanchard. — Estudio sistemático de los Afidoideos argentinos.

Everard E. Blanchard. — Contribución al conocimiento de los Sarcófagidos argentinos.

Deidamia G. de Calabrese. — Isópodos argentinos.

Esmeria A. Tapia. — Apuntes sobre algunos Trips.

Carlos Stuardo O. — Algunas anotaciones sobre los Nemestrinidae (Diptera) de la República Argentina.

Manuel José Viana. — Notas sobre la biología del *Parapechtis bazani*, Blanchard.

Juan M. Bosq. — Apuntes sobre la biología del *Metoponeurys fallax* (Boh). Col. Curculionidae.

José Liebermann. — Los *Tropidacrini* de la región neotropical (Orth. Acrid. Cyrtacanth.).

S. Mazza y M. E. Jörg. — Estructura de las armaduras genitales macho de algunos *Triatomidae* argentinos.

S. Mazza y M. E. Jörg. — Nervaduras hemielitales de los *Triatomideos*.

Max Birabén. — Sobre microfauna del Río Santiago. Los Cladóceros de la familia *Chydoridae*.

Max Birabén. — Consideraciones generales sobre limnología de la Patagonia.

T. L. Marini y St. Wright. — Estudios limnológicos del Embalse del Río III^o.

Stilmann Wright. — Limnological notes on some waters of Argentina.

Stilmann Wright. — Distribution of *Diaptomus* (Crustacea-Copepoda) in Argentina.

Emiliano J. Mac Donagh. — Sobre hormigas *Attinas* de Patagones y rectificación del supuesto *Oecodoma* de Hudson.

Fernando Bourquin. — La evolución de algunos lepidópteros de la fauna argentina.

Eduardo Del Ponte. — Revisión de los *Oestridae* argentinos (Dipt. Muscoidea).

Eduardo Del Ponte. — El problema entomológico de la fiebre amarilla en Goyaz (Brasil), durante el año 1935.

Eduardo Del Ponte. — Clasificación de Sabethini por medio de fichas perforadas (Dipt. Culicidae).

Eduardo Del Ponte y Marcos A. Riesel. — Catálogo de los *Siphonaptera* argentinos.

Pablo Köhler. — Notas sobre *Psychidae* argentinos (Lep. Het.).

Pablo Köhler. — Contribución al estudio sistemático de *Noctuidae* argentinos

Alejandro A. Oglobin. — Descripción de un género nuevo de la familia *Mymaridae*.

Ernesto D. Dallas. — Notas sistemáticas, biológicas y teratológicas sobre *Calosoma argentinense* Csiki (Col. Carab.).

Teresa Joan. — Un nuevo parásito de los ovinos de Patagonia.

José Liebermann. — Catálogo sistemático y biogeográfico de Lacertilios argentinos.

SECCIÓN ZOOLOGÍA (VERTEBRADOS)

José Yepes. — El difiodontismo en las « mulitas » (*Dasypodae*).

Fernando Lahille. — Los peces argentinos de cara torcida.

José Liebermann. — Contribución al estudio sistemático de los Cecílidos argentinos y algunas comprobaciones experimentales.

Jorge Dennler y José Yepes. — Aclaraciones en la sistemática de las « chinchillas » y su bibliografía comentada.

José Yepes y Genaro Yepes. — Breve monografía de los ratones del género *Phyllotis* (Crisetidae) distribuidos en la Argentina.

Jorge Dennler. — Los nombres guaraníes de los mamíferos de la Argentina y países limítrofes, como un complemento de identificación sistemática.

Abraham Freiberg. — Catálogo sistemático de las tortugas que habitan el territorio argentino.

Max Birabén. — Glándulas de veneno de *Cerathophrys ornata*.

Max Birabén. — Estructura de la piel en batracios argentinos.

Angel Cabrera. — Los monos del territorio argentino.

Ernesto D. Dallas. — Mamíferos teratológicos del Museo Argentino de Ciencias Naturales.

Jorge Dennler. — La psicología de los cánidos.

Jorge Dennler y José Yepes. — La interpretación del colorido y matices presentados por mamíferos de la fauna argentina, con algunas comprobaciones en especies domésticas.

Aristides Fiora. — Contribución al conocimiento de la distribución geográfica y ecológica de las aves del N. W. argentino.

Augusto C. Llanos. — La curva de compensación en la articulación dentaria de los mamíferos y otras particularidades.

José Yepes y Angela Chiarelli. — Morfología del pelo de nuestros murciélagos.

SECCIÓN BOTÁNICA (FANERÓGAMAS)

Alberto Castellanos y Sra. H. V. Lelong. — Género *Cactacearum Argentinorum*.

R. P. Moreau. — Lilaeopsis argentinas.

L. Tortorelli y C. O'Donnell. — Estudio anatómico comparado del leño de Zygofiláceas argentinas.

L. Tortorelli y C. O'Donnell. — Anatomía del leño de especies Xerófilas de la flora argentina.

C. C. Molle. — Estructura anatómica del leño de las especies argentinas del género *Condalia*.

C. O'Donnell y L. Tortorelli. — Anomalías de crecimiento en el leño de plantas argentinas.

Raúl Lahitte. — Gramíneas nuevas o interesantes de la flora argentina.

Juan V. Monticelli. — Revisión crítica del género *Larrea* Cav. (Zygophyllaceae).

Clortilde C. Molle. — Estudio histológico del tallo de la « cascarrilla » árbol medicinal argentino (*Pogonopus tubulosus*).

Carlos A. O'Donnell. — La anatomía de una interesante planta áfila cuyana; *Ramorinoa Girolae* Speg.

- Eduardo Carette y Adrián Ruiz.* — Contribución al estudio de las solanáceas de Mendoza.
- Lyman B. Smith* (Estados Unidos). — Sinopsis de las Loganiáceas.
- R. Pérez Moreau.* — Géneros de *Umbelliferae* de los alrededores de Buenos Aires.
- R. Pérez Moreau.* — Revisión de las especies argentinas del género *Hydrocotyle*.
- Angel L. Cabrera.* — Las Compuestas mendocinas de Philippi.
- Alfredo J. Bandoni.* — Anatomía de la timelácea *Ovidia pillo-pillo*, planta medicinal de los Andes patagónicos.
- Arturo Burkart.* — Las especies argentinas del género *Centrosema* (Leguminosae).
- José Román Guñazú.* — Reseña fitogeográfica de la provincia de San Luis.

SECCIÓN BOTÁNICA (CRÍPTOGAMAS)

- Juan B. Marchionatto.* — Notas micológicas.
- César Carrera.* — Contribución al estudio de los *Fusarium* de la República Argentina.
- Juan C. Lindquist.* — Notas críticas sobre *Ficomicetas* argentinas (*Phytophthora* y *Peronospora*).
- Leonardo Halperin.* — Caracterización y comportamiento del *Bacterium savatani* E. F. Smith, *B. malvacearum* E. F. Smith y *B. citriputale* C. O. Smith en medio de cultivo.
- O. Kühneman.* — Catálogo de los Musgos argentinos.
- Elisa Hirschhorn.* — Revisión crítica de los géneros *Ustilago* y *Sphaelotheca*.
- Raimundo Nieves.* — Poliracismo de *Ustilago tritici* (carbón volador del trigo) en la Argentina.
- Raimundo Nieves.* — Poliracismo de *Tilletia tritici* y *Tilletia levis* (caries del trigo) en la Argentina.
- León Grodzinsky.* — Notas sobre el comportamiento de algunos hongos en medio de cultivo.
- Mariano I. Frezzi.* — Sobre la presencia de *Fusarium oxysporum* var. *bulbigenum* en la Argentina.
- Fernando Rosa Mato* (Montevideo). — Las especies *Lepiota* en la colección Spegazzini.
- A. H. G. Alston* (Inglaterra). — The Selaginellas of Argentina, Uruguay and Paraguay.
- Gualterio Looser* (Santiago de Chile). — Las Pteridofitas de Nahuel Huapi.
- Alfredo M. Offerman.* — Comportamiento del *Rhizobium leguminosarum* Frank aislado de Soja hispida y *Cassia rotundifolia*, en cultivo artificial.
- Joaquín Frenguelli.* — Notas micropaleontológicas sobre el plioceno de Mendoza.
- Pablo Negroni.* — *Actinomyces discifolius*, señalado por primera vez en la Argentina.
- P. Negroni y H. Bonfiglioli.* — Estudio micológico del *Actinomyces israeli*.
- P. Negroni y T. Negri.* — Flora aspergilar del suelo de Buenos Aires.
- Ada I. Pastore.* — Sinopsis de las Equisetáceas argentinas.

SECCIÓN BIOLOGÍA

- Max Birabén.* — Notas biológicas sobre el pingüino *Spheniscus magellanicus* (J. R. Forster).
- Eduardo Del Ponte.* — Siete ensayos sobre Biología general.
- Raimundo Nieves.* — Fisiología de la antesis y factores que influyen en la infección del trigo por *Ustilago tritici* (carbón volador).
- Raimundo Nieves.* — Factores que influyen en la infección del trigo, por la *Tilletia tritici* y *Tilletia levis* (caries del trigo).
- P. Mañe de la Croix.* — Lo que determina el estado del ser a su nacimiento.
- Antonio Marino.* — Herencia del color del aleurona en el maíz piamontés.
- J. M. Andrés.* — Herencia del color del endosperma en el maíz piamontés.

SECCIÓN ANTROPOLÓGICA

- Milciades A. Vignati.* — Razas y culturas primitivas de la provincia de Mendoza.
- Milciades A. Vignati.* — Los aborígenes del Neuquén.
- Milciades A. Vignati.* — Hallazgos antropológicos en la provincia de Jujuy.
- Santos R. Castillo.* — Descripción de las lesiones dentarias de los cráneos de la colección del Museo Argentino de Ciencias Naturales.
- María Elena Villagra Cobanera.* — Anomalia de base del cráneo.
- María Elena Villagra Cobanera.* — Procesos basales tercer cóndilo y carillas articulares.
- Ramón Pardal.* — La deformación indígena artificial del cráneo. Interpretación del proceso deformativo y de su tolerancia.
- Ramón Pardal.* — Estudio radiológico de un cráneo incaico trepanado.
- Juan Olsacher.* — Nuevas pictografías del Dto. Sobremonte (Córdoba).
- José Imbelloni.* — Estado actual de la sistemática del Hombre, con referencia a América.
- José Imbelloni.* — Algunos nuevos problemas de la taxonomía humana, surgidos de la indagación serológica.
- Eduardo Casanova.* — Contribución al estudio de la cultura de La Candelaria.
- Eduardo Casanova.* — Adornos de oro procedentes de una sepultura santamariana.
- Santiago Gatto.* — Noticia preliminar sobre un paradero-cementerio de Brazo Largo.
- Santiago Gatto.* — Dos pinzas depilatorias excepcionales del Noroeste argentino.
- Adolfo Dembo.* — La práctica de las mutilaciones dentarias entre los aborígenes del territorio argentino.
- Adolfo Dembo.* — Sobre la técnica de las mutilaciones dentarias, con especial referencia a América.
- María Delia Millán.* — Un gorro de Paracas.

SECCIÓN APLICACIÓN DE LAS CIENCIAS NATURALES

- C. M. Albizzati y J. F. Molino.* — Datos sobre composición de resinas de plantas argentinas.
- Luis Floriani.* — Constituyentes ácidos de la resina de «carqueja» (*Baccharis articulata*).

- Luis Floriani*. — Examen fito-químico de la «liga» de Mendoza (*Psittacanthus cuneifolius*).
- Luis De Prado*. — Investigación sobre *Astragalus chilensis*, planta tóxica de Neuquén.
- L. R. Parodi y Ada Pastore*. — Géneros de plantas cultivadas de importancia económica representados en la flora indígena de la República Argentina.
- Enrique C. Clos*. — Bibliografía del algodónero.
- Enrique C. Clos*. — Los tipos de maní cultivados y su distribución geográfica en la Argentina.
- Armando De Fina*. — Factores que determinan el ciclo vegetativo del lino.
- A. Burkart*. — Contribución a la fitotecnia de la alfalfa.
- H. Contardi*. — Estudios genéticos en Cucurbita y consideraciones agronómicas.
- Tomás L. Marini*. — Notas sobre un aparato para la incubación de embriones de pejerrey para el transporte a larga distancia.
- Rafael Cordini*. — Sondeos limnológicos en la Laguna de Chascomún
- José Román Guñazú*. — Proyecto de creación de zonas de reservas naturales, en la provincia de San Luis.
- P. Negroni y Consuelo Briz de Negroni*. — Naturaleza antigénica de la tri-cofitina.
- Raimundo Nieves*. — Factores ecológicos y económicos, que determinan la producción de trigo, maíz y lino en la provincia de Buenos Aires.
- Raimundo Nieves*. — Factores ecológicos y económicos, que determinan la producción de trigo, maíz y lino en la provincia de Córdoba.
- Henri D'André*. — Apreciación de las propiedades plásticas de las pastas (Extensímetro).
- Henri D'André*. — Significación e importancia de la prueba de panificación.
- S. Horovitz*. — Ensayos sobre maíz amargo.
- S. Horovitz*. — Nuevo tipo de híbrido constante de trigo y centeno.
- Guillermo Schulz*. — Las investigaciones y el registro de nuestra riqueza forestal.
- Angel Stura*. — Carácter y extensión de la invasión filoxérica en Mendoza.
- Nélida S. Troncoso*. — Las especies de Verbenáceas cultivadas en Buenos Aires.
- Gustavo J. Fischer* (R. O. del Uruguay). — Utilización de los fertilizantes por asociaciones de plantas.
- Gustavo J. Fischer*. — Interpretación estadística de experiencias biológicas.

MEMORIA ANUAL

DEL PRESIDENTE DE LA SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

ING. NICOLÁS BESIO MORENO

CORRESPONDIENTE AL SEXAGÉSIMO CUARTO PERÍODO ADMINISTRATIVO

(1° DE ABRIL DE 1936 A 31 DE MARZO DE 1937)

APROBADA EN LA ASAMBLEA ORDINARIA DEL 1° DE ABRIL DE 1937

INTRODUCCIÓN

Consocios:

Vuelvo a informaros acerca del funcionamiento de la Sociedad Científica Argentina en 1936, año que es el sexagésimo cuarto de su existencia.

Correspóndeme una vez más, entregar la Institución a la nueva presidencia pronta a surgir de las elecciones que habeis de realizar y puedo augurar a mi sucesor en el alto sitio, que al recibir la pesada carga del más importante organismo científico no oficial del país, le espera un período fructífero para la antigua casa y para la ciencia argentina y su difusión general.

Fué siempre, desde la primer hora, desde el día inicial, la tribuna de la Sociedad Científica Argentina, una elevada y responsable tribuna, en la cual las más altas figuras del pensamiento científico nacional, presentaron su juicio aleccionador, señalaron derroteros, rectificaron rumbos y vaticinaron destinos para la nascente inspiración conceptual de la nacionalidad. Le faltaba al cuadro armonioso de su actividad, el marco apropiado que ostenta en la actualidad, y por el cual se ha convertido en el asiento natural de todas las expresiones públicas orales de la ciencia desinteresada, según podrá advertirse, recorriendo las referencias de esta propia Memoria anual.

Sombrias horas de duelo, inquietud y zozobra viene recorriendo la humanidad civilizada desde hace 22 años: a la catástrofe de la guerra terrible, sucedió el período angustioso del postguerra y más tarde la crisis económica y financiera universal que ha entrado en el séptimo, acaso el último año, de su prolongación. El dolor moral y las inquietudes espirituales son propias del saber y no de la ignorancia y así pudo verse que fueron mayores los sufrimientos de los pueblos más cultivados, pues en ellos es más grande el tesoro que se puede ofender con las vicisitudes del diario vivir. Nos hallamos hoy en el dintel de la nueva reacción que ha de conducir la humanidad a mejores momentos, si no interrumpe otra tempestad el brillo del fecundo fuego intelectual.

La prolongada crisis general que parece terminar, amagó igualmente la vida de la Sociedad Científica Argentina, sin lograr disminuir gravemente el venero de sus energías, que sobrevivieron en la primer hora, triunfaron luego progresando hasta ofrecer desde hace algún año un espectáculo de engrandecimiento, que es justo señalar como signo generoso de la vida nacional.

Si nos referimos a los dos aspectos singulares de este resurgir, diremos que la vida económica de la Sociedad, instalada desde hace tres años en este gran palacio central, no puede ser más holgada y lo es más de lo que lo ha sido siempre hasta hoy, pues ha acrecentado su activo vigorosamente, su pasivo ha desaparecido del todo y mantiene al día la complejidad de sus servicios.

El otro aspecto singular, el científico, ha tenido amplio proceso en los *Anales* de la Sociedad, en los cursos, clases y conferencias de sus salas de actos y reuniones, en su Consejo Científico y en su intervención atenta y continua en las generosas actividades de la Comisión Nacional de Cultura. Fué la Sociedad en 1936 un grande centro de difusión científica.

Mas no es esto suficiente.

Ha llegado la hora que la Sociedad sea un centro promotor de la ciencia libre — si así podemos decir — respetuosa, compañera y concordante con la ciencia oficial, pero que pueda estimular la investigación científica desinteresada en las diversas ramas de las ciencias matemáticas, astronómicas, físicas, químicas, naturales, biológicas y similares o contiguas.

La primer forma con que se pensó iniciar este modo vivo de acción creadora fué la celebración en Buenos Aires de una exposición internacional de instrumental científico moderno, que permitiera a los estudiosos conocer los recursos actuales de la ciencia en los países que gobiernan la vanguardia del pensamiento intelectual. Pero el propósito no pudo realizarse aún, a pesar de que creímos hallarnos próximos de ello.

Pero es indudable que no es ya suficiente la acción cultural de difusión científica, para el grado de poderío que ha alcanzado la Sociedad Científica Argentina. Ha de ser con el tiempo un instituto libre post universitario, ya necesario en la vida científica nacional. En diversos instantes de su historia lo fué nuestra Sociedad, pero deberá serlo pronto continuamente.

Paso ahora a informaros del movimiento social en el año transcurrido de 1936.

ASAMBLEAS

La Sociedad ha efectuado una sola Asamblea, la ordinaria, que tuvo lugar el 3 de abril ppdo., en la que se aprobó la Memoria correspondiente al 63º período (distribuída oportunamente a los señores socios), e integrada la Junta Directiva en la forma que ha sesionado durante todo el año.

JUNTA DIRECTIVA

De acuerdo con el Artº 13 del Reglamento en vigencia, que dispone que la Junta Directiva se renueva por mitades cada año en la Asamblea ordi-

naria de la primera semana de abril, fueron llenados los siguientes cargos, vacantes por terminación de su mandato:

Vicepresidente 1º: Ingº Jorge W. Dobranich, elegido por dos años.

Secretario de actas: Dr. Antonio Casacuberta, reelegido por dos años.

Tesorero: Arqº Carlos E. Géneau, reelegido por dos años.

Bibliotecario: Ingº José S. Gandolfo, reelegido por dos años.

Vocales: Ingº Ricardo J. Gutiérrez, Capitán de Fragata Héctor R. Ratto, Dr. Jorge Magnin y Dr. Angel H. Roffo, elegidos por dos años.

Con estas designaciones la Junta Directiva quedó constituida en la siguiente forma:

<i>Presidente</i>	Ingº Nicolás Besio Moreno
<i>Vicepresidente 1º</i>	Ingº Jorge W. Dobranich
» 2º	Dr. Gonzalo Bosch
<i>Secretario de actas</i>	Dr. Antonio Casacuberta
» » <i>correspondencia</i>	Dr. Elías A. De Cesare
<i>Tesorero</i>	Arqº Carlos E. Géneau
<i>Protesorero</i>	Prof. José F. Molfino
<i>Bibliotecario</i>	Ingº José S. Gandolfo
<i>Vocal</i>	Ingº Ricardo J. Gutiérrez
»	Cap. de Frag. Héctor R. Ratto
»	Dr. Jorge Magnin
»	Dr. Angel H. Roffo
»	Dr. Juan Ubaldo Carrea
»	Dr. Arturo R. Rossi
»	Gral. Ingº Arturo M. Lugones
»	Ingº Carlos Posadas

La Junta Directiva ha realizado 30 sesiones durante el período, siendo las principales resoluciones tomadas las siguientes:

Sesión del 16 de abril de 1936

Nota de la Comisión Nacional de Cultura comunicando que la Comisión está reuniendo los datos y antecedentes de los escritores, autores científicos y artistas radicados en el país, con el propósito de formar un archivo completo y ordenado de las personas cuya actividad intelectual entra en los fines de fomento de las artes y letras especificados en la Ley 11.723. Al mismo tiempo anuncia el envío de fichas personales que deberán llenar los señores socios y formularios de inscripción de las obras científicas y literarias publicadas en el año 1936, para uso de los asociados que se presenten a optar a los premios instituidos por la Comisión. Se resuelve acusar recibo y comunicar que se procederá de acuerdo con lo solicitado haciéndose saber por circular a los asociados.

— Se designan los miembros de la Sociedad que deben integrar las siguientes Comisiones:

Hacienda: Ing° Guillermo Buontempo, Arq° Carlos E. Géneau y Dr. Antonio Casacuberta.

Biblioteca: Ing° Jorge W. Dobranich, Ing° José S. Gandolfo y Dr. Reinaldo Vanossi.

Conferencias: Dr. Gonzalo Bosch, Dr. Juan Ubaldo Carrea, Gral. Ing° Arturo M. Lugones y Capitán de Fragata Héctor R. Ratto. Se faculta a la presidencia para designar el quinto miembro.

— Se aprueba por unanimidad una moción del Dr. Casacuberta para que se invite a las reuniones de la Junta Directiva durante el año siguiente de la terminación del mandato a los presidentes y vices de la misma, los cuales tendrán voz y no voto en las deliberaciones.

— Nota de la Sección Santa Fé proponiendo que los diplomas sean firmados por el Presidente y Secretarios de la Sociedad y Presidente y Secretario de la Sección. Se acepta y adopta el temperamento propuesto para todas las Secciones.

Sesión del 30 de abril de 1936

Se aprueba una moción del vocal Dr. Angel H. Roffo proponiendo la realización de un acto en homenaje con motivo del 25° aniversario del fallecimiento de Florentino Ameghino.

— El Dr. Carelli señala las dificultades con que se tropezará para realizar la exposición de material científico proyectado por las circunstancias que atraviesa el continente europeo. El Ing° Gandolfo propone una muestra de instrumental fabricado en el país. El Dr. Casacuberta informa sobre la ordenanza municipal que acordó el subsidio como uno de los actos para celebrar la conmemoración del IV Centenario de la primera fundación de Buenos Aires. Se resuelve finalmente esperar el resultado de la imputación de los fondos por el Concejo Deliberante y luego resolver en definitiva.

— Se acuerda favorablemente el envío de los «Anales» sin cargo y con carácter permanente para la Mesa de Publicaciones de la Dirección General de Correos y Telégrafos.

Sesión del 7 de mayo de 1936

Por moción del Dr. Casacuberta se resuelve designar una Comisión compuesta por el Ing° Jorge W. Dobranich y los Dres. Gonzalo Bosch y Reinaldo Vanossi que intervendrá en todos los asuntos relacionados con la Comisión Nacional de Cultura.

— Se designa para constituir la Comisión de Estatutos y Reglamento al Dr. Reinaldo Vanossi y a los ingenieros Arturo M. Lugones y Carlos Posadas.

— Para integrar la Comisión de Conferencias se designa al Ing° Ludovico Ivanisovich.

Sesión del 14 de mayo de 1936

Nota de la Embajada Británica adjuntando una copia de las condiciones generales con respecto al ingreso de candidatos para las Becas Príncipe de Gales a la Universidad de Oxford, como también una descripción de la Universidad y de la vida de Colegio en ella. Solicita dar publicidad a estos do-

cumentos y hace saber que las solicitudes de los candidatos se recibirán en la Embajada hasta el 31 de diciembre del año en curso. Se resuelve remitir copia de la nota a todas las facultades y a los socios con un resumen de las condiciones requeridas, haciéndoles saber que para el año 1937 habrán dos Becas disponibles.

— Nota del Museo Social Argentino haciendo conocer su actuación pasada y presente e invitando al acto conmemorativo de sus bodas de plata. Se designa al Dr. Gonzalo Bosch para que concurra al acto a realizarse y exprese que la Junta Directiva aplaude el esfuerzo realizado en bien del país.

Sesión del 28 de mayo de 1936

El señor Presidente recuerda el propósito de la Junta de constituir el Consejo Técnico con el fin de abarcar los problemas de ciencia aplicada, cuando se organizó el Consejo Científico, considerado como una rama de investigación y propone la designación de una Comisión para establecer las bases de su constitución y funcionamiento. Se resuelve designar una Comisión compuesta por los doctores Gonzalo Bosch, Jorge Magnin y Antonio Casacuberta, Ing^o José S. Gandolfo y Prof. José F. Molfino para que estudie el problema y aconseje si conviene separarlo o formar uno solo y el número de personas que deben constituirlo.

— En vista de la falta de noticias acerca de las actividades de la Sección Mendoza, se resuelve dirigir un telegrama al Dr. Eduardo Carette y confirmarlo por nota. También se resuelve designar una delegación constituida por el Tesorero Arq^o Carlos E. Géneau y el Secretario Dr. Antonio Casacuberta a fin de que, cuando les sea posible se trasladen a Mendoza y procuren la constitución definitiva de dicha filial.

— Por indicación del Dr. Casacuberta se agregan a la Comisión de Conferencias el Dr. Angel H. Roffo y el Prof. José F. Molfino, quedando dicha comisión constituida en la siguiente forma: General Ing^o Arturo M. Lugones, Presidente; Prof. José F. Molfino, Secretario y Dr. Gonzalo Bosch, Dr. Juan Ubaldo Carrea, Capitán de Fragata Héctor R. Ratto, Ing^o Ludovico Ivanisovich y Dr. Angel H. Roffo, vocales.

— Se resuelve designar a los Dres. Gonzalo Bosch y Angel H. Roffo para representar a la Sociedad en el acto de homenaje que se tributará a la memoria del Dr. Santín Carlos Rossi.

— El señor Bibliotecario informa que con los fondos donados por socios se ha suscripto a las siguientes revistas por el año 1936: *The Institute of Metals*, Londres; *Erdöl un Feer* (desde octubre 1935) *Oel und Kohle*, Berlín; *Wasserwirtschaft und Technik*, Viena; *Les Matières Grasses*, *Le Pétrole et ses Dérivés*, París; *The Journal of Chemical Physics*, New York; *Proceedings of the American Wood Reserves Association*, Chicago.

Sesión del 18 de junio de 1936

Se resuelve designar a los Dres. Gonzalo Bosch y Juan Ubaldo Carrea para que representen a la Sociedad en el acto de homenaje a la memoria del Prof. Telémaco Susini, auspiciado por la Asociación Médica Argentina.

— El señor Bibliotecario informa que existen publicaciones que deben fichar-

se como libros y propone encomendar la tarea a destajo abonando, como prueba, la suma de \$ 0,05 m/n por ficha. Con la conformidad del señor Tesorero se autoriza el gasto hasta la suma única y total de \$ 200,— nacionales, incluyendo en ello el costo de las fichas.

—La Junta Directiva resuelve felicitar al Intendente Sr. Claudio López por su buen comportamiento en las circunstancias dadas a conocer por el señor Presidente.

Sesión del 25 de junio de 1936

Se resuelve autorizar al señor Director de los «Anales» el empleo de cuatro pliegos en cada número durante el segundo semestre de 1936.

—Nota del Dr. Eduardo Carette de la Sección Mendoza informando que de acuerdo con la autorización conferida por la Junta Directiva fué constituida esa filial en el mes de octubre ppdo., habiendo sido designado Presidente el Ing^o José S. Corti y remitido el acta de constitución, la nómina de las nuevas autoridades y solicitudes de nuevos socios. Como no se han recibido dichas comunicaciones, se resuelve solicitarle quiera tener a bien remitir copia de todos esos documentos y nuevas solicitudes de los socios ingresados que nó figuren en las tapas de los «Anales» a fin de proceder a su aceptación por parte de la Junta y remitirles el nombramiento y diploma correspondiente.

Sesión del 16 de julio de 1936

El Dr. Casacuberta, en su carácter de apoderado general y miembro de la Comisión de Hacienda, informa que, de acuerdo con lo aconsejado por dicha Comisión, presentó al H. Concejo Deliberante Municipal una solicitud de subsidio para el año 1937 por la suma de \$ 10.000 m/n. Se aprueba por unanimidad el temperamento adoptado por la Comisión de Hacienda.

Sesión del 30 de julio de 1936

Se resuelve adherirse al Congreso Internacional de Geografía de Amsterdam.

—Nota del socio Dr. Cristofredo Jakob solicitando se inicien gestiones tendientes a conseguir del Ministerio de Marina una autorización para el estudio del encéfalo de ballenas y de todo otro material científicamente interesante, que pueda llegar a las costas del Río de la Plata. Se resuelve apoyar con interés el pedido.

—Se toma nota de la Comisión Directiva de la Sección Mendoza y se concede la autorización necesaria a fin de constituirla en el futuro con mayor número de cargos o sea: un Presidente honorario local, un Vicepresidente, un Bibliotecario y dos vocales más.

Sesión del 6 de agosto de 1936

En conocimiento de que el Poder Ejecutivo de la provincia de Buenos Aires proyecta la creación del Instituto Ameghino en la casa donde nació el sabio naturalista, que a base de documentos irrefutables se halla situada en la calle Las Heras 448 de Luján (B. A.), cuya dirección se confiará a un consejo

académico honorario designado por el Poder Ejecutivo, el que tendrá su sede en Luján y se formaría con el Director del Museo Nacional de Historia Natural de Buenos Aires, Director del Museo de Ciencias Naturales de La Plata, Decano de la Facultad de Humanidades de La Plata, Decano de la Facultad de Filosofía y Letras de Buenos Aires o un representante de ella, Director General de Escuelas de la provincia, Presidente de la Sociedad Científica Argentina, Director de la Escuela Normal Nacional de Luján y Presidente o representante de la Asociación Cultural Ameghino, de Luján; se resuelve pasar nota al P. E. provincial auspiciando la idea y agradeciendo la inclusión de la Sociedad en el Consejo académico.

— El señor Presidente pone en consideración el proyecto de nuevo Estatuto presentado por la Comisión especial integrada por los Dres. Reinaldo Vanossi y Emilio C. Díaz, Ing^o Eduardo M. Huergo, Gral. Ing^o Arturo M. Lugones e Ing^o Carlos Posadas, cuyo proyecto, tratando de conservar la estructura actual de la Sociedad, contempla las necesidades creadas por el desarrollo adquirido. Después de aprobado en general se trata en particular hasta el artículo octavo con las modificaciones que se harán conocer al ser terminada su consideración por la Junta Directiva.

Sesión del 13 de agosto de 1936

Se continúa la consideración del proyecto de nuevo Estatuto hasta el artículo décimo séptimo, aprobándose la constitución de un fondo de reserva propuesto por la Comisión de Hacienda.

Sesión del 20 de agosto de 1936

Se resuelve designar al Dr. Gonzalo Bosch y al Arq^o Carlos E. Géneau para que concurren en representación de la Sociedad al acto de la conferencia inaugural del ciclo del año en curso que pronunciará el señor Rector de la Universidad de Buenos Aires, acto auspiciado por el Colegio de Escribanos.

— Se continúa la consideración del proyecto de nuevo Estatuto hasta el artículo 42 inclusive.

Sesión del 27 de agosto de 1936

Nota de la Prefectura General Marítima relacionada con el pedido de autorización para asignar a esta Institución todo material científicamente interesante que tenga relación con las ballenas que puedan llegar al Río de la Plata. Manifiesta que, a pesar de los plausibles propósitos expresados en la nota de referencia, esa autoridad marítima se ve imposibilitada de acceder a lo solicitado, ya que en algunos casos esos cetáceos llevan consigo el arpón o cualquier otra señal que denuncia la propiedad de aquél, de manera que al llegar a la costa es necesario comprobar esos detalles para poder recién estar en condiciones de disponer su destino. La repartición se hace eco de la finalidad que persigue esta Sociedad pero es necesario por las razones expuestas que en cada caso se formule el pedido respectivo. Se resuelve agradecer y transcribir la presente nota al Dr. Cristofredo Jakob.

— Se termina la consideración del proyecto de nuevo Estatuto y se resuelve enviar a cada uno de los miembros de la Comisión un ejemplar del proyecto con las modificaciones introducidas para su redacción definitiva.

Sesión del 3 de setiembre de 1936

Se resuelve con carácter general que el homenaje a los socios con 40 años de antigüedad se tribute anualmente en un acto a realizarse con motivo de la celebración del aniversario de la fundación de la Sociedad, tomando la antigüedad en tiempo efectivo y a la fecha del 28 de julio de cada año. También se resuelve, a moción del Dr. Casacuberta, que en el cómputo de antigüedad se calcule como año entero la fracción que exceda de seis meses.

— El Arqº Géneau hace uso de la palabra manifestando que debiendo inaugurarse en esta Capital el Congreso Internacional de Escritores, convocado por la Federación de P.E.N. Club, para considerar en forma pública algunos asuntos que atañen a la cultura y a la labor que cumplen los hombres consagrados a las diversas disciplinas literarias, en cuyo certamen participarán delegados venidos de todos los extremos del mundo, propone la realización de un acto de homenaje a dichos delegados, que se realizaría en el salón «Florentino Ameghino». Después de un cambio de ideas entre los miembros de la Junta Directiva se resuelve la realización, encomendando la preparación del mismo al Dr. Gonzalo Bosch y al Ingº Jorge W. Dobranich, en cuyo acto el primero de los nombrados pronunciaría palabras alusivas al motivo de la reunión. Se autoriza al Ingº Dobranich para obtener la cooperación del cuarteto «Pro Arte» y por Tesorería se abonaría la indemnización de gastos que sean necesarios.

Sesión del 10 de setiembre de 1936

De acuerdo a la nota del Instituto Argentino de Cultura Itálica, comunicando la llegada del Prof. Dr. Carlos Foá, quien dará un ciclo de conferencias en la Facultad de Ciencias Médicas con los auspicios de dicho Instituto, se resuelve manifestarle que concurrirán a las conferencias en representación de la Sociedad, los miembros de la Junta Directiva, Dres. Gonzalo Bosch y Juan Ubaldo Carrea.

Sesión del 17 de setiembre de 1936

Con motivo de la nota del Colegio de Escribanos solicitando la designación de representantes para que asistan al banquete oficial auspiciado por esa institución con el objeto de rememorar el septuagésimo aniversario, se resuelve comunicarle que la Junta Directiva ha designado al vocal de la misma doctor Juan Ubaldo Carrea para que represente a la Sociedad en dicho acto.

— Se resuelve designar al Ingº Nicolás Besio Moreno y al Arqº Carlos E. Géneau para que lleven la representación de la Sociedad en el acto de la colación de grados y distribución de premios de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

— Nota de la señora I. de Moreau informando que los libros remitidos a la Sociedad tienen por objeto donarlos en homenaje y memoria de su extinto hijo

Gabriel S. Moreau. El señor Bibliotecario informa que se han recibido y ubicado dichos libros. Se resuelve acusar recibo, agradecer e informarle que oportunamente se le hará conocer el acto de homenaje que se realizará.

— El señor Bibliotecario informa que se ha agotado la partida autorizada en la sesión del 18 de junio y solicita se continúe confeccionando las fichas, calculando un gasto total de \$ 2.000 nacionales a verificarse a razón de \$ 50 m/n mensuales. Se aprueba dicho gasto mensual con la condición de reintegrarse en el caso de obtener el subsidio en trámite.

— Se resuelve designar al Ing^o Carlos A. Lizer y Trelles para que represente a la Sociedad en el acto de inauguración del Instituto de Parasitología y Enfermedades Parasitarias en la Facultad de Agronomía y Veterinaria.

— Se aprueba la revisión del proyecto de nuevo Estatuto incluyendo las modificaciones en el ejemplar enviado a la imprenta. Se resuelve citar a Asamblea extraordinaria cuya orden del día será la siguiente: Proyecto de nuevo Estatuto. Designación de dos socios para firmar el acta. Se autoriza al señor Presidente para fijar la fecha una vez que se haya impreso el proyecto, del cual quedará un ejemplar debidamente legalizado por Secretaría en el legajo correspondiente a la sesión de la fecha.

Sesión del 8 de octubre de 1936

El señor Presidente informa que ha señalado la fecha del 15 de actual a las 18 y 30 horas para la realización de la Asamblea general extraordinaria que deberá considerar el proyecto de nuevo Estatuto de la Junta Directiva.

— Habiendo sido incluídos para ser tratados en las sesiones de prórroga, los proyectos de subsidio extraordinario para la Biblioteca y la exoneración de impuesto de contribución territorial, se resuelve designar una Comisión especial integrada por el Presidente Ing^o Nicolás Besio Moreno, y los vocales General Ing^o Arturo M. Lugonés y Dr. Jorge Magnin para activar los trabajos en favor de su sanción.

Sesión del 22 de octubre de 1936

Se resuelve designar al Dr. Jorge Magnin para que concurra en representación de la Sociedad al acto de entrega del diploma de Profesor honorario al Dr. Federico Reichert, por la Facultad de Agronomía y Veterinaria.

— Nota del Dr. Enrique Herrero Ducloux manifestando que, según así resulta de una publicación de «La Prensa», el señor Carlos Lojda va a presentar a la Sociedad fragmentos de un meteorito procedente de la Colonia Suiza, Lago Moreno (Río Negro) y ofrece su colaboración para el estudio de esos materiales. Se resuelve agradecer y hacerle saber las diligencias efectuadas por la Sociedad. Telegrama al señor Carlos Lojda informando al respecto. Se resuelve acusar recibo telegráfico, confirmando telegrama y hacerle saber que la Sociedad se encargará del estudio científico de los materiales, a cuyo efecto se le invita a remitir algunas muestras, según su ofrecimiento expresado en «La Prensa», por noticia del día 9 del actual, para ser estudiadas por el Dr. E. Herrero Ducloux.

Sesión del 29 de octubre de 1936

Se resuelve formular un voto de aplauso al señor Director de los « Anales » Ing^o Emilio Rebuerto, por su empeño y contracción, satisfaciendo los anhelos de la Junta Directiva.

— Nota del señor ministro de Gobierno de la provincia de Buenos Aires adjuntando copia legalizada de la Ley N^o 4471 por la que se crean premios anuales para fomentar la producción literaria y científica en la provincia, estableciendo el Art^o 6^o que: « Para juzgar las obras de ciencias jurídicas y sociales, ciencias matemáticas y físico naturales, medicina y ciencias aplicadas, el Poder Ejecutivo nombrará un jurado extraordinario, integrado por dos profesores de la Universidad de La Plata, dos universitarios dependientes del gobierno provincial y un representante de la Sociedad Científica Argentina, los que se expedirán en la fecha que establece el artículo anterior para los otros jurados ». Se resuelve por unanimidad remitir al señor ministro de Gobierno sendas notas acusando recibo y agradeciendo la inclusión entre los miembros del jurados a un representante de esta Sociedad y llevando a su conocimiento que se ha designado al vocal de la Junta Capitán de Fragata Héctor R. Ratto para que forme parte del jurado por el primer año, de conformidad con lo dispuesto en el Art^o 11 de la citada Ley.

— El Secretario da lectura del siguiente proyecto de resolución: Art^o 1^o Se resuelve con carácter general que cuando la Junta Directiva proceda a la designación de empleados de cualquier categoría (Art^o 18, inc. 5^o del Reglamento) lo hará a título provisorio. Art^o 2^o Transcurrido un plazo no menor de 30 días la Junta Directiva proveerá la confirmación en el cargo o dejará sin efecto la designación, según se haya comprobado o no la competencia para las tareas a que hubiera sido designado y previo informe de una Comisión especial. Se aprueba en general y en particular.

Sesión del 5 de noviembre de 1936

El Tesorero Arq^o Géneau manifiesta que ha sido consultado por el Ing^o Babiní de la Sección Santa Fé acerca del derecho de los autores de comunicaciones que se publican en la Sección respectiva de los « Anales », para obtener tiradas aparte. Se resuelve que los autores de artículos o comunicaciones de la Sección Santa Fé tienen el mismo derecho que los autores de artículos que se publican en los « Anales », es decir, 50 tiradas aparte a título gratuito.

Sesión del 19 de noviembre de 1936

Se resuelve publicar en los « Anales » la información relativa a la reciente incorporación de los nuevos miembros de la Academia de Ciencias Exactas, ingenieros Enrique Butty y José P. Repossini y doctor Teófilo Isnardi, así como la noticia de la elección del Prof. Carlos E. Dieulefait en calidad de miembro de la Société Mathématique de France, recibida por intermedio del consocio Prof. Fernando L. Gaspar.

— El Arq^o Géneau, designado por el señor Presidente para concurrir a la reunión convocada por el señor Director de Telégrafos de la Nación para el

día 18 del actual, a fin de considerar conjuntamente los planes que desarrollará la estación oficial, transmisiones y distribución del horario para cada repartición, presenta un informe detallado manifestando que para la buena marcha de las transmisiones era necesario que al hacer su pedido cada institución lo hiciera considerando su capacidad para poder cumplir con su compromiso. Se resuelve designar una Comisión especial integrada por el Ingº Jorge W. Dobranich, Dr. Gonzalo Bosch, Dr. Reinaldo Vanossi, Gral. Ingº Arturo M. Lugones, Ingº José S. Gandolfo y Arqº Carlos E. Gêneau quien actuará en calidad de Secretario de la Comisión y se le designa al mismo tiempo representante de la Sociedad ante las autoridades de la Radio del Estado. También se resuelve solicitar un espacio de quince a veinte minutos semanales para desarrollar el siguiente plan: a) Exposición breve de la bibliografía científica de actualidad. b) Reseña de los artículos que aparecen en los «Anales» y de las conferencias que se den en la Sociedad. c) Actividades de utilidad pública de la Institución. d) Cuestiones científicas generales del país y del extranjero. Este programa podrá ser ampliado o modificado de acuerdo con las sugerencias que la Junta Directiva reciba de los asociados los cuales serán consultados al respecto por una circular que se remitirá oportunamente, después de una reunión que se realizará conjuntamente con el Consejo Científico de acuerdo con la siguiente orden del día: 1º Plan científico para el año 1937; 2º Conferencias radiotelefónicas por la estación del Estado. Se formará una carpeta de todos los antecedentes relacionados con la Radio del Estado y la actuación de la Sociedad en la misma.

—El Secretario Dr. Casacuberta informa ampliamente respecto de las gestiones realizadas en compañía del Presidente Ingº Besio Moreno ante los miembros de las Cámaras de Senadores y Diputados de la Nación como asimismo de las entrevistas con el señor Vicepresidente de la República Dr. Julio A. Roca, con el señor Presidente del Senado Dr. Robustiano Patrón Costas y diversos diputados miembros de la Comisión de Presupuesto y Hacienda, a fin de interesarlos en la sanción favorable de los proyectos sometidos a su consideración y que interesan a la Sociedad, habiendo recibido de todos ellos las promesas más formales. Se aprueban dichas gestiones. También se resuelve solicitar que en el Anexo L. al final del inciso 1º a continuación de la partida «Colegio Nacional de Junín» y bajo el rubro «Partida que se incluye a fin de modificar la leyenda de origen para utilizar los saldos de arrastre» corresponde agregar la partida 1-2-145 del año 1935 que dice: «Capital Federal. Sociedad Científica Argentina» cambiando el texto por: «Capital Federal. Sociedad Científica Argentina. Obras de ampliación y de habilitación».

—Por indicación del Dr. Vanossi se resuelve hacer una circular a personas destacadas tales como ex-socios, miembros de la Comisión Nacional de Cultura, profesores titulares universitarios, invitándolos a hacerse socios, encomendando al Dr. Vanossi su redacción.

Sesión del 17 de diciembre de 1936

En virtud de los motivos expuestos en la nota de la Sección Mendoza, se resuelve con carácter transitorio acceder a las siguientes proposiciones: a) Conveniencia de condonar las deudas pendientes de algunos socios de esa filial hasta el mes de setiembre ppdo. en que se constituyó la actual Comisión

Directiva Local; b) Reducción de la cuota a remitir por esa seccional a un peso moneda nacional, de los dos que se seguirán cobrando a los socios desde el mismo mes de setiembre; c) De acuerdo con estos propósitos, depuración de la actual nómina de socios y conscripción de nuevos adherentes.

— Nota de la Sociedad Argentina de Ciencias Naturales informando la realización de la Segunda Reunión en Mendoza, del 3 al 11 de abril de 1937, con el auspicio del Gobierno de la provincia, y que la organización de dicha reunión comprende las secciones de: Geología, Paleontología, Zoología, Botánica, Antropología, Aplicación de las Ciencias Naturales y Biología. Solicita la colaboración de la Sociedad Científica Argentina y la invita a: 1º Adherirse a la Segunda Reunión de Ciencias Naturales a realizarse en Mendoza. 2º Designar oportunamente sus delegados y 3º Prestigiar la Reunión con una colaboración de sus investigaciones e invitar a los especialistas de la Sociedad para que envíen trabajos. Se resuelve acordar el auspicio solicitado, adherirse a la Reunión con la suma de \$ 25,— m/n en concepto de cuota de inscripción, designar los siguientes delegados: Dr. Eduardo Carette, Dr. Antonio Casacuberta, Dr. Juan B. Lara, Ingº Agrº Carlos A. Lizer y Trelles y Prof. José F. Molfino, remitir una circular a los socios transcribiendo la nota de la Sociedad Argentina de Ciencias Naturales, publicar en los diarios estas resoluciones y comunicarlas a la Sección Mendoza.

— No habiendo podido realizarse la Asamblea general extraordinaria convocada para el 15 de octubre ppdo., por falta de número reglamentario de socios para considerar el proyecto de nuevo Estatuto de la Junta Directiva, se resuelve contestar la vista conferida por la Inspección General de Justicia, manifestando que el temperamento resuelto con referencia a dicho acto consiste en postergarlo para otra oportunidad, después de la Asamblea general ordinaria.

— Se acepta la proposición del Prof. José F. Molfino a fin de que se designe socio correspondiente en Río de Janeiro al Dr. Pablo Campos Porto, Director del Instituto de Biología Vegetal y del Jardín Botánico.

— Se aprueba una proposición del Dr. Carrea, con carácter general, de que no se otorgarán en lo sucesivo diplomas de socios hasta después de percibirse el importe de cuatro cuotas.

* * *

Debo expresar aquí mi profundo reconocimiento a los miembros de la Junta por su laboriosidad y desinterés. Corresponde consignar que la Junta celebró muchas más sesiones de las que le señala el Estatuto y que jamás faltó quórum en las citaciones que se le hiciera.

ANALES

Mucha atención dedicó la Junta Directiva a los « Anales de la Sociedad Científica Argentina », órgano poderoso y responsable de la institución con 62 años de vida ininterrumpida y 123 volúmenes de seis entregas mensuales cada uno, publicados. La vastedad del plan que deben encerrar los « Anales » por la variedad de las ciencias que en ellos han de ser tratadas hacen que su dirección y realización sea un constante y afanoso problema. Debe contemplar el juicio que merecen sus números a los contemporáneos y a la vez el servicio que ellos pueden prestar a la posteridad.

Solemos considerar valiosísimos y de extrema importancia trabajos y estudios publicados en ellos que en su hora dieron margen a críticas airadas y sostenidas. Corresponde al gobierno de la publicación, cerrar los oídos a las críticas coetáneas si le anima la convicción de reunir elementos que las futuras generaciones han de utilizar y apreciar. Los «Anales» deben ser instrumento de la ciencia del día y no de la del pasado, pues corresponde ésta a órganos de otra naturaleza, pero tanto más lejos irá y más fuerte será su influencia si sirve también para alimentar los estudios del futuro como alimentan a los estudiosos de hoy algunos trabajos aparecidos décadas ha en nuestra publicación. La Sociedad puede ofrecer hoy los «Anales» sin atraso alguno, y a la vez sin deuda que fatigue sus preocupaciones.

La Dirección de los «Anales» ha estado durante el año transcurrido a cargo del espíritu eclético, laborioso y profundo del ingeniero Emilio Rebuelto, de conocida personalidad intelectual.

Las entregas aparecidas en el último período son: N° VI del tomo CXX, I a VI del tomo CXXI, I a VI del tomo CXXII y I y II del tomo CXXIII.

Los trabajos publicados en dichas entregas son los siguientes:

- C. E. G.*: Fiesta de homenaje a los socios más antiguos. Discurso del Presidente de la Sociedad Científica Argentina Ing° *Nicolás Besio Moreno*. Palabras del Ing° y Dr. *Claro C. Dassen*.
- Dudley Moulton*: Two new species of Thysanoptera in Argentina and records of other species.
- Dudley Moulton*: Dos especies nuevas de Tisanopteros de la Argentina y apuntes sobre otras especies (traducción del artículo anterior).
- Alberto E. Sagastume Berra*: Sobre la teoría de los grupos.
- Tomás L. Marini*: Los Salmónidos en nuestro Parque Nacional de Nahuel Huapí.
- P. Magne de la Croix*: La electricidad en el organismo.
- Ismael Gajardo Reyes*: Los errores en la estadística provenientes de las irregularidades en el Calendario.
- Monseñor Pablo Cabrera*: Necrología y discursos pronunciados en el acto del sepelio por el presbítero doctor *Vera Vallejo* y por el doctor *Enrique Martínez Paz*.
- Reinaldo Vanossi* y *Raúl Ferramola*: Microdeterminación cerimétrica de glucosa sobre 0,1 ml. de sangre.
- Fernando L. Gaspar*: Sobre los polinomios ortogonales a dos variables y generalización de la superficie de Bravais.
- C. M. Albizzati* y *F. Carradó*: Evaluación de los compuestos de manganeso en algunas variedades de trigos argentinos.
- J. C. Vignaux*: Sobre el número complejo dual.
- J. C. Vignaux* y *Mischa Cotlar*: Sobre la derivada areolar y simétrica de las funciones de una variable compleja dual.
- Nicolás Besio Moreno*: Memoria anual del Presidente de la Sociedad Científica Argentina, correspondiente al sexagésimo tercer período administrativo.

Plutarco R. Orella: Contribución al estudio de la investigación toxicológica del ácido cianhídrico.

Francisco La Menza: Los sistemas de inecuaciones lineales y sus aplicaciones al estudio de los cuerpos convexos.

C. M. Albizzati: El arsénico depositado en los frutos por los tratamientos con los insecticidas arsenicales.

Sección Santa Fé de la Sociedad Científica Argentina:

Asamblea y sesión de comunicaciones del 3 de abril de 1936.

Gustavo A. Fester: La Rafaelita de Auca Mahuida (Resumen).

Rolando Hereñú: Informe sobre un trabajo publicado por el Dr. Angel Cabrera, titulado «Las especies del género *Glossotherium*» (Resumen).

José Babini: Una relación entre las expresiones factoriales de base igual al grado.

Informe de la Presidencia leído en la Asamblea ordinaria de 3 de abril de 1936.

Comisión Directiva. Socios activos.

Balance de Tesorería.

Excursión a la fábrica de Productos Cerámicos de Alassio Hnos.

M. Magne de la Croix: Apuntes sobre los andares transitorios e irregulares.

Carlos M. Albizzati: Contribución al estudio de las variedades de trigos «Blackhull», Super Hard «Blackhull», con y sin barba.

Francisco Alberto Saez: Una era nueva en el estudio de las ciencias naturales.

Antonio Carelli: La fruta. La calcificación del terreno y su influencia en la constitución ósea y dentaria de los habitantes de San Juan.

J. C. Vignaux: Sobre las series convergentes simples y múltiples de funciones de variable compleja dual.

José Torre Revello: La expedición de don Pedro de Mendoza, y la fundación de Buenos Aires.

P. Magne de la Croix: Tratamiento de la tuberculosis pulmonar por la sobre-alimentación.

P. Magne de la Croix: Sobre la ninfosis.

Enrique V. Zappi: Los problemas del hemo y de la clorófila.

J. C. Vignaux: Extensión del método de sumación de M. Borel a las series de funciones de variable compleja dual e hiperbólica.

José Babini: Matemática y poesía.

Emilio L. Díaz: La radiación del viento en «Cristo Redentor» y la radiación solar.

Héctor R. Ratto: La náutica y el pilotaje en el siglo XVI.

Enrique V. Zappi y *Juan F. Sebellas*: Contribution a la connaissance de nouveaux dérivés arseniels aromatiques.

Carlos Rusconi: Anomalías en las cornamentas del Huemul.

Sección Santa Fé de la Sociedad Científica Argentina:

Commemoración del centenario de Ampère.

Ciclo de conferencias: *Antonio E. Marino*: Herencia Mendeliana. Rev. P.

José A. Laburu: Problemas sobre la psicofisiología del carácter.

Sesión de Comunicaciones científicas en homenaje a Ameghino.

- A. Larguía de Crouzeilles*: Datos arqueológicos sobre paraderos indígenas de Santa Fé (isla del Periquillo, Helvecia y Sauce Viejo).
- J. Frenguelli*: Apuntes estratigráficos acerca del yacimiento del «Glossotherium» de la laguna Guadalupe.
- G. A. Fester, F. A. Bertuzzi y D. Pucci*: La identidad del Yacarol con el d-Citronelol.
- H. Damianovich*: La química del Helio y la transmutación de los elementos. Excursión a las barrancas de Paraná.
- Carlos Biggeri*: Singularidades de las funciones analíticas de una y de varias variables complejas independientes.
- Emilio L. Díaz*: Sobre la correlación entre la radiación solar y la presión en Valdivia.
- Everard E. Blanchard*: Descripción de icneumonoideos argentinos.
- Alberto E. Sagastume Berra*: Fundamentos matemáticos de la música.
- J. C. Vignaux*: Generalización de una fórmula de Schwarz.
- Emilio L. Díaz*: Notas sobre la circulación atmosférica en territorio argentino y la radiación solar.
- Fernando L. Gaspar*: La función de primera aproximación y la definición analítica de las superficies de frecuencias experimentales.

Sección Santa Fé de la Sociedad Científica Argentina:

Ciclo de conferencias: El trabajo. Función jurídica, social y educativa.
Sesión de Comunicaciones científicas del 13 de noviembre de 1936.

P. Raúl Carabajal, S. J.: Últimos descubrimientos arqueológicos del Arroyo Leyes (Prov. de Santa Fé).

F. E. Urondo. Nueva medida de radioactividad del aire del subsuelo.

Carlos Rusconi: «Listriodon Dupuyi» y sus relaciones con los tapires.

IV CENTENARIO DE LA PRIMERA FUNDACIÓN DE BUENOS AIRES

Con motivo de cumplirse el año próximo pasado el IV Centenario de la primera Fundación de la Ciudad de Buenos Aires, las Juntas Directivas de la Sociedad Científica Argentina y de la Sociedad Argentina de Estudios Geográficos «Gaea», resolvieron de común acuerdo festejar dicha efemérides, y como homenaje a España, organizando un ciclo de conferencias sobre descubrimientos científicos, geográficos, etnográficos, lingüísticos, etc.

Al primero de los cinco actos recordatorios fueron invitados, además del Excmo. señor Presidente de la República y sus Ministros, el señor Embajador de España, el señor Rector de la Universidad de Buenos Aires, el señor Intendente Municipal y numerosas instituciones científicas.

Dichos actos fueron los siguientes:

Primer acto recordatorio

9 de junio: I. Los precursores marítimos inmediatos de Mendoza, por el Ing^o Nicolás Besio Moreno.

- II. Palabras de homenaje a España, por el Prof. *Francisco de Aparicio*.
 III. U. Schmidl. Su libro « Viaje al Río de la Plata », por el Sr. *Edmundo Wernicke*.
 IV. Influencia de la posición en la formación y en el engrandecimiento de la ciudad de Buenos Aires, por el Prof. *Romualdo Ardisson*.

Segundo acto

16 de junio: Las puertas de la tierra, por el Dr. *Ricardo de Lafuente Machain*.

Tercer acto

23 de junio: La expedición de don Pedro de Mendoza y la fundación de Buenos Aires, por el Prof. *José Torre Revello*.

Cuarto acto

30 de junio: Clasificación y diagnósticos raciales del hombre americano, por el Dr. *José Imbelloni*.

Quinto acto

10 de julio: La náutica y el pilotaje en el siglo XVI, por el Capitán de Fragata *Héctor R. Ratto*.

BIBLIOTECA

Se ha seguido prestando la diligente atención que requieren las tareas intrínsecas de la Biblioteca como las que merecen los pedidos de socios y estudiosos que usan de las amplias colecciones de revistas y libros, y de otros servicios no menos importantes que dependen asimismo de la Biblioteca.

Las cordiales relaciones que desde largo tiempo nos vinculan a muchas e importantes instituciones mundiales han sido cimentadas en el correr de un año de recíprocas atenciones. Además, la lista que aparte se agrega, da cuenta de las nuevas relaciones que se han establecido por medio del canje de publicaciones con nuestros « Anales » o por donación.

El ingreso normal de publicaciones periódicas aumenta en forma notable las colecciones en formación, a las que corresponde sumar las donaciones de libros de reciente aparición con que nos han honrado publicistas y algunas casas editoras.

Como en años anteriores, la Sociedad ha destinado una partida anual de sus rentas a la suscripción de revistas y compra de algunos libros. Lamentablemente los fondos no alcanzan para realizar las adquisiciones que requerirían las circunstancias, lo que entendido por diversos consocios, ha sido allanado en parte, por la reunión de fondos que permitieron atender las suscripciones que se enumeran: *Oel und Kohle* (antes « *Erdöl und Teer* »), Berlín; *Les Matières Grasses, Le Pétrole et ses Dérivés*, París; *American Institute of Physics, The Journal of Chemical Physics*, New

York; *Wasserwirtschaft & Technik*, Viena y las que edita el Instituto de Metales de Londres, a saber: *The Monthly Journal*, *The Journal* y *Metallurgical Abstracts*.

Otros espíritus generosos han favorecido a la Biblioteca con la donación de interesantes publicaciones; entre ellos los señores Ing^o Don José J. Girado y los Dres. Ernesto J. Bachmann y Carlos F. Hickethier.

Pero una mención destacada le corresponde a la señora Isabel de Moreau, por la donación de la Biblioteca de su extinto hijo Gabriel S. Moreau, la que comprende 822 volúmenes de los que 772 son obras de humanidades. Dichos volúmenes se han reunido en una sección especial de la Biblioteca.

Los consocios han utilizado los servicios de reproducciones fotográficas de páginas impresas por el sistema «Fotofix», y de adquisiciones de libros a precios rebajados directamente en casas editoras extranjeras, servicios ambos, que se iniciaron en el año anterior.

Se prosigue la labor de perfeccionamiento técnico en la organización de la Biblioteca y en el de ampliación de los medios de información y registros de sus vastas colecciones.

La tarea de actualizar el catálogo detallado de publicaciones periódicas al 31 de diciembre de 1934, fecha en que se cerró el libro de registro N^o 1, se ha completado en un 75 %.

Por otra parte, se ha dado comienzo al fichado de las publicaciones periódicas que en cada ejemplar contienen una colaboración, pues el solo número de origen registrado en los mismos no ilustra sobre su contenido y sobre todo porque es de gran conveniencia conocer la materia que tratan tantas e importantes obras de alta especialización que ingresan permanentemente.

Gracias a la paciente dedicación del señor consocio Ing^o Otto Rokotnitz, se ha llevado a cabo una trabajosa tarea de fichado y clasificación de nuestro archivo de mapas y planos, lo que ha permitido fundar las bases de la mapoteca de la Sociedad.

La existencia de obras alcanza a 39.400 volúmenes y 10.945 folletos; entre los primeros se incluyen los ejemplares o tomos de las 1.450 colecciones distintas de revistas.

Resumen del movimiento habido en la Biblioteca durante el año transcurrido:

Canjes nuevos

Chr. Michelsens Institut for Videnskaps of Andsfrihet, Bergen (Noruega); *American Geophysical Union* (National Research Council), Washington, D. C. (Estados Unidos); *Departamento Nacional de Portos e Navegação*, Río de Janeiro (Brasil); *Universidad de Antioquia*, Medellin (Colombia); *Netfyanóé Delo, Moscou* (Rusia); *Stroitel Jeleznykh Dorog, Moscou* (Rusia); *University of California at Los Angeles*, Los Angeles, California (Estados Unidos); *Koninklijk Nederlandsch Meteorologisch Institut*, De Bilt (Holanda); *The American Ceramic Society*, Columbus, Ohio (Estados Unidos); *Société Scientifique de Bretagne*, Rennes (Francia); Revista Técnica «*Cemento*», Barcelona (España); *Société Entomologique de Finlande*, Suomi (Finlandia); *Acción Médica*, Revista (Capital); *Institut de Biologie de Péterhof*, Moscou (Rusia);

Ecole Nationale des Eaux et Forêts, Nancy (Francia); *Vodny Transport, Revue*, Moscou (Rusia); *Institut des Autostrades*, Leningrado (Rusia); *Istituto di Matematica della Università di Roma*, Roma (Italia); *Gidrotekhnicheskoyé Stroitelstvo*, Revue, Moscou (Rusia); *Museo Entomológico «Pietro Rossi»*, Duino (Italia); *Institut des Pêches Maritimes et d'Océanographie de l'U.R.S.S.* (VNIRO), Moscou (Rusia); *Zeitschrift für Berg-, Hutten-und Salinenwesen*, Berlin (Alemania).

Canjes reiniciados

Archivo Nacional del Perú, Lima (Perú); *Revista de Agricultura de Puerto Rico*, San Juan (Puerto Rico).

Canjes de baja

Ecole Professionnelle Supérieure des Postes Telegraphiques, París (Francia); *The Engineers Club of Philadelphia - Engineers and Engineering* —, Philadelphia (Estados Unidos).

Nuevas donaciones

Asociación Médica del Hospital Parmenio Piñero (Capital); *La Literatura Argentina* (Capital); *Radio Magazine* (Capital); *The Welder*, London (Inglaterra); *Caja Nacional de Ahorro Postal* — Boletín Estadístico e Informativo —, (Capital); *Sociedad Ornitológica del Plata* — «El Hornero» —, (Capital); *Buenos Aires y La Pampa* — Revista —, (Capital); *Revista de Gastro-Enterología* (México, D. F.); *Archivos Argentinos de Psicología Normal y Patológica, Terapia Neuromental y Ciencias Afines* (Capital); *American Committee for International Wild Life Protection*, Cambridge, Mass. (Estados Unidos); *Compañía Sudamericana S K F*. Revista Técnica. *La Revista de Cojinetes a Bolas y Boletín Asea* (Capital); *Comisión Nacional de Granos y Elevadores* — Boletín Informativo —, (Capital); *Colegio de Doctores en Ciencias Económicas y Contadores Públicos Nacionales* (Capital); *Sociedade de Medicina de Porto Alegre*, Porto Alegre (Brasil); *Sociedad Geográfica Mexicana* (México, D. F.); *Photographie und Forschung*, Dresden (Alemania); *Baldwin Locomotives* — Rev. —, Philadelphia, Pa. (Estados Unidos); *Pharus* — Rev. — (Capital).

Nuevas suscripciones

Oil und Kohle, Berlin (Alemania); *The Institute of Metals*, London (Inglaterra); *American Institute of Physics — The Journal of Chemical Physics* —, New York, N. Y. (Estados Unidos); *Les Matières Grasses — Le Pétrole et ses Dérivés*, París (Francia); *Wasserwirtschaft & Technik*, Viena (Austria).

Cuenta actualmente la Sociedad con 665 canjes, distribuidos en la siguiente forma:

Argentina, 87; Alemania, 50; Australia, 6; Austria, 4; Bélgica, 10; Bolivia, 1; Brasil, 27; Canadá, 10; Colombia, 4; Costa Rica, 2; Cuba, 9; Checoslovaquia, 7; Chile, 10; China, 3; Dinamarca, 3; Ecuador, 3; Egipto, 1; España, 29; Estados Unidos, 85; Estonia, 2; Filipinas, 3; Finlandia, 6; Francia, 36;

Georgia, 4; Holanda, 9; Hungría, 6; India Inglesa, 2; Inglaterra, 12; Irlanda, 2; Italia, 62; Japón, 20; Letonia, 8; Madagascar, 1; Marruecos, 2; México, 9; Noruega, 3; Nueva Zelandia, 3; Palestina, 1; Perú, 10; Polonia, 7; Portugal, 11; Puerto Rico, 1; Rumania, 4; Rusia, 44; Serbia, 1; Suecia, 8; Suiza, 9; Sud Africa, 2; Transvaal, 1; Ucrania, 2; Uruguay, 20; Venezuela, 2; Yugoslavia, 1.

Los libros (obras) prestados a los señores socios suman 62, continuando las consultas de las numerosas colecciones de revistas en un número de 550 aproximadamente.

A través del siguiente detalle puede observarse el movimiento registrado durante el transcurso del período que terminó:

Canjes nuevos, 22; Canjes reiniciados, 2; Canjes de baja, 2; Nuevas donaciones, 18; Nuevas suscripciones, 5; Libros prestados, 62; Donaciones (libros y folletos), 910; Notas enviadas, 371; Notas recibidas y acuses de recibo, 770; Acuses de recibo y pedidos de revistas, enviados, 820.

* * *

La Biblioteca estuvo en 1936 a cargo del ingeniero José S. Gandolfo de cuya laboriosidad y espíritu constructivo quedarán hondas señales en la organización y perfeccionamiento de la Biblioteca social.

HOMENAJE A AMEGHINO

La Sociedad Científica Argentina se considera acendradamente vinculada a la memoria del ilustre sabio argentino Florentino Ameghino, el grande antropólogo, etnólogo, paleontólogo y geólogo desaparecido hace veinticinco años.

Para recordar su memoria realizóse un acto de conmemoración en el Salón de actos « Florentino Ameghino » de la Sociedad, en el que tuvo la conferencia fundamental a su cargo, su sucesor en la dirección del Museo Nacional de Ciencias Naturales de la Capital Prof. Martín Doello Jurado, el cual desarrolló el tema siguiente: « La extinción de las formas orgánicas, muerte individual y muerte filética », la que se realizó con presentación de ejemplares y proyecciones de fósiles. Abrió el acto el Presidente de la Sociedad Ing^o Besio Moreno, quien se refirió a la posición del sabio en la formación científica nacional. El trío famoso constituido por los maestros Luzatti, Pratesi y Napolitano interpretó en el intermedio uno de los tríos de Beethoven.

El acto tuvo la resonancia que era de esperarse dada la veneración que por el ilustre investigador se tiene en Buenos Aires.

ACTUACIÓN DE LA SOCIEDAD EN EL SENO DE LA COMISIÓN NACIONAL DE CULTURA

La actuación que ha tenido la Sociedad en el seno de la Comisión Nacional de Cultura, organismo creado a los fines de la Ley N^o 11.723, de Régimen Legal de la Propiedad Intelectual, queda detallada en el contenido de las siguientes notas cambiadas entre ambas instituciones.

Es sabido que el Presidente de la Sociedad es miembro nato de la Comisión mencionada.

«Buenos Aires, 14 de abril de 1936. Señor Presidente de la Sociedad Científica Argentina, Ingeniero Nicolás Besio Moreno. De mi consideración: Tengo el agrado de dirigirme a Vd. a fin de comunicarle que la Comisión Nacional de Cultura está reuniendo los datos y antecedentes de los escritores, autores científicos y artistas radicados en el país, con el propósito de formar un archivo completo y ordenado de las personas cuya actividad intelectual entra en los fines de fomento de las artes y letras especificados en la Ley 11.723.

«En el día de la fecha he remitido al señor Presidente fichas personales que deberán llenar los señores socios y formularios de inscripción de las obras científicas y literarias publicadas en el año 1936, para uso de los asociados que se presenten a optar a los premios instituidos por esta Comisión.

«Al mismo tiempo me es grato comunicarle que las oficinas de esta Repartición están abiertas al público todos los días hábiles de 12 a 18 y los sábados de 9 a 12, en su local de la calle Bolívar 108.

«Saluda al señor Presidente con su consideración más distinguida. (Fdo.) «Homero M. Guglielmini, Secretario ».

De acuerdo con lo resuelto por la Junta Directiva de la Sociedad, de hacer conocer a los señores socios el contenido de la nota remitida por la Comisión Nacional de Cultura, se dió cumplimiento a ello por medio de una circular.

«Buenos Aires, 5 de enero de 1937. Señor Presidente de la Sociedad Científica Argentina, Ingeniero Nicolás Besio Moreno. De mi mayor consideración: Tengo el agrado de dirigirme al señor Presidente a fin de comunicarle que esta Comisión ha resuelto pedir la colaboración de la entidad que Vd. preside para designar los miembros de algunas Comisiones asesoras en la asignación de premios a las obras científicas.

«De acuerdo con las reglamentaciones adjuntas, deben designarse seis Comisiones asesoras para los premios a la Producción Regional (un premio a etnología, arqueología e historia; un premio a folklore y un premio a temas científicos para cada zona).

«Asimismo debe designarse la Comisión asesora que ha de aconsejar los premios a la Producción Nacional en ciencias naturales y biológicas (obras publicadas en 1933, 1934, 1935 y 1936).

«Para satisfacer esta exigencia reglamentaria, la Comisión Nacional de Cultura estimará a esa Sociedad se sirva sugerir veinte nombres de especialistas en ciencias naturales y biológicas, así como los nombres de los que integrarán las Comisiones asesoras de premios regionales.

«Al agradecer anticipadamente esta valiosa colaboración, lo saluda atentemente. (Fdo.) M. G. Sánchez Sorondo, Presidente. Homero H. Guglielmini, «Secretario ».

La Presidencia convocó al Consejo Científico y a la Junta Directiva, las que dieron forma a su cometido, según expresa la siguiente nota:

« Buenos Aires, febrero 11 de 1937. Señor Presidente de la Comisión Nacional de Cultura, doctor Matías G. Sánchez Sorondo. Tengo el agrado de remitir a Vd., correspondiendo al pedido de la Comisión de su digna presidencia, fecha 5 de enero ppdo, la lista de candidatos a miembros de las Comisiones asesoras de esa entidad, para las ramas de la ciencia que la nota que contesto se sirve enumerar.

« Hemos incorporado a la lista los nombres de los especialistas más renombrados del país sin distinción de escuelas filosóficas o científicas ni de orientación, cuidando tan sólo que tuviesen responsabilidad científica. Al haber comprendido a todos los especialistas, evidentemente, figurarán todos cuantos se presenten a optar por becas o premios y por tanto han de producirse renuncias y declinaciones, por lo que esta Sociedad ha agregado algunos nombres.

« Al nombre del sabio o especialista hemos agregado el de su especialidad más destacada como elemento de ilustración para el señor Presidente.

« La Junta Directiva me ha encargado haga llegar a Vd. dos sugerencias que a su juicio, simplificarían y consolidarían la obra de la Comisión Nacional de Cultura.

« I— No es conveniente admitir a premios científicos las obras de tesis doctorales presentadas por ex alumnos que acaben de terminar sus estudios universitarios. Estas deben tener su premio entre las de igual categoría, sea por la Facultad respectiva, sea por la Comisión de Cultura.

« II— No es conveniente admitir a premios científicos las obras de texto, los cuerpos de doctrina para la enseñanza, las cuales por su naturaleza deben, además de ser originales, reflejar todas las tesis fundamentales de la materia que procuran enseñar. Para estas obras, de tanta jerarquía, corresponde, a juicio de esta Sociedad, crear premios a las obras didácticas, mas no comprenderlas entre las de investigación científica que responden a un grado diferente de labor.

« Saluda al señor Presidente con distinguida consideración. (Fdo.) N. Besio Moreno, Presidente. (Fdo.) José F. Molfino, Secretario ad-hoc ».

« PROPUESTA DE JURADO PARA EL PREMIO NACIONAL DE CIENCIAS NATURALES
« Y BIOLÓGICAS

« Titulares:

- « Doctor Carlos Bruch. (Insectos: coleópteros).
- « Doctor Angel Cabrera. (Mamíferos actuales y fósiles).
- « Profesor Martín Doello Jurado. (Moluscos actuales y fósiles).
- « Profesor Juan A. Domínguez. (Botánica general y aplicada).
- « Doctor Joaquín Frenguelli. (Diatomeas actuales y fósiles. Paleontología de vertebrados).
- « Doctor Miguel Fernández. (Biología: herencia y genética).
- « Doctor Pablo Groeber. (Geología general).
- « Ing^o de Minas Enrique Hermitte. (Mineralogía).
- « Doctor Bernardo A. Houssay. (Biología general).

- « Doctor Cristofredo Jakob. (Biología: embriología).
- « Doctor Juan Keidel. (Geología general e histórica).
- « Doctor Fernando Lahille. (Peces).
- « Ingº Agrº F. Pedro Marotta. (Geología: edafología).
- « Doctor Julio Méndez. (Biología general).
- « Doctor Juan Nielsen. (Biología general).
- « Profesor Félix F. Outes. (Antropología).
- « Ingº Agrº Lorenzo R. Parodi. (Botánica sistemática y fitogeografía).
- « Doctor Franco Pastore. (Petrografía).
- « Doctor Alfredo Sordelli. (Microbiología).
- « Profesor Milcíades A. Vignati. (Antropología).

« *Suplentes:*

- « Doctor Roberto Dabbene. (Aves).
- « Ingº Agrº Salomón Horovitz. (Biología: herencia y genética).
- « Ingº Agrº Juan B. Marchionatto. (Micología).
- « Doctor Pedro Rojas. (Biología: embriología).
- « Doctor Hans Seckt. (Hidrobiología).

« PROPUESTA DE JURADOS PARA PREMIOS REGIONALES

« *Región norte y andina.*

« *Titulares:*

- « Doctor Eduardo Casanova. (Arqueología y folk-lore).
- « Doctor Alberto Castellanos. (Botánica).
- « Doctor Salvador Mazza. (Zoología: parasitología)

« *Suplente:*

- « Doctor José J. Carbonell. (Zoología).

« *Región del litoral.*

« *Titulares:*

- « Ingº Agrº Carlos A. Lizer y Trelles. (Zoología: invertebrados).
- « Profesor José F. Molfino. (Botánica).
- « Doctor José Imbelloni. (Antropología, arqueología, etc.).

« *Suplente:*

- « Profesor Romualdo Ardisson. (Etnología: folk-lore).

« *Región del centro.*

« *Titulares:*

- « Doctor Juan Olsacher. (Geología y mineralogía).
- « Doctor Carlos C. Housseus. (Botánica).
- « Profesor Francisco de Aparicio. (Arqueología y folk-lore).

« *Suplente*:

« Señor Duncan Wagner. (Arqueología).

« *Región de Cuyo*.

« *Titulares*:

« Doctor Carlos D. Storni. (Geología).

« Doctor Eduardo Carette. (Botánica y Zoología).

« Arquitecto Héctor Greslebin. (Arqueología y folk-lore).

« *Suplente*:

« Doctor José Yepes. (Zoología: vertebrados).

« *Región pampeana*.

« *Titulares*:

« Doctor Juan José Nágera. (Geología, Zoología).

« Ingº Agrº Arturo Burkart. (Botánica).

« Profesor F. Márquez Miranda (Arqueología y etnología).

« *Suplente*:

« Doctor Max Mirabén. (Zoología).

« *Región Patagónica*:

« *Titulares*:

« Doctor Walter Schiler. (Geología y petrografía).

« Doctor Emiliano J. Mac Donagh. (Zoología).

« Señor F. San Martín. (Etnografía y folk-lore).

« *Suplente*:

« Doctor Angel L. Cabrera. (Botánica) ».

ESTACIÓN L. R. A. RADIO DEL ESTADO

Por especial invitación de la Dirección de Telégrafos de la Nación para que la Sociedad designara un representante que concurriera a la reunión de delegados de instituciones y reparticiones nacionales y municipales con el fin de cambiar ideas y considerar conjuntamente los planes que desarrollará esa estación oficial, transmisiones y distribución de horario, la Junta Directiva designó en tal carácter al Tesorero de la misma Arqº Carlos E. Gèneau.

A la Sociedad se le reservó los días martes de 17 y 15 a 17 y 30 para que tuvieran lugar sus transmisiones, las que comprenderían: *a)* Exposición breve de la bibliografía científica de actualidad; *b)* Reseña de los artículos que aparecen en los « Anales » y de las conferencias que se den en las salas de la Sociedad; *c)* Actividades de utilidad pública de la Institución; *d)* Cuestiones científicas generales del país y del extranjero.

Para el fiel cumplimiento del programa preparado por la Comisión nombrada al efecto, se solicitó la colaboración de destacadas personalida-

des dentro de la Sociedad, habiendo aceptado muchas de ellas preparar una conferencia; pero aún no ha podido ser llevada a la práctica esta importante acción por no haberse inaugurado oficialmente dicha estación.

CONFERENCIAS, CURSOS Y ACTOS

Durante el año transcurrido, la Sociedad ha realizado en sus diversas salas numerosas e interesantes conferencias, cursos y actos, que estuvieron a cargo de destacadas personalidades y desarrollando temas de su especialidad.

La nómina de las conferencias dadas por la Sociedad, es la siguiente:
20 de mayo. *Dr. Carlos Ramos Mejía*: « El Instituto Pasteur y la Vacunación anti-rábica ».

El *Dr. José Llauro* presenta la cinta cinematográfica: « La rabia ».

23 de mayo. *Dr. Luis López de Mesa*: « Problemas de educación ».

15 de julio. *Prof. Francisco de Aparicio*: « El camino del Inca en territorio argentino ».

22 de julio. *Dr. Cristofredo Jakob*. « Estudios neuro-biológicos sobre la ictiología en la Argentina » (con film y proyecciones). Industria y ciencia, en colaboración: a) La pesca marina, filmada por el *Dr. Ricardo Jakob*; b) Clasificación de las especies estudiadas, por el *Dr. Julio Aranovich*; c) La pentodactilia, el cerebelo y los fenómenos evolutivos en los peces, por el *Dr. Cristofredo Jakob*.

23 de julio. *Dr. Luciano R. Catalano*: « Bases técnico-científicas para la movilización industrial de la riqueza mineral argentina, y la defensa nacional ».

20 de agosto. *Prof. Pedro Serié*: « Ofidios argentinos ». 1ª parte: Especies inofensivas. Boas y culebras. Clasificación, organización y costumbres. Leyendas y supersticiones.

27 de agosto. *Prof. Pedro Serié*: « Ofidios argentinos ». 2ª parte: Especies venenosas. Crotálicos y corales verdaderos. Formas, costumbres y distribución en el país. Tratamiento antiofídico.

4 de septiembre. *Dr. Augusto Gandolfi Herrero*: « Péumatismo agudo ».

25 de septiembre. *Dr. Carlos A. Sagastume*: « La arquitectura molecular en bioquímica ».

1º de octubre. *Ingº Carlos Posadas*: « Árboles milenarios. Vistas de los mismos y microproyecciones de su estructura ».

2 de octubre. *Dr. Carlos A. Sagastume*: « Los estudios químicos en la Universidad de La Plata ».

16 de octubre. *Dr. Juan B. Marchionatto*: « Los hongos parásitos de las plantas cultivadas. Estado actual de nuestros conocimientos ».

El curso de especialización sobre « Cálculos de variaciones y cálculo funcional », fué dictado por nuestro distinguido colaborador de la Junta Directiva, *Dr. Elías A. De Cesare*, quien desarrolló los siguientes puntos:

El cálculo de variaciones: su objeto - Los problemas iniciales: Newton y J. Bernoulli - Evolución y problemas del cálculo de variaciones - Período Bernoulli-Euler - Período Lagrange-Jacobi - El problema de Lagrange y el problema general de Mayer - El período Weierstrass-Darboux-Knesser - Moderno desarro-

llo de la teoría - El problema de Dirichlet, como problema de cálculo de variaciones - El cálculo funcional.

Conjuntos de puntos sobre la recta y en el plano - Postulado de continuidad - Extremos de un conjunto - Límites superior e inferior de oscilación - Puntos de acumulación - Teorema de Bolzano - Criterio general de convergencia - Teorema de Heine-Borel.

Los fundamentos del cálculo de variaciones - Líneas continuas - Teorema de Scheeffter - Funciones a variación acotada - Líneas continuas rectificables: teorema de Jordán - Recintos: su conexión - Intervalo funcional - Líneas de acumulación - La continuidad absoluta (Vitali) - Funciones igualmente continuas e igualmente acotadas: teorema de Ascoli - Los teoremas de Arzela e Hilbert - Aproximación de funciones continuas por polinomios: teorema de Weierstrass - Existencia de líneas de longitud mínima - Existencia del área máxima, limitada por líneas isoperimétricas.

El cálculo de las variaciones - La variación primera - El método de Lagrange - Campos funcionales - El concepto de vecindad - Vecindad de orden p - Los dos lemas fundamentales del cálculo de las variaciones - La primera variación - Ecuación de Euler - Generalización para el caso de varias funciones de una variable - Expresión general de la variación primera.

La variación segunda - La ecuación diferencial de Ricatti - Algunas propiedades de las ecuaciones diferenciales lineales homogéneas de segundo orden - Condición de Legendre - Condición de Jacobi - Interpretación geométrica: focos conjugados - Campos de extremales - La función E de Weierstrass - La condición de Weierstrass - Mínimo débil y mínimo fuerte - Algunos problemas de cálculo de variaciones: geodésicas.

El cálculo funcional - Las funciones de línea (Volterra) - La noción de funcional - Campos funcionales - Continuidad - La semi-continuidad - Operaciones sobre funcionales: diferenciación y derivación - El cálculo funcional y el cálculo de las variaciones.

Patrocinadas por la Sociedad Argentina de Estudios Geográficos «Gaea»

Durante los días 5 a 14 de octubre, esta institución realizó las sesiones de la «Semana de Geografía», desarrollando el siguiente programa:

5 de octubre. Palabras de inauguración por la señora Presidenta Prof^a *Elina G. A. de Correa Morales*.

Dr. *Juan Keidel*: «Estudio comparativo de las estepas a ambos lados del Río de la Plata».

Dr. *Rodolfo D. Venzano*: «La acumulación de nieves y la distribución de la vegetación en la Cordillera Austral (entre los 40 y 42 grados Lt. S.)».

Ing^o *Alfredo G. Galmarini*: «Clasificación de climas».

Dr. *Carlos D. Storni*: «Algunas cuestiones relacionadas con la elaboración del mapa fitogeográfico argentino».

6 de octubre. Prof. *Francisco de Aparicio*: «La vivienda natural en la Provincia de La Rioja».

Prof. *Alberto Armando Mignanego*: «Carta isócrona de La Plata y alrededores».

Prof. *Federico Daus*: «¿Qué debe enseñar el profesor de Geografía?».

Prof.^a *Josefina Passadori*: «Cómo debe enseñarse la Geografía Argentina en la escuela primaria».

7 de octubre. Ing.^o *Juan B. Gandolfo*: «Hidrología del Río Quinto».

Dr. *Pablo Groeber*: 1) Estudio sobre el desarrollo del drenaje; 2) Depósitos cuaternarios; 3) Movimientos jóvenes.

Ing.^o *Héctor Ceppi*: «Clasificación hidrológica del territorio argentino».

8 de octubre. Dr. *Martín Capelleti*: «Clasificación del suelo bajo su aspecto sismológico».

Prof. *Andrés R. Allende*: «El problema del agua en el Noroeste de Córdoba».

Dr. *Enrique Barba*: «Establecimiento de poblaciones en la frontera de Buenos Aires».

Dr. *Tomás L. Marini*: «Plataformas pesqueras mundiales».

9 de octubre. Prof.^a *Elina G. A. de Correa Morales*: «Estudio histórico geográfico sobre las Canarias precolombinas».

Sr. *Edmundo Wernicke*: «Nueva luz sobre el libro de Utz Schmidl y su autor».

Capitán de Fragata *Héctor R. Ratto*: «Toponimia marítima argentina».

10 de octubre. Dr. *Angel Cabrera*: «La posibilidad de formación de parques bióticos provinciales».

Prof. *Romualdo Ardissoni*: «Representación cartográfica de los hechos de geografía humana».

Dr. *Alejandro Bordas*: «La Fauna del Terciario inferior de la Patagonia».

14 de octubre. Dr. *Juan Keidel*: «Límite superior de los bosques en los Andes de Salta y Jujuy y divisorias de clima».

Prof. *Faustino Juárez*: «Tendencias de la Geografía general».

Dra. *Adela Zauchinger*: «Excedente de los nacimientos sobre las defunciones».

Patrocinadas por la Asociación Por los Derechos del Niño

1.^o de agosto. Prof. *Ernesto Nelson*: «Función Social de las Cooperadoras Escolares». (Con los auspicios de la Sociedad Científica Argentina).

Patrocinadas por la Sociedad de Historia Argentina

4 de noviembre. Prof. *Narciso Binayán*: «La República Argentina «hinterland» de Buenos Aires», de acuerdo con el siguiente sumario:

I—Las luchas de Buenos Aires y el interior. La «puerta de la tierra» anteayer, ayer y hoy.

II—El puerto de Buenos Aires, sus tres épocas. El porvenir del Río de la Plata y del puerto de Buenos Aires. Los problemas que plantea su estado presente. Anécdotas del río.

III—Buenos Aires y su «hinterland». Cómo litoralizar el interior; medios ferroviarios, impositivos, canales de navegación, salida al Pacífico, etc.

IV — El desplazamiento del centro vital del país: ¿otro puerto?; ¿otra capital?

(Con los auspicios de la Sociedad Científica Argentina).

Patrocinadas por la Asociación Argentina de Cultura Inglesa

23 de abril. Sr. *E. Millington Drake*, Ministro Británico en el Uruguay, sobre: «Royal Pageantry in the Reign of George V. its Splendour and Significance».

21 de julio. Sr. *Guillermo Plante*: «Anglo-Argentina Railways». Sra. *Marcela F. de Laniado*: «G. K. Chesterton». Sr. *Jorge Bell*: «Wireless».

24 de agosto. Sr. *Edward Stirling*: «A Short Survey of the English Stage».

16 de setiembre. S. S. el Dr. *Rubén Darío*, Encargado de Negocios de la República de Nicaragua: «Wordsworth from a latin point of view».

20 de octubre. Sr. *R. H. Mottram*: «The English Novel».

Patrocinadas por el Cine Club Argentino

15 de mayo. Inauguración oficial de la temporada. Exhibición cinematográfica.

16 de mayo. Exhibición cinematográfica.

3 de julio. Exhibición cinematográfica.

4 de julio. Exhibición cinematográfica.

13 de agosto. Exhibición cinematográfica.

14 de agosto. Exhibición cinematográfica.

26 de setiembre. Exhibición cinematográfica.

28 de setiembre. Exhibición cinematográfica.

23 de octubre. Exhibición cinematográfica.

24 de octubre. Exhibición cinematográfica.

4 de diciembre. Exhibición cinematográfica.

5 de diciembre. Exhibición cinematográfica.

Patrocinadas por la Asociación Argentina de Estudios de Seguros

17 de abril. Dr. *Josef Sturm*: «Los riesgos anormales en el seguro de vida y su valuación científica».

10 de junio. Dr. *Alfredo Manes*: «Unidad de los seguros».

Patrocinadas por el Centro de Alumnos de la Institución Cultural Argentino-Germana

17 de junio. Dr. *Eduardo J. J. Lagos*: «Un viaje por Alemania».

9 de setiembre. Prof. *J. Franze*: «Liszt y Wagner».

Patrocinada por el Centro de Ingenieros Agrónomos

28 de mayo. Ing^o *Lucas A. Tortorelli*: « Identificación de maderas argentinas, por el examen microscópico de sus elementos ».

Patrocinada por la Asociación Bioquímica Argentina

15 de junio. Dr. *Carlos Robertson Lavalle*: « Proyecciones quirúrgicas de la biología de la tuberculosis ».

Patrocinada por la Sociedad Israelita « Jorge Brandes »

25 de junio. Velada cultural. Primera parte. Conferencia a cargo del Dr. *Alfredo Franceschi*: « La causalidad y el indeterminismo ». Segunda parte. Concierto.

Patrocinada por la casa Lutz Ferrando y Cía. S. A.

21 de agosto. Señorita *L. Fitzkis*: « Fotografías con la Leica ».

Patrocinada por Los Amigos de la Ciudad

3 de septiembre. Ing^o *Juan A. Briano*: « El elevador terminal de Buenos Aires y su influencia en la estructura de la ciudad ».

Patrocinado por la Sociedad Ornitológica del Plata

30 de septiembre. Acto conmemorativo de su XX aniversario.

Patrocinada por el Instituto Argentino-Brasileño de Cultura

14 de septiembre. Sr. *Cristovan de Camargo*: « Una página de la Historia de la libertad de América ».

Patrocinada por la Sociedad Argentina de Criminología

11 de septiembre. Recepción a los miembros honorarios Profesores *Afraino Peixoto* y *Leonidio Ribeiro*. — *Leonidio Ribeiro*: « El papel de la medicina en la prevención del crimen ».

Patrocinada por el Club de Madres

17 de diciembre. Dr. *Aníbal Olarán Chans*: « Asistencia y Protección del niño en la edad pre-escolar ».

Patrocinado pr la Asociación Nacional del Profesorado

7 de noviembre. Concierto.

Patrocinados por el Círculo de Bellas Artes «Juan Sebastián Bach»

28 de julio. Obras de Juan Sebastián Bach. Aniversario de su muerte.

10 de octubre. Concierto.

12 de diciembre. Concierto

23 de diciembre. Concierto.

Patrocinadas por la Institución Cultural Argentino-Germana

27 de octubre. Conferencia y demostración sobre el tema: «La danza moderna alemana».

18 de noviembre. Prof. *Benedict*: «Vistazo acerca de la filosofía contemporánea alemana».

9 de diciembre. Sr. *Angel A. Perrone*: «Impresiones de mi reciente viaje a Alemania».

Patrocinada por el Club Estudiantil Ateniense

29 de agosto. Dr. *Rómulo D. Carbia*: «Problemas actuales de la historia».

Patrocinado pr la Asociación Odontológica Argentina

9 de octubre. Acto científico con motivo de las Sextas Jornadas Odontológicas. Exhibición de películas cinematográficas científicas.

Patrocinados por el Conservatorio «Kada Jenő»

27 de junio. Concierto.

22 de agosto. Concierto.

17 de octubre. Concierto.

18 de diciembre. Concierto.

Patrocinado por los Compositores Argentinos

28 de octubre. Concierto.

Patrocinado por la Sociedad de Oftalmología

29 de octubre. Sesión del Primer Congreso Argentino de Oftalmología.

Patrocinada por el Comité Positivista Argentino

30 de octubre. Prof. Dr. *Cristofredo Jakob*: «La vida y el intelecto».

Patrocinado por la Sociedad Nacional de Música

5 de noviembre. Concierto.

Patrocinado por el Trío Buenos Aires

9 de noviembre. Concierto.

Patrocinado por el Conservatorio Musical « Beethoven »

28 de noviembre. Concierto.

Patrocinado por Paula Weber

1º de diciembre. Hacer conocer « La cantata del café, de Juan Sebastián Bach » y número clásico de la misma época.

Patrocinado por Aldo Romaniello

16 de diciembre. Concierto.

Patrocinado por Eduardo Melgar

27 de diciembre. Concierto.

Patrocinada por la Cámara Argentina de Colonización

25 de noviembre. Teniente de Navío *Eduardo A. Videla Dorna*: « Riquezas marítimas y fluviales de nuestro territorio. Los pescadores y sus problemas. Colonias agrarias pesqueras en la costa atlántica argentina ».

Patrocinada por la Primera Revista Sud Americana de la Salud

26 de noviembre. Prof. Dr. *Angel H. Roffo*: « Los peligros del abuso del tabaco ».

Además de las instituciones mencionadas cuyos actos tuvieron lugar en el gran salón « Florentino Ameghino », otras muchas, como ser: Sociedad Argentina de Criminología, Asociación Argentina de Estudios de Seguros, Colegio de Odontólogos, Ateneo Estudiantil Universitario, etc., etc., efectuaron sus reuniones en las diversas salas de la Sociedad.

SECRETARÍAS

Las secretarías de actas y correspondencia han sido desempeñadas con todo acierto por los doctores Antonio Casacuberta y Elías A. De Cesare, respectivamente.

Ambos secretarios han atendido con rara eficacia y laboriosidad las múltiples tareas inherentes a sus respectivos cargos, tanto en los asuntos entrados y resueltos por la Junta Directiva como en la redacción de las actas, la correspondencia oficial, y prestado preferente atención a las relaciones de la Sociedad con las similares del país y del extranjero.

Las 30 sesiones realizadas por la Junta Directiva en el último período han originado el despacho de 550 notas y 4800 circulares firmadas, remitidas a los señores consocios, relativas: *a)* Comunicando la habilitación de la sala « Pedro Cerviño » como sala de lectura y conversación; *b)* Comunicando la celebración de las Sesiones Químicas en la ciudad de Santa Fé, auspiciadas por la Asociación Química Argentina; *c)* Comunicando que la Comisión Nacional de Cultura está reuniendo los datos y antecedentes de los escritores, autores científicos y artísticos radicados en el país con el propósito de formar un archivo completo y ordenado de las personas cuya actividad intelectual entra en los fines de fomento de las artes y letras especificados en la Ley 11.723; *d)* Comunicando las condiciones de ingreso de candidatos para las Becas Príncipe de Gales a la Universidad de Oxford, suministradas por la Embajada Británica en Buenos Aires; *e)* Comunicando la suscripción de nuevas revistas científicas para la Biblioteca con el resultado de las contribuciones anuales que se reciben; *g)* Comunicando el cambio de fecha para la presentación de candidatos para las Becas Príncipe de Gales; *h)* Transcribiendo la nota recibida de la Dirección Nacional de Vialidad, relativa a un llamado a concurso para la presentación de trabajos sobre materiales áridos para caminos; *i)* Transcribiendo la nota recibida de la Sociedad Argentina de Ciencias Naturales, comunicando la realización de la Segunda Reunión de Ciencias Naturales en la ciudad de Mendoza del 3 al 11 de abril de 1937.

Por Gerencia han sido despachadas 185 notas, encontrándose éstas como las de la Junta Directiva copiadas en los libros respectivos.

La labor de los señores secretarios ha sido tan intensa que se han hecho acreedores al reconocimiento de la Junta y del mío propio.

TESORERÍA

Las delicadas tareas de Tesorero han sido desempeñadas por el Arq^o Carlos E. Géneau, quien, una vez más, nos ha demostrado sus relevantes condiciones para dicho cargo.

El movimiento de socios habido durante el período administrativo que ha finalizado, es el siguiente:

	Activos	Adherentes
En 31 de marzo de 1936	317	31
Han ingresado durante el período	22	2
Totales	339	33
Se han eliminado por diferentes causas	20	6
Quedan en 31 de marzo de 1937	319	27

Durante el período han ingresado los siguientes socios:

Activos: Prof. Fernando L. Gaspar, Dr. Máximo Valentinuzzi, Ing^o Agr^o Armando De Fina, Prof^a Ana María Borzi, Dr. Alfredo Sordelli (reincorporado), Dr. Leopoldo Mata, Dr. Augusto Gandolfi Herrero, Dr. Matías G. Sánchez Sorondo, Prof. Carlos Biggeri (reincorporado), Dr. Bernardo Herzer, Dr. Eduardo E. Krapf, Sr. Luis Tossini, Ing^o Francisco La Menza (reincorporado), doctor Emilio Haussler, Farm. Armando C. Arbecchi (reincorporado), Dr. Jorge Taiana, Prof. Carlos J. Florit, Ing^o Segundo Fernández Long, Dr. José Barral Souto, Prof. Antonio Valeiras, Dr. Tomás J. Rumi (reincorporado), Ing^o José Carlos Berrino.

Adherentes: Señores Pedro Carlos Riú y Carlos E. Alvarez.

Correspondiente: Dr. Pablo Campos Porto.

En el transcurso del año la Sociedad ha tenido que lamentar el fallecimiento de los siguientes socios: *correspondiente:* Dr. Carlos Ameghino; *activos:* Sr. Adolfo Breyer (h), Dr. Jorge W. Howard, Ing^o Rufino Arroyo, Ing^o Marcos Demarchi y Dr. Ricardo Seeber; *adherentes:* señores Juan S. Piana y Ernesto Baroni; a quienes la Junta Directiva, en su debida oportunidad, les tributó el correspondiente homenaje.

Pertenecen a la Sociedad en calidad de socios honorarios, los distinguidos hombres de ciencia: Dr. Eduardo L. Holmberg, Dr. Walter Nernst, Ing^o Guillermo Marconi y Dr. Alberto Einstein.

Los socios honorarios que ha tenido la Sociedad desde su fundación, el 28 de julio de 1872, son los que a continuación se mencionan: Dr. Pedro Visca, Dr. Mario Isola, Dr. Germán Burmeister, Dr. Benjamín A. Gould, Dr. R. A. Philippi, Dr. Guillermo Rawson, Dr. Carlos Berg, Dr. Valentín Balbín, Dr. Florentino Ameghino, Dr. Carlos Darwin, Dr. César Lombroso, Ing^o Luis A. Huergo, Ing^o Vicente Castro, Dr. Juan J. J. Kyle, Dr. Estanislao S. Zeballos, Ing^o Santiago E. Barabino, Dr. Carlos Spezzini, Ing^o J. Mendizábal Tamborel, Dr. Enrique Ferri, Ing^o Eduardo Huergo y Dr. Angel Gallardo. Todos ellos fallecidos.

Actualmente la Sociedad cuenta con los siguientes socios:

Honorarios	4	
Vitalicio	1	
Correspondientes	56	
Activos	319	
Adherentes	27	
Protectores de la Organización Didáctica de Buenos Aires. .	3	410
Activos de la Sección Córdoba	115	
» » » » Santa Fé	57	
» » » » Mendoza	41	213
Total general		623

BALANCE DE COMPROBACION Y SALDOS

Año económico 1936/1937

	Debe	Haber	Debe	Haber
2 Capital.		855250.58		855250.58
3 Organización Didáctica.	1146.25	3838.35		2692.10
4 Acciones Edificio Social		3710.—		3710.—
7 Edificio Soc. (Cevallos)	41893.78		41893.78	
16 Tít. Deuda E. P. Bs. Aires.	227.27		227.27	
18 Céd. Hip. Arg. Serie E	3648.—		3648.—	
18 Ced. Hip. Arg. Serie C	1442.10		1442.10	
19 Cert. de Canc. y Fomento.	13494.86		13494.86	
20 Nuevo Edificio Social	478550.58		478550.58	
21 Ganancias y Pérdidas	1004.20	8841.80		7837.60
38 Conc. terreno Santa Fe	114996.—	3108.—	111888.—	
40 Gobierno Nacional.	24541.80	14541.80	10000.—	
42 Comité VII Cong. Cient.	181.90		181.90	
47 Comisiones	1371.40		1371.40	
49 Biblioteca.	162972.35		162972.35	
53 Sueldos.	11719.40		11719.40	
57 Recibos al cobro	18786.—	15446.—	3340.—	
59 Intereses		1022.06		1022.06
62 Bonos Hip. Const. Econ.	3957.31		3957.31	
64 Banco de la Nación.	42650.11	36104.45	6545.66	
67 Anales	9357.47	3369.45	5988.02	
72 Caja.	66946.70	66392.32	554.38	
75 Socios contribuyentes		174.—		174.—
76 Cuotas de socios	690.—	15774.—		15084.—
79 «Tomás Palumbo».	9357.47	9357.47		
81 Subsidio Gob. Nacional	9566.67	3800.—	5766.67	
82 Subsidio Municipal	10000.—	10000.—		
83 Sección Santa Fe		990.—		990.—
84 Conc. Sub. Gob. Nacional.		4500.—		4500.—
85 Conc. Sub. Municipal		5000.—		5000.—
86 Sección Córdoba		600.—		600.—
87 Casa Cevallos 269.	1040.30	1300.—		259.70
89 Muebles y Útiles	31589.61		31589.61	
91 Contrib. a Gs. Generales.		3777.20		3777.20
93 Amort. Conc. terr. Sta. Fe	3108.—		3108.—	
95 Gastos Generales	6555.15	3777.20	2777.95	
100 Sección Mendoza		120.—		120.—
107 Banco Munic. de Préstamos	1004.20		1004.20	
110 Fondo mej. Edif. Social.		1004.20		1004.20
Sumas iguales	1071798.88	1071798.88	902021.44	902021.44

Buenos Aires, Marzo 31 de 1937.

Vº Bº

ANTONIO CASACUBERTA - ELÍAS A. DE CESARE
Secretarios

NICOLÁS BESIO MORENO
Presidente

ADOLFO E. PORRAL
Gerente

CARLOS E. GENEAU
Tesorero

BALANCE GENERAL

ACTIVO

Muebles y Utiles	\$ 31.589.61
Edificio Social (Cevallos 269)	» 41.893.78
Título Deuda Páb. Externa Peia. Bs. Aires	» 227.27
Cédulas Hipotecarias Argentinas, Serie E.	» 3.648.—
Cédulas Hipotecarias Argentinas, Serie C.	» 1.442.10
Certificados Emp. de Cancelación y Fomento	» 13.494.86
Bonos Hip. de Construcciones Económicas	» 3.957.31
Concesión terreno Santa Fé 1145	» 111.888.—
Nuevo Edificio Social (Santa Fé 1145)	» 478.550.58
Gobierno Nacional	» 10.000.—
Comité VII Congreso Cientif. Americano	» 181.90
Biblioteca Social	» 162.972.35
Recibos al cobro	» 3.340.—
Subsidio Gobierno Nacional	» 5.766.67
Banco de la Nación Argentina	» 6.545.66
Banco Municipal de Préstamos	» 1.004.20
Caja	» 554.38
Total	<u>\$ 877.056.67</u>

ADOLFO E. PORRAL
Gerente

CARLOS E. GÉNEAU
Tesorero

DEMOSTRACION DE

DEBE

Amortización concesión terreno Santa Fé	\$ 3.108.—
Gastos Generales	» 2.777.95
Sueldos	» 11.719.40
Comisiones	» 1.371.40
Anales	» 5.988.02
Capital (utilidad del ejercicio)	» 14.399.79
Total	<u>\$ 39.364.56</u>

ADOLFO E. PORRAL
Gerente

CARLOS E. GÉNEAU
Tesorero

AÑO ECONOMICO 1936/1937

PASIVO

Capital Social	\$ 869.650.37
Organización Didáctica de Buenos Aires	» 2.692.10
Acciones Edificio Social (Cevallos 269)	» 3.710.—
Fondo conservación y mejoras Edif. Social	» 1.004.20

Total \$ 877.056.67

Buenos Aires, marzo 31 de 1937.

Vº Bº

NICOLÁS BESIO MORENO
Presidente

ANTONIO CASACUBERTA — ELIAS A. DE CESARE
Secretarios

GANANCIAS Y PERDIDAS

HABER

Cuotas de socios	\$ 15.084.—
Intereses	» 1.022.06
Sección Santa Fé	» 990.—
Sección Córdoba	» 600.—
Sección Mendoza	» 120.—
Concesión Subsidio Gobierno Nacional	» 4.500.—
Concesión Subsidio Municipal	» 5.000.—
Casa Cevallos 269	» 259.70
Contribución a Gastos Generales	» 3.777.20
Ganancias y Pérdidas	» 7.837.60
Socios contribuyentes	» 174.—
Total	\$ 39.364.56

Buenos Aires, marzo 31 de 1937.

Vº Bº

NICOLÁS BESIO MORENO
Presidente

ANTONIO CASACUBERTA — ELIAS A. DE CESARE
Secretarios

PATRIMONIO DE LA SOCIEDAD

Los bienes del activo de la Sociedad están comprobados por los documentos y elementos que a continuación se detallan y que son las constancias de su existencia legal:

a) *Muebles y útiles*, por valor de \$ 31.589,61 m/n, se encuentran en el nuevo edificio social; adornan sus salas, habitaciones y dependencias.

b) *Antiguo edificio social*, avaluado en \$ 42.893,78 m/n, cuyo título de propiedad se encuentra en la Gerencia de la Sociedad.

c) *Títulos y acciones*, que suman \$ 22.769,54 m/n (\$ 23.500.— m/n nominales y \$ 100 o/s nominales) y que se encuentran depositados en custodia en el Banco de la Nación Argentina con la siguiente distribución:

1º Un título de la Deuda Pública Externa de la Provincia de Buenos Aires, n° 163.257, por valor de cien pesos oro sellado nominales (\$ 100,— o/s n.).

2º Catorce mil pesos nominales (\$ 14.000,—) de Certificados del Empréstito de Cancelación y Fomento General.

3º Cuatro mil pesos nominales (\$ 4.000,—) de Bonos Hipotecarios de Construcciones Económicas.

4º Cuatro mil pesos nominales (\$ 4.000,—) de Cédulas Hipotecarias Argentinas, Serie E.

5º Mil quinientos pesos nominales (\$ 1.500,—) de Cédulas Hipotecarias Argentinas, Serie C.

d) *Concesión terreno Santa Fé 1145*, avaluada en \$ 155.400,— m/n. Emerge de la Ordenanza Municipal de fecha 14 de julio de 1922 que acuerda el terreno para construir el palacio de la Sociedad.

e) *Nuevo edificio social*, costo real \$ 478.550,58 m/n, gastados por el Gobierno Nacional para levantar el palacio de la calle Santa Fé 1145.

f) *Biblioteca social*, avaluada en \$ 162.972,35 m/n y representada por 39.400 volúmenes, 10.945 folletos, «Anales», etc.

OBRAS EN EL EDIFICIO DE LA SOCIEDAD

La Dirección General de Arquitectura de la Nación ha tenido a su cargo durante el año 1936 la ejecución de las siguientes obras en el edificio de la Sociedad, de la calle Santa Fé 1145:

a) Instalación de un equipo hidro-elevador.

b) Construcción de un local de tocador en el tercer piso.

c) Modificación del servicio de agua.

En dichas obras se ha invertido la cantidad de \$ 14.541,80 ₢.

CONCLUSIÓN

Señores consocios:

Hemos repetido que la Sociedad Científica Argentina ha sido un poderoso instrumento de cultura general y pública de jerarquía eminente en los últimos dos tercios de siglo de la vida nacional. Todos cuantos nos preocupamos del saber público en el país, sentimos la responsabilidad severa que gravita sobre nosotros ante la conciencia de que estamos asentando sobre roca los cimientos de una construcción destinada a tener un desarrollo magistral, como atribuimos al de la República. Esta convicción se ha cristalizado en la Sociedad Científica Argentina y ello explica la insomne preocupación que la anima de contribuir al engrandecimiento nacional con fuerzas constantemente acrecentadas.

Ella se propone también llevar su convicción propia a todos los espíritus, a todas las entidades, a todas las jerarquías, a todas las etapas de la vida colectiva, a todas las actividades públicas de nuestro país para que cada vez ocupe un sitio, cada vez más alto, en la reunión humana de la civilización y para que en ese lugar tenga la dignidad de la conciencia límpida, de la salud moral, de la inteligencia militante, de la cooperación espiritual, del genio integral acometido con un propósito de bien general, de progreso humano, de bienestar vivo y actuante, de poderío al servicio del bien, de la belleza y de felicidad fuerte y ardorosa, ajena a las molicies de cualquier especie, pues será obra de la fé combativa, de la lucha afiebrada para la conquista del futuro, del adiestramiento de las facultades para el sacrificio constante que corre en procura del bien general y no del premio personal y que es obra fecunda del estudio sudoroso; no del descubrimiento ocasional sino del invento fatigoso; no de la inspiración instantánea sino del sacrificio constante: sucesivo, doloroso pero fructífero y duradero.

Esta lección propónese enseñar la Sociedad con su continuo bregar de sesenta y tres años en que los halagos han sido siempre fugaces y las inquietudes y fatigas incesantes e inamortiguadas.

¡Que ella misma jamás abandone su propia lección y que su ejemplo corra y recorra los índices de la historia patria como un acicate venturoso!

Buenos Aires, 31 marzo 1937.

N. BESIO MORENO.

FUNDAMENTOS MATEMATICOS DE LA MÚSICA

POR A. E. SAGASTUME BERRA

(Continuación *)

Si ahora tomamos tres puntos $P(x_1, \dots, x_r)$, $Q(y_1, \dots, y_r)$, $R(z_1, \dots, z_r)$ de tal modo que R no esté en la recta PQ , y formamos las combinaciones

$$u_1 = \lambda x_1 + \mu y_1 + (1 - \lambda - \mu) z_1, \quad \dots, \quad u_r = \lambda x_r + \mu y_r + (1 - \lambda - \mu) z_r \quad [2]$$

el punto $U(u_1, u_2, \dots, u_r)$, al variar los parámetros arbitrarios λ, μ , describe lo que se llama un *plano*. Luego: *tres puntos no alineados determinan un plano*, y podríamos demostrar asimismo que *tres puntos de un plano determinan el mismo plano*.

Si tomamos 4 puntos no coplanares, determinaremos en forma análoga un *espacio a 3 dimensiones*, todo contenido en el espacio r -dimensional; y así sucesivamente, de modo que en general $h + 1$ puntos que no estén en un espacio de $h - 1$ dimensiones determinan un espacio h -dimensional contenido en el espacio total. En particular, los espacios de $r - 1$ dimensiones se llaman *hiperplanos*, por su analogía con los planos (de 2 dimensiones) del espacio ordinario tridimensional.

Se pueden generalizar asimismo los teoremas sobre intersecciones de rectas, planos, etc., pero no necesitaremos esas generalizaciones.

Notemos que los puntos O , U_1 y U_2 por ejemplo, determinan un plano, de tal modo que las coordenadas de sus puntos, por las [2], serán

$$u_1 = \lambda \cdot 0 + \mu \cdot 1 + (1 - \lambda - \mu) \cdot 0; \quad u_2 = \lambda \cdot 0 + \mu \cdot 0 + (1 - \lambda - \mu) \cdot 1; \\ u_3 = \lambda \cdot 0 + \mu \cdot 0 + (1 - \lambda - \mu) \cdot 0; \quad \dots$$

o sea:

$$u_1 = \mu; \quad u_2 = 1 - \lambda - \mu; \quad u_3 = u_4 = \dots = u_r = 0.$$

* Ver T. CXXIII, Entregas I, II y III.

Se observará que en cada una de estas expresiones varía una sola de las coordenadas, en una unidad positiva o negativa, con respecto a las coordenadas originales del punto.

Podemos definir el intervalo de dos notas, $\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$, $\gamma_{m_1 \dots m_r}^{p_1 \dots p_r}$, lo mismo que en el § 23, es decir, como el número $\gamma_{m_1 \dots m_r}^{p_1 \dots p_r} - \gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$ o bien $1 - (\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r} - \gamma_{m_1 \dots m_r}^{p_1 \dots p_r})$, según cuál de ambas cantidades resulte positiva y menor que 1. Y entonces se verifica el siguiente

TEOREMA. — *El intervalo entre dos notas no varía trasladando arbitrariamente los puntos representativos en E_r .*

Dem.: Sea una traslación cualquiera de componentes $(a_1, a_2, \dots, a_r)$. Ella puede, como es natural, descomponerse en sucesivas traslaciones de a_1 unidades en dirección del primer eje, de a_2 unidades en dirección del segundo, ..., de a_r unidades en dirección del último eje. Y a su vez una cualquiera de éstas, por ejemplo la a_k en dirección del eje OU_k , se compone de traslaciones de ± 1 en dirección de ese eje. Bastará, pues, que demostremos que en una traslación de una unidad positiva en la dirección del eje OU_k no varía el intervalo, pues entonces tampoco variará en la traslación total.

La traslación unitaria en dirección OU_k significa reemplazar $\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$ por $\gamma_{n_1, \dots, n_k+1, \dots, n_r}^{p_1, \dots, p_k, \dots, p_r}$, es decir, hacer variar solo el índice n_k en una unidad, y análogamente para $\gamma_{m_1 \dots m_r}^{p_1 \dots p_r}$. Ahora bien: utilizando el Lema I del 16, se tiene:

$$\begin{aligned} \gamma_{m+1} - \gamma_{n+1} &= \gamma_{m_1, \dots, m_k+1, \dots, m_r}^{p_1, \dots, p_k, \dots, p_r} - \gamma_{n_1, \dots, n_k+1, \dots, n_r}^{p_1, \dots, p_k, \dots, p_r} = \\ &= F\left(\sum_i m_i \pi_i + \pi_k\right) - F\left(\sum_i n_i \pi_i + \pi_k\right) = \\ &= F\left(\sum_i m_i \pi_i\right) + F(\pi_k) - \theta\left(\sum_i m_i \pi_i, \pi_k\right) - F\left(\sum_i n_i \pi_i\right) - \\ &\quad - F(\pi_k) + \theta\left(\sum_i n_i \pi_i, \pi_k\right) = \gamma_m - \gamma_n - \theta_m + \theta_n, \end{aligned}$$

habiendo puesto, para abreviar:

$$\begin{aligned} \gamma_m &= \gamma_{m_1, \dots, m_r}^{p_1, \dots, p_r} ; \gamma_n = \gamma_{n_1, \dots, n_r}^{p_1, \dots, p_r} ; \gamma_{m+1} = \gamma_{m_1, \dots, m_k+1, \dots, m_r}^{p_1, \dots, p_k, \dots, p_r} \\ ; \gamma_{n+1} &= \gamma_{n_1, \dots, n_k+1, \dots, n_r}^{p_1, \dots, p_k, \dots, p_r} ; \theta_m = \theta\left(\sum_i m_i \pi_i, \pi_k\right) \\ \theta_n &= \theta\left(\sum_i n_i \pi_i, \pi_k\right). \end{aligned}$$

Aquí pueden presentarse los siguientes casos:

a) $\theta_m = \theta_n$. Entonces $\gamma_{m+1} - \gamma_{n+1} = \gamma_m - \gamma_n$, y $1 - (\gamma_{n+1} - \gamma_{m+1}) = 1 - (\gamma_n - \gamma_m)$, de modo que los intervalos son iguales.

b) $\theta_m = 0$, $\theta_n = 1$. Luego $\gamma_{m+1} - \gamma_{n+1} = 1 - (\gamma_n - \gamma_m)$, de modo que $\gamma_n - \gamma_m$ debe ser positivo, pues de lo contrario $\gamma_{m+1} - \gamma_{n+1}$ sería mayor que 1, lo que es absurdo. Entonces el segundo miembro mide el intervalo (γ_n, γ_m) , y el primero el $(\gamma_{n+1}, \gamma_{m+1})$, y ellos son por consiguiente iguales.

c) $\theta_m = 1$, $\theta_n = 0$. Entonces $\gamma_{m+1} - \gamma_{n+1} = \gamma_m - \gamma_n - 1$, o sea $1 - (\gamma_{n+1} - \gamma_{m+1}) = \gamma_m - \gamma_n$, y el razonamiento b) puede aplicarse permutando los papeles de los índices n y m con $n + 1$, $m + 1$. Ambos intervalos son nuevamente iguales. Y el teorema queda demostrado.

De este teorema resultan análogas consecuencias que en los ejemplos tratados. Si tomamos, por ejemplo, el eje OU_k , sobre él existe una gama unidimensional Γ^{pk} . Sobre una recta cualquiera paralela a ese eje resultará existir entonces la misma Γ^{pk} , solo que con distinta fundamental, puesto que tal recta puede obtenerse por traslación del eje. Si tomamos el plano $OU_k U_k$, sobre él existe una $\Gamma^{pk, pk}$, que se conservará en todo plano paralelo; y así sucesivamente.

Esto trae a su vez como consecuencia, en cuanto al problema de la atemperación de $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$, que los puntos representativos de la gama atemperada deben llenar realmente una porción del espacio E_r , sin estar contenidos en un espacio de menor número de dimensiones, pues si estuvieran contenidos, por ejemplo, en un hiperplano E_{r-1} , paralelo a $r - 1$ de los ejes coordenados, la gama no contendría en realidad más que los $r - 1$ armónicos fundamentales correspondientes a los $r - 1$ ejes, pero no el restante. Se trataría, pues, de una gama $r - 1$ -dimensional.

Se puede decir, siguiendo un razonamiento análogo al que hicimos para el caso $r = 2$ en el § 24, que si tomamos en E_r , además del origen O , los puntos $U_1, U_2, \dots, U_r$ tales que en U_k la única coordenada no nula y que vale $+1$ es la que ocupa el lugar k (o sea, para abreviar, los *puntos-unidad* sobre cada uno de los ejes), la gama atemperada debe contener a todos esos puntos. Los tales puntos determinan en E_r una figura compuesta por esos puntos, las rectas que los unen dos a dos, los planos que los unen 3 a 3, ..., los hiperplanos que los unen r a r ; estos hiperplanos son en número de $r + 1$ (uno opuesto a cada uno de los puntos), y pueden llamar-

se caras de esa figura, que será en E_r lo análogo a un *poliedro* en el espacio ordinario. Como este poliedro tiene $r + 1$ caras, lo llamaremos $r + 1$ -*edro* de E_r . Para tener una noción más clara de estos $r + 1$ -*edros*, piénsese en el caso $r = 3$ (espacio E_3 ordinario) en donde la figura es un *tetraedro* formado por 4 puntos O, U_1, U_2, U_3 , 6 aristas $OU_1, OU_2, OU_3, U_1U_2, U_2U_3, U_3U_1$ y 4 caras triangulares $OU_1U_2, OU_2U_3, OU_3U_1, U_1U_2U_3$.

Resulta, pues, que la gama atemperada, o por mejor decir, los puntos representativos en E_r , deben contener al menos un $r + 1$ -edro. En general, pues, esos puntos constituirán un cierto *poliedro a r dimensiones* Φ , que podremos llamar el *poliedro atemperante*.

Si la gama atemperada $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \dots p_r}$ contiene en total N notas, el poliedro Φ contendrá en su interior y contorno, precisamente N puntos reticulares, que designaremos con $P_1, P_2, \dots, P_N$. Entre los puntos vecinos a cada uno de estos *puntos* P , habrá ciertamente algunos exteriores a Φ , es decir, que no sean internos ni de contorno; a tales puntos los llamaremos, genéricamente, *puntos* Q , y si hay M de ellos, los indicaremos con $Q_1, Q_2, \dots, Q_M$.

Si formamos ahora los intervalos $(\gamma_{Q_h}^{p_1 \dots p_r}, \gamma_{P_k}^{p_1 \dots p_r})$ entre una nota correspondiente a un punto P_k (donde $k = 1, 2, \dots, N$) y otra correspondiente a un punto Q_h ($h = 1, 2, \dots, M$), tendremos así NM valores de intervalos, que pueden no ser todos distintos. El mínimo de ellos será, por definición, la *coma* de $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \dots p_r}$ y la indicaremos con ε . Cabe aquí repetir lo que se dijo en los casos $r = 1$ y $r = 2$: como la coma ε es el intervalo entre una nota γ_{P_k} *pertene-ciente* a la gama, y otra γ_{Q_h} que *no* le pertenece, ε representa una corrección a efectuar cuando se reemplaza γ_{Q_h} por γ_{P_k} , es decir, que la coma mide la *precisión* de la gama atemperada.

Naturalmente, el problema de la atemperación no consiste en calcular ε dado Φ , sino por el contrario: *dado un límite superior para la coma ε , determinar el poliedro Φ más conveniente, de modo que la coma no pase el valor fijado*, y se satisfagan además las condiciones que enunciamos a continuación.

Estas condiciones son independientes del número de dimensiones r , de modo que son las mismas que ya dimos para $r = 1$ y $r = 2$, y no vamos a repetir aquí las consideraciones ya hechas; solamente recordaremos que las condiciones son: *que el número total N de notas debe estar comprendido entre límites razonables, y que el número v de diferencias primeras (corregidas dentro del error $\pm \varepsilon$) y la*

magnitud de las diferencias segundas Δ^2 de las notas, deben ser tan bajos como sea posible. [Estos dos últimos caracteres, v y Δ^2 , son los que miden la *regularidad* de la $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \cdots p_r}$]

Finalmente, pueden generalizarse a este caso los conceptos de *acorde perfecto, mayor y menor*, que ya vimos en los ejemplos tratados. Preferimos, sin embargo, dejar para más adelante (Cap. V) estas cuestiones.

CAPITULO IV

LAS GAMAS MUSICALES

30. — En el capítulo anterior hemos analizado el problema de la *atemperación* de una $\Gamma^{p_1 \cdots p_r}$ dada, y hemos dado para este problema, no una solución, sino un criterio para obtener la $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \cdots p_r}$ utilizable musicalmente, de acuerdo con los principios acústicos del Cap. I, que nos sirvieron para construir en el Cap. II las $\Gamma^{p_1 \cdots p_r}$, las cuales no son prácticamente utilizables.

La aplicación de ese criterio puede conducir a distintas soluciones del problema, como ya vimos en el caso de la Γ^3 , que da origen a las gamas primitiva, de Pitágoras, y de Mersenne-Bosanquet, y la adopción de una solución en lugar de otra, depende principalmente de la precisión que quiera darse a la gama, o sea de la *coma* ϵ . Aquí aparece el rol fundamental del teorema del § 16: si existieran dos sistemas de valores de los índices $n_1, \dots, n_r$ o, en el lenguaje hiperespacial, dos puntos distintos A, B de E_r , tales que $\gamma_A^{p_1 \cdots p_r} = \gamma_B^{p_1 \cdots p_r}$ podríamos hallar un « ciclo » de notas desde la primera a la segunda, con una *coma cero*. Eso no es posible (cualesquiera sean los números primos $p_1, p_2, \dots, p_r$) pero puede obtenerse aproximadamente, con la aproximación que se desee, y esa aproximación está medida precisamente por la *coma*. Esta debe, pues, existir necesariamente; y si bien teóricamente puede disminuirse cuanto se quiera, ello se verifica a cambio de aumentar, a veces excesivamente, el número N de notas. Esto nos obliga a adoptar una solución intermedia, en la que N no sea excesivo ni ϵ demasiado grande; y tratando de satisfacer también a las condiciones secundarias respecto al número v de intervalos o diferencias primeras, y a la magnitud Δ^2 de las diferencias segundas (véase el final del § 29 anterior).

Esto es, en resumen, lo que nos da la teoría expuesta. Ahora, en el presente capítulo, veremos cómo se comportan las distintas gamas conocidas con respecto a dichas conclusiones teóricas, haciendo en cada caso las observaciones y críticas que esas gamas nos sugieran.

Efectuemos ante todo una observación de carácter general. Si disponemos por orden creciente las notas de una *gama práctica* cualquiera, y hallamos sus diferencias de magnitud, o sea sus intervalos sucesivos, tendremos en todo caso un número finito de intervalos (número que, en el caso de las gamas atemperadas deducidas teóricamente hemos llamado ν). Por consiguiente, como el intervalo desde la nota fundamental hasta una nota cualquiera se compone de la suma de todos los intervalos sucesivos hasta dicha nota, tendremos que *existe siempre un número finito ν de intervalos $i_1, i_2, \dots, i_\nu$ que, junto con la coma ϵ , nos permiten expresar toda nota $\gamma_{n_1 \dots n_\nu}^{p_1 \dots p_\nu}$ de la gama mediante una expresión del tipo*

$$\gamma_{n_1 \dots n_\nu}^{p_1 \dots p_\nu} = x_1 i_1 + x_2 i_2 + \dots + x_\nu i_\nu \pm x\epsilon, \quad [1]$$

donde $x_1, x_2, \dots, x_\nu, x$ son números enteros y no negativos. A todo sistema de intervalos $(i_1, i_2, \dots, i_\nu, \epsilon)$ (el último de los cuales es la coma) que goce de esta propiedad, lo llamaremos una *base* de la gama práctica o atemperada de que se trate.

Claro es que la base no está determinada unívocamente, pues, entre otras posibilidades, cabría la de tomar, en lugar de los intervalos $i_1, \dots, i_\nu$, submúltiplos cualesquiera de ellos, por ejemplo:

$$i'_1 = \frac{i_1}{k_1}; i'_2 = \frac{i_2}{k_2}; \dots; i'_\nu = \frac{i_\nu}{k_\nu} \quad (k_1, \dots, k_\nu \text{ enteros } > 0),$$

y entonces la [1] podría escribirse también

$$\begin{aligned} \gamma_{n_1 \dots n_\nu}^{p_1 \dots p_\nu} &= (x_1 k_1) i'_1 + (x_2 k_2) i'_2 + \dots + (x_\nu k_\nu) i'_\nu \pm x\epsilon = \\ &= x'_1 i'_1 + x'_2 i'_2 + \dots + x'_\nu i'_\nu \pm x\epsilon, \end{aligned}$$

donde $x'_1 = x_1 k_1, \dots$ serían enteros y no negativos; es decir, que $(i'_1, \dots, i'_\nu, \epsilon)$ es también una base.

No obstante la indeterminación que existe en la elección de una base, podemos sin embargo utilizarla desde el punto de vista práctico, por la comodidad que representa; pero sin olvidar el inconveniente

niente apuntado, así como el de que los intervalos $i_1, i_2, \dots, i_v, \varepsilon$, que son siempre irracionales, están representados por fracciones decimales racionales, y por tanto aproximadas, lo que no hay que perder de vista cuando se trate de cálculos precisos.

31. — Comencemos por la gama *pentatónica* o primitiva. En la tabla del § 23 están indicadas sus notas que, como ya se dijo, toman los nombres *fa, sol, la, do, re*; como las mismas notas forman parte también de la gama de Pitágoras, no hay por qué denominarlas en especial « primitivas », sino simplemente, pitagóricas. El intervalo $0,16992 \omega$ se llama el *tono* pitagórico, *tono (Pit.)*, y es el intervalo *fa (Pit.)-sol (Pit.) = sol (Pit.)-la (Pit.) = do (Pit.)-re (Pit.)*. La coma de la gama primitiva, ε (*prim.*) = $0,07519 \omega$, que aparece en el carácter de un intervalo de la gama pitagórica, es el *semitono diatónico (Pit.)*⁽¹⁾ o *lima (Pit.)*. Según ya vimos, la gama primitiva contiene solo un intervalo de base ($v=1$) y en consecuencia, toda nota de $\Gamma_{(0,4)}^3$ se expresa:

$$\left. \begin{aligned} \gamma^3 (\text{prim.}) &= x_1 i_1 \pm x \varepsilon \\ i_1 = \text{tono (Pit.)} &= 0.16992 \quad ; \quad \varepsilon = \text{lima (Pit.)} = 0.07519 \end{aligned} \right\} [2]$$

Así, se tiene:

$$\begin{aligned} \text{fa (Pit.)} &= 0 \cdot i_1 + 0 \cdot \varepsilon \quad ; \quad \text{sol (Pit.)} = 1 \cdot i_1 + 0 \cdot \varepsilon \quad ; \quad \text{la (Pit.)} = 2i_1 + 0 \cdot \varepsilon \\ \text{do (Pit.)} &= 3 i_1 + 1 \cdot \varepsilon \quad ; \quad \text{re (Pit.)} = 4 \cdot i_1 + 1 \cdot \varepsilon \quad ; \quad 1 \omega = 5 i_1 + 2 \varepsilon . \end{aligned}$$

En cuanto al número de notas, $N=5$, número de intervalos, $v=1$, y magnitud de las diferencias segundas, $\Delta^2 = (0)$, la gama primitiva es muy satisfactoria. Desgraciadamente, la magnitud de la coma es excesiva. El intervalo $0,07519$ no puede ser tomado como una « corrección », es demasiado grande; y como esta magnitud es la que debe ser considerada en primer término, de ahí que la $\Gamma_{(0,4)}^3$ haya perdido su interés práctico, desde la creación de la gama de Pitágoras, y no haya sido utilizada sino por pueblos en estado primitivo de su evolución.

En la $\Gamma_{(0,11)}^3$ de Pitágoras aparecen, además de las notas anteriores, otras intermedias, de tal modo que, conservando los valores

(1) Advertimos que los calificativos *diatónico*, *cromático*, serán usados más adelante en una significación más general. Aquí tienen, por ahora, la acepción que es corriente entre los músicos.

$v = 1$, $\Delta^2 = 0$, el número N es ahora 12, bastante aceptable, y además la coma disminuye a ε (*Pit.*) = 0,01955 ω . Este valor, en unión de la *lima* (*Pit.*) o *semitono diatónico* (*Pit.*) constituyen, como se ve en la tabla del § 23, una base de $\Gamma_{(0,11)}^3$. Es decir, que

$$\left. \begin{aligned} \gamma^3 (\text{Pit.}) &= x_1 i_1 \pm x \varepsilon \\ i_1 = \text{lima (Pit.)} &= 0.07519 \quad ; \quad \varepsilon = \text{coma (Pit.)} = 0,01955 \end{aligned} \right\} [3]$$

Así por ejemplo, se tiene (ver § 23):

$$\text{tono (Pit.)} = 2 i_1 + 1 \cdot \varepsilon = 2 \times 0.07519 + 0.01955 = 0.16993 \omega,$$

y el intervalo de *semitono cromático* (*Pit.*) o *apótome* (*Pit.*) es

$$\text{semitono cromático (Pit.)} = 0.09474 \omega = 1 \cdot i_1 + 1 \cdot \varepsilon.$$

Un tono se compone, pues, de un semitono cromático más uno diatónico, o de dos diatónicos y una coma, o de dos cromáticos menos una coma.

La gama pitagórica es bastante mejor que la primitiva, y es una de las mejores que aún tenemos; esto explica, a nuestro modo de ver, su persistencia a través del tiempo y de los pueblos ⁽¹⁾: las gamas orientales, persa, turca, etc. tienen todas, aún hoy, un carácter netamente pitagórico. Sin embargo, su coma es aún algo excesiva.

Para obviar este inconveniente, dentro de la Γ^3 , no hay otro recurso que la gama de Mersenne, u otras con mayor número de notas. Pero siendo ya muy grande este número, $N = 53$ para la gama de Mersenne, estas gamas no presentan interés práctico.

32. — Pasemos ahora al caso de la $\Gamma^{3,5}$. En la atemperación tolemaica, ya vimos que el número de intervalos-base es $v = 2$, y esos intervalos son: el 0,16993 ω , que es el *tono* (*Pit.*) y que aquí toma también el nombre de *tono mayor* (*Tol.*), y el intervalo 0,09311 ω , que se llama *semitono diatónico* (*Tol.*). Por consiguiente, toda nota tolemaica podrá expresarse mediante

$$\left. \begin{aligned} \gamma^{3,5} (\text{Tol.}) &= x_1 i_1 + x_2 i_2 \pm x \varepsilon \\ i_1 = \text{tono mayor (Tol.)} &= 0.16993 ; \\ i_2 = \text{semitono diatónico (Tol.)} &= 0,09311 \\ \varepsilon = \text{coma (Tol.)} &= 0.01792 \omega. \end{aligned} \right\} [4]$$

⁽¹⁾ MURRAY BARBOUR (XI).

La coma (Tol.) es aproximadamente $0,001 \omega$ menor que la coma (Pit.). El otro intervalo secundario, $0,15200 \omega$ que aparece en la gama tolemaica (ver § 25), se denomina *tono menor (Tol.)*, y se tiene la equivalencia

$$\text{tono menor (Tol.)} = \text{tono mayor (Tol.)} - \text{coma (Tol.)} = i_1 - \epsilon.$$

La $\Gamma_{ABCD}^{3,5}$ tolemaica es sumamente satisfactoria, ya sea por su pequeña coma, su reducido número de notas, $N = 7$, así como sus otros dos caracteres, $v = 2$, $\Delta^2 = (0,07681 \omega)$.

Las notas de la $\Gamma_{ABCD}^{3,5}$ que figuran en la tabla del § 25 toman, como ya se dijo, los nombres: *re-mi-fa-sol-la-si-do*, en el orden en que están escritas en dicha tabla. Transformando sus magnitudes de modo que el *do* tenga la medida $0,00000 \omega$, lo que equivale a restar $0,83170 \omega$ a todas las notas o a sus octavas, tendremos la nueva tabla ordenada siguiente:

Denominación	Nota	Intervalo	Denominación	Nota	Intervalo
					0.16992
do	0.00000		sol	0.58496	
		0.16993			0.15201
re	0.16993		la	0.73697	
		0.15200			0.16993
mi	0.32193		si	0.90690	
		0.09311			0.09310
fa	0.41504		do	1.00000	

Vemos así que los intervalos se disponen en este orden: tono mayor: do-re; tono menor; re-mi; semitono diatónico: mi-fa; tono mayor: fa-sol; tono menor: sol-la; tono mayor: la-si; semitono diatónico: si-do. O brevemente: dos tonos, un semitono, tres tonos y un semitono.

Esta sucesión de intervalos es lo que constituye la llamada *escala diatónica mayor* (sobreentendiendo *tolemaica*), y la posición de sus notas ha dado origen a la nomenclatura adoptada por los músicos para los intervalos. Así por ejemplo, a partir del *do* fundamental, los intervalos se designan de acuerdo con el número de notas que ellos limitan, incluyendo las extremas:

intervalo de *segunda*: do-re
 » » *tercera*: do-mi
 » » *cuarta*: do-fa ,

y así sucesivamente. Esta es la razón de las denominaciones adoptadas en el § 9.

Claro es que el intervalo re-mi por ejemplo, es también una segunda; pero del examen de la tabla resulta que es distinto de la segunda do-re; y surge entonces la necesidad de clasificar los distintos tipos de segundas, y lo mismo de las terceras, cuartas, etc., habiendo adoptado los músicos los calificativos de *mayores* y *menores*, *aumentadas* y *disminuídas*, *justas*, etc. En general, no nos interesan estas denominaciones sino en cuanto puedan hacer más claras para los músicos nuestras consideraciones; preferimos siempre dar la magnitud de los intervalos que consideremos, y si alguna vez nos apartamos de esta norma, será para « traducir » nuestras medidas abstractas a un lenguaje familiar al músico. Por lo demás, hay que tener buen cuidado de no confundir los intervalos homónimos de gamas distintas, y aún de la misma gama. Así por ejemplo, la quinta tolemaica do-sol = $0,58496 \omega = 1 \chi$ (ver § 9) coincide con la pitagórica homónima, pero no con la quinta tolemaica re-la = $0,56704 \omega$; su diferencia es una coma tolemaica. En la misma $\Gamma_{ABCD}^{3,5}$ hay, como se aprecia de inmediato en la tabla anterior, tres clases de segundas que no hay que confundir y que son: el tono mayor, el menor y el semitono diatónico; asimismo, hay tres tipos de terceras, representados por los intervalos: do-mi = $0,32193 \omega$, re-fa = $0,24511 \omega$ y mi-sol = $0,26304 \omega$; estas dos últimas difieren solo en una coma (Tol.) y toman el nombre común de *terceras menores*, y la primera es la *tercera mayor*.

Si consideramos la otra posibilidad de atemperación de la $\Gamma^{3,5}$ (§ 26), que es la $\Gamma_{ABGH}^{3,5}$ o sea la *gama tolemaica cromática* (abreviado: *Tol. cr.*), según la denominación introducida en el § 27, tendremos los valores característicos:

$$\varepsilon = 0.00676 \omega ; N = 21 ; \nu = 3 ; \Delta^2 = (0.00954 \omega ; 0.02467 \omega) ,$$

como ya se vió en el § 26. Los tres intervalos-base de esta gama son:

$$\begin{aligned} i_0 &= 0.05889 \omega = \text{semitono cromático (Tol. cr.)} \\ i_1 &= 0.03422 \omega = \text{diesis enharmónica (Tol. cr.)} \\ i_2 &= 0.02468 \omega . \end{aligned}$$

El intervalo i_2 no tiene un nombre especial. Por lo demás, al semitono cromático lo hemos denominado i_0 , en contra de nuestra convención general, porque por ser

$$i_0 = i_1 + i_2,$$

en realidad podemos eliminar a i_0 de la base, y mantener solo i_1 e i_2 . Así se tiene:

$$\left. \begin{aligned} \gamma^{3,5} (\text{Tol. cr.}) &= x_1 i_1 + x_2 i_2 \pm x \\ i_1 = \text{diesis enharmónica} (\text{Tol. cr.}) &= 0.03422 \omega \quad ; \quad i_2 = 0.02468 \omega \\ \varepsilon &= 0.00676 \omega . \end{aligned} \right\} [5]$$

33. — Un caso sumamente interesante, y que nos ilustrará sobre el método hiperespacial del capítulo anterior, lo tenemos en la $\Gamma^{3,5,7}$ tri-dimensional y su atemperación. Las notas de esta gama tendrán por expresión

$$\gamma_{n_1, n_2, n_3}^{3,5,7} = F(\pi_1 n_1 + \pi_2 n_2 + \pi_3 n_3)$$

donde las constantes fundamentales son:

$$\pi_1 = \log_2 3 = 1.58496$$

$$\pi_2 = \log_2 5 = 2.32193$$

$$\pi_3 = \log_2 7 = 2.80735 ,$$

y por consiguiente:

$$\gamma_{n_1 n_2 n_3}^{3,5,7} = F (1.58496 n_1 + 2.32193 n_2 + 2.80735 n_3) .$$

Las notas de esta gama podrán representarse, como vimos en el capítulo anterior, mediante los puntos reticulares del espacio ordinario E_3 , y la atemperación se efectuará aquí mediante un poliedro ordinario Φ , cuyos puntos interiores y de contorno darán las notas de la $\Gamma_{\Phi}^{3,5,7}$ atemperada.

Precisamente, el Sr. Juan Domínguez Berrueta estudia este caso en dos publicaciones de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid ⁽¹⁾, publicaciones cuya lectura recomendamos a quienes nos hayan seguido, ya que, además del punto especial que desarrollaremos ahora, contiene muchos puntos de vista interesantes y concordantes con los expuestos aquí.

El Sr. Domínguez Berrueta, basándose en distintas consideraciones, establece su gama *tetrarmónica*, como él la llama, que no es sino una $\Gamma_{\Phi}^{3,5,7}$ atemperada por medio del poliedro Φ que hemos representado

(1) (IV) y (V).

en la figura 9. Hay 17 puntos P , indicados en la figura con P_1 a P_{17} , y 42 puntos Q , que numeraremos Q_1 a Q_{42} , pero que no hemos representado en la figura, en obsequio a la claridad. En la tabla siguiente damos: las coordenadas de los puntos P , el valor y nombre de la correspondiente nota, y además, para cada punto P , los puntos Q que le corresponden y que no estén ya computados, así como los va-

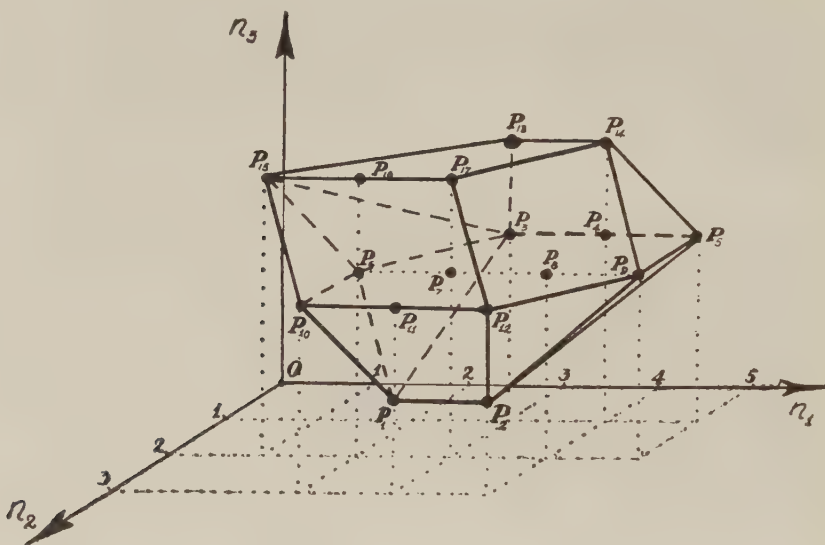


Fig. 9

lores $\gamma_{Q_h}^{3,5,7}$. Las coordenadas de los puntos vecinos a un P_k se obtienen modificando en ± 1 sucesivamente cada una de las coordenadas de P_k . Si éstas son (n_1, n_2, n_3) , las de los puntos vecinos son: $(n_1 \pm 1, n_2, n_3)$, $(n_1, n_2 \pm 1, n_3)$, $(n_1, n_2, n_3 \pm 1)$; se obtienen así 6 puntos (según que se adopte el signo $+$ o el $-$) que pueden no ser todos puntos Q nuevos, pues pueden coincidir con otros puntos P u otros Q ya considerados.

La coma, mínimo de los intervalos $(\gamma_{Q_h}^{3,5,7}, \gamma_{P_h}^{3,5,7})$ vale aquí $\varepsilon = 0.00642 \omega$, y se produce por ejemplo entre $\gamma_{Q_5}^{3,5,7}$ y $\gamma_{P_3}^{3,5,7}$.

Las notas $\gamma_{P_3}^{3,5,7}$ a $\gamma_{P_{17}}^{3,5,7}$, situadas en el plano $n_3 = 2$, tienen un carácter tolemaico, pues ese plano corta al poliedro Φ en una figura formada por un *trapezio tolemaico* (ver § 25) y la base de otro. Para la nota $\gamma_{P_{17}}^{3,5,7}$ adoptamos la denominación *te* en lugar de *la #*, de acuerdo con lo que propone el Sr. Domínguez Berrueta en los tra-

bajos citados ⁽¹⁾. Además adoptaremos para todas esas notas la abreviatura (*D. B.*), en homenaje a dicho autor, a quien se debe, como dijimos, la $\Gamma_{P_k}^{3,5,7}$.

Punto P_k	$\gamma_{P_k}^{3,5,7}$	Puntos Q_h	$\gamma_{Q_h}^{3,5,7}$	Punto P_k	$\gamma_{P_k}^{3,5,7}$	Puntos Q_h	$\gamma_{Q_h}^{3,5,7}$
$P_1(3,3,1) =$ = sol $\flat$	0.52802	$Q_1(2,3,1)$ $Q_2(3,2,1)$ $Q_3(3,4,1)$ $Q_4(3,3,0)$	0.94306 0.20610 0.84995 0.72067	$P_9(5,2,2) =$ = re	0.18338	$Q_{21}(6,2,2)$ $Q_{22}(5,3,2)$ $Q_{23}(5,2,1)$ $Q_{24}(5,2,3)$	0.76834 0.50530 0.37602 0.99073
$P_2(4,3,1) =$ = re $\flat$	0.11299	$Q_5(5,3,1)$ $Q_6(4,2,1)$ $Q_7(4,4,1)$ $Q_8(4,3,0)$	0.69795 0.79106 0.43491 0.30563	$P_{10}(2,3,2) =$ = la	0.75042	$Q_{25}(1,3,2)$ $Q_{26}(2,4,2)$ $Q_{27}(2,3,3)$	0.16546 0.07235 0.55777
$P_3(3,1,2) =$ = la $\flat$	0.69152	$Q_9(2,1,2)$ $Q_{10}(3,0,2)$ $Q_{11}(3,1,1)$	0.10656 0.36960 0.88417	$P_{11}(3,3,2) =$ = mi	0.33538	$Q_{28}(3,4,2)$ $Q_{29}(3,3,3)$	0.65731 0.14273
$P_4(4,1,2) =$ = mi $\flat$	0.27649	$Q_{12}(4,0,2)$ $Q_{13}(4,1,1)$	0.95456 0.46913	$P_{12}(4,3,2) =$ = si	0.92034	$Q_{30}(4,4,2)$ $Q_{31}(4,3,3)$	0.24227 0.72770
$P_5(5,1,2) =$ = si $\flat$	0.86145	$Q_{14}(6,1,2)$ $Q_{15}(5,0,2)$ $Q_{16}(5,1,1)$ $Q_{17}(5,1,3)$	0.44641 0.53952 0.05409 0.66880	$P_{13}(3,1,3) =$ = fa $\sharp$	0.08384	$Q_{32}(2,1,3)$ $Q_{33}(3,0,3)$ $Q_{34}(3,1,4)$	0.91392 0.17695 0.30623
$P_6(2,2,2) =$ = fa	0.42849	$Q_{18}(1,2,2)$ $Q_{19}(2,2,1)$	0.84353 0.62113	$P_{14}(4,1,3) =$ = do $\sharp$	0.08384	$Q_{35}(4,0,3)$ $Q_{36}(4,1,4)$	0.76191 0.89120
$P_7(3,2,2) =$ = do	0.01345	—	—	$P_{15}(1,2,3) =$ = sol $\sharp$	0.65088	$Q_{37}(0,2,3)$ $Q_{38}(1,1,3)$ $Q_{39}(1,3,3)$ $Q_{40}(1,2,4)$	0.06592 0.32895 0.97281 0.45824
$P_8(4,2,2) =$ = sol	0.59841	$Q_{20}(4,2,3)$	0.40577	$P_{16}(2,2,3) =$ = re $\sharp$	0.23584	$Q_{41}(2,2,4)$	0.04320
				$P_{17}(3,2,3) =$ = te	0.82801	$Q_{42}(3,2,4)$	0.62816

Disponiendo las $\gamma_{P_k}^{3,5,7}$ por orden creciente, y de modo que $do(D. B.) = 0,00000 \omega$ (lo que equivale a restar todas el valor $\gamma_{P_i}^{3,5,7} = 0,01345 \omega$) tendremos las notas siguientes:

(1) La razón de esa denominación es análoga a la que tienen las demás notas usadas hasta hoy. Esas denominaciones fueron tomadas por Guido Aretino de las primeras sílabas de los versos del himno a San Juan, de autor desconocido:

Ut queant laxis *mira* gestorum *solve* polluti *Sancte* Johannes.
resonare fibris *famuli* tuorum *labii* reatus

Denominación	Nota	Intervalo	Denominación	Nota	Intervalo
do (D.B.)	0.00000		sol $\flat$ (D.B.)	0.51457	0.02914
		0.07039			0.07039
do # »	0.07039		sol »	0.58496	
		0.02915			0.05247
re $\flat$ »	0.09954		sol # »	0.63743	
		0.07039			0.04064
re »	0.16993		la $\flat$ »	0.67807	
		0.05246			0.05890
re # »	0.22239		la »	0.73697	
		0.04065			0.07039
mi $\flat$ »	0.26304		te »	0.80736	
		0.05889			0.04064
mi »	0.32193		si $\flat$ »	0.84800	
		0.09311			0.05889
fa »	0.41504		si »	0.90689	
		0.07039			0.09311
fa # »	0.48543		do »	1.00000	

Teniendo en cuenta el valor de la coma, los intervalos distintos Δ , y las Δ^2 , son:

Δ	Δ^2
0.02915	
	0.01149
0.04064	
	0.01825
0.05889	
	0.01150
0.07039	
	0.02272
0.09311	

y por tanto, las características de $\Gamma_{\Phi}^{3,5,7}$ son:

$$\varepsilon = 0.00642 \omega ; N = 17 ; v = 5 ; \Delta^2 = (0.01149 ; 0.01825 ; 0.02272).$$

La comparación de esta gama con la $\Gamma_{ABGH}^{3,5}$ muestra su superioridad. En efecto, la coma (D.B.) es algo menor que la coma (Tol.), lo mismo que el número N de notas; y si bien v es algo mayor, las Δ^2 son sensiblemente menores.

De lo dicho se desprende que una base de $\Gamma_{\Phi}^{3,5,7}$ está constituida por los intervalos:

$$i_1 = 0.09311 \omega = \text{lima menor (D. B.)}$$

$$i_2 = 0.07039 \omega = \text{diesis cromática mayor (D. B.)}$$

$$i_3 = 0.05889 \omega = \text{diesis cromática media (D. B.)}$$

$$i_4 = 0.04064 \omega = \text{diesis enharmónica mayor (D. B.)}$$

entre los cuales no hemos tomado el intervalo $0,02915 \omega$ debido a que éste se puede expresar mediante los demás: $0,02915 \omega = i_4 - i_2 + i_1$. Luego:

$$\left. \begin{aligned} \Gamma^{3,5,7} (D. B.) &= x_1 i_1 + x_2 i_2 + x_3 i_3 + x_4 i_4 \pm x \varepsilon \\ i_1 &= \text{lima menor (D. B.)} = 0.09311 \omega \\ i_2 &= \text{diesis cromática mayor (D. B.)} = 0.07039 \omega \\ i_3 &= \text{diesis cromática media (D. B.)} = 0.05889 \omega \\ i_4 &= \text{diesis enharmónica mayor (D. B.)} = 0.04064 \omega \\ \varepsilon &= \text{coma (D. B.)} = 0.00642 \omega \end{aligned} \right\} [6]$$

Los $r + 1$ -edros del § 29 son aquí tetraedros ($r = 3$), de tal modo que las notas cuya representación constituye sus vértices, forman los *acordes perfectos mayores*. La $\Gamma_{\Phi}^{3,5,7}$ contiene los siguientes:

$$\begin{aligned} (P_3, P_4, P_7, P_{13}) &= \text{la}\flat\text{-do-mi}\flat\text{-fa}\sharp ; (P_4, P_5, P_8, P_{14}) = \text{mi}\flat\text{-sol-si}\flat\text{-do}\sharp ; \\ (P_6, P_7, P_{10}, P_{16}) &= \text{fa-la-do-re}\sharp ; (P_7, P_8, P_{11}, P_{17}) = \text{do-mi-sol-te} ; \end{aligned}$$

en cambio, si consideramos los tetraedros simétricos, obtenidos llevando desde cada punto los vectores unitarios *negativos* en la dirección de cada uno de los ejes, tendremos los *acordes perfectos menores* (véase Cap. V); éstos son:

$$\begin{aligned} (P_{11}, P_{10}, P_7, P_1) &= \text{mi-la-do-sol}\flat ; (P_{12}, P_{11}, P_8, P_2) = \text{si-sol-mi-re}\flat ; \\ (P_{17}, P_{16}, P_{13}, P_7) &= \text{te-fa}\sharp\text{-re}\sharp\text{do} . \end{aligned}$$

En el capítulo V desarrollaremos estos conceptos.

(Continuará)

LA FORMA FACTORIAL DEL NÚMERO COMPLEJO HIPERBÓLICO

Por J. C. VIGNAUX

En un trabajo anterior ⁽¹⁾ en el cual se estudia el número complejo hiperbólico $a + bj$, donde j representa la unidad imaginaria hiperbólica ($j^2 = 1$); he introducido para estos números la forma factorial:

$$a + bj = \rho (\cos h \theta + j \operatorname{sen} h \theta)$$

limitándome al caso que: $a > 0$, $a > b$; y se da entre otras cosas, una interpretación geométrica del *módulo hiperbólico*

$$\rho = +\sqrt{a^2 - b^2}$$

y del *argumento hiperbólico* ($\theta \geq 0$), mediante la geometría de Borel-Klein ⁽²⁾.

⁽¹⁾ J. C. VIGNAUX. *Sobre el número complejo hiperbólico y su relación con la geometría de M. Borel*. Contribución al Estudio..., E. I. (1936).

⁽²⁾ En efecto; en la pág. 55 se dice « Dado el número complejo hiperbólico $a + bj$, se puede siempre definir dos números REALES ρ y θ , por las relaciones

$$\begin{cases} a = \rho \cos h \theta \\ b = \rho \operatorname{sen} h \theta \end{cases} \quad [1]$$

y

$$\rho = +\sqrt{a^2 - b^2} \quad [2]$$

$$\cos h \theta = \frac{a}{\rho} = \frac{a}{+\sqrt{a^2 - b^2}}, \quad \operatorname{sen} h \theta = \frac{b}{\rho} = \frac{b}{+\sqrt{a^2 - b^2}}$$

La condición que ρ sea « real » (por hipótesis) y que sea *positivo* (según la [2]), equivale a las condiciones: $a > 0$ y $a > b$, desde que $\cos h \theta > 0$ y $\cos h \theta > \operatorname{sen} h \theta$

Además, es *únicamente* a esta región I ($a > 0$, $a > b$) que me he limitado en el estudio de la geometría de Borel (pág. 64: desplazamiento y distancia hiperbólica) a fin de interpretar aquellos resultados, y todos ellos son completamente exactos.

Esta forma factorial permite extender, a estos números *complejos binarios*, los clásicos teoremas de Moivre, Euler, etc., de los complejos ordinarios.

El hecho de haberme limitado al caso de los complejos $a + bj$ con ($a > 0$, $a > b$), por razón de brevedad; no significa que esta representación factorial así como las consecuencias que de la misma se desprenden, no sean válidas en un campo mucho más amplio. Esta extensión es inmediata y se obtiene con idéntico proceso, como aquí se prueba ⁽¹⁾.

⁽¹⁾ En el *Boletín Matemático*, publicado por el Sr. B. I. BAIDAFF, año IX, n° 6, 1936, acaba de aparecer una Nota firmada por el Sr. F. TORANZO, « Sobre números y variables hipercomplejos hiperbólicos » en la cual, al referirse a la forma factorial, dice: « La forma factorial (pág. 55) parte de un error, puesto que si enao « $\cos hx \geq \sin hx$ » (sic) [=!!] « con esa representación no podrá expresarse los números $a + bj$, en los que $a < b$ lo que hace igualmente impropia la representación de estos números por la geometría pseudo-euclídea de Borel, al menos en la forma indicada por el autor ».

Las afirmaciones anteriores carecen de sentido y además son inexactas; desde que en dicho trabajo me ocupo *solamente* de la forma factorial y de la geometría de Borel para los números $a + bj$ de la región ($a > 0$, $a > b$) y nada he dicho sobre la posibilidad de su extensión a las regiones restantes, las conclusiones del crítico resultan evidentemente falsas. Resulta también falsa la afirmación que « los números $a + bj$ con $a < b$ » [supongo querrá decir $|a| < |b|$], « no se pueden representar en la forma factorial »; pues es suficiente poner

$$\begin{cases} a = \rho \operatorname{sen} h\theta \\ b = \rho \cos h\theta \end{cases}$$

y tomar por módulo hiperbólico a

$$\rho = \pm \sqrt{b^2 - a^2}$$

para tener la forma factorial

$$a + bj = \rho (\operatorname{sen} h\theta + j \cos h\theta)$$

Todos los teoremas subsisten también en este caso, como aquí lo pruebo; así como también su interpretación geométrica.

Pero, aún en el caso de que, esta representación factorial fuera válida solamente en la región ($a > 0$, $a > b$), sería por ello solo, motivo de crítica, máxime cuando dicho autor no propone ninguna otra, ni más ni menos general?. Esto equivale a desconocer el hecho que, se presenta a menudo, de la existencia de entes que tienen una representación en regiones muy restringidas y sin embargo prestan gran utilidad.

2. *Forma factorial.* — Dado el número complejo $a + bj$, se puede definir dos números reales ρ y θ por la relación

$$\begin{cases} a = \rho \cos h \theta \\ b = \rho \operatorname{sen} h \theta \end{cases} \quad [1]$$

evidentemente siempre que $|a| > |b|$, puesto que de la [1] resulta

$$a^2 - b^2 = \rho^2 \quad \therefore \quad \rho = \pm \sqrt{a^2 - b^2} \quad [2]$$

y

$$\operatorname{tg} h \theta = \frac{b}{a} \quad [3]$$

Como $\cos h \theta$ es siempre positivo, resulta según la primera de las relaciones [1], que el número ρ es positivo o negativo según que $a > 0$ ó $a < 0$ respectivamente.

Substituyendo en $a + bj$; resulta

$$a + bj = \rho (\cos h \theta + j \operatorname{sen} h \theta)$$

es decir, una nueva forma del complejo hiperbólico que he llamado forma factorial.

El número real: $\rho \leq 0$ es el *módulo hiperbólico* y θ ($-\infty < \theta < +\infty$) el *argumento hiperbólico* del complejo dado.

La correspondencia entre los números (a, b) y los números (ρ, θ) es biunívoca; lo cual resulta de las [2] y [3] y del hecho que las funciones $\cos h \theta$ y $\operatorname{sen} h \theta$ no tienen período *real*.

En el caso que: $|a| < |b|$, debemos considerar las relaciones simétricas

$$\begin{cases} a = \rho \operatorname{sen} h \theta \\ b = \rho \cos h \theta \end{cases} \quad [5]$$

de donde

$$\rho^2 = b^2 - a^2$$

es decir

$$\rho = \pm \sqrt{b^2 - a^2} \quad \text{y} \quad \operatorname{tg} h \theta = \frac{a}{b}$$

En este caso, convendremos en tomar el *número real*: $\rho = \pm \sqrt{b^2 - a^2}$, como *módulo hiperbólico* del complejo $a + bj$ y su forma factorial, es entonces

$$a + bj = \rho (\operatorname{sen} h \theta + j \cos h \theta) \quad , \quad |a| < |b| \quad [6]$$

Evidentemente, los divisores de cero que son números complejos de la forma normal:

$$\alpha = a \pm aj,$$

carecen de esta expresión factorial.

En conclusión: *dado un complejo hiperbólico $a + bj$, no divisor de cero, se puede siempre poner en una de las dos formas [4] ó [6] según que $|a| > |b|$ ó $|a| < |b|$ respectivamente. Recíprocamente, dado el complejo hiperbólico en la forma factorial [4] ó [6], queda determinado unívocamente su forma normal $a + bj$.*

Los divisores de cero ($a \pm aj$) no tienen expresión factorial.

3. *Módulo y argumento hiperbólico del producto.* — Sean los dos complejos

$$\alpha = \rho (\cos h \theta + j \operatorname{sen} h \theta) \quad , \quad \alpha' = \rho' (\cos h \theta' + j \operatorname{sen} h \theta')$$

se tiene

$$\alpha \alpha' = \rho \rho' [\cos h (\theta + \theta') + j \operatorname{sen} h (\theta + \theta')]$$

luego

$$\operatorname{mód} h (\alpha \alpha') = \rho \rho' \quad , \quad \arg h (\alpha \alpha') = \theta + \theta'$$

Si los complejos son de la forma

$$\alpha = \rho (\operatorname{sen} h \theta + j \cos h \theta) \quad , \quad \alpha' = \rho' (\operatorname{sen} h \theta' + j \cos h \theta')$$

resulta

$$\alpha \alpha' = \rho \rho' [\cos h (\theta + \theta') + j \operatorname{sen} h (\theta + \theta')]$$

y por tanto

$$\operatorname{mód} h (\alpha \alpha') = \rho \rho' \quad , \quad \arg h (\alpha \alpha') = \theta + \theta'$$

En el caso de que fueran

$$\alpha = \rho (\cos h \theta + j \operatorname{sen} h \theta) \quad , \quad \alpha' = \rho' (\operatorname{sen} h \theta + j \cos h \theta')$$

resulta

$$\alpha \alpha' = \rho \rho' [\operatorname{sen} h (\theta + \theta') + j \cos h (\theta + \theta')]$$

luego

$$\operatorname{mód} h (\alpha \alpha') = \rho \rho' \quad , \quad \arg h (\alpha \alpha') = \theta + \theta'$$

De aquí: « *el producto de dos complejos hiperbólicos tiene por módulo hiperbólico el producto de sus módulos hiperbólicos y por argumento hiperbólico, la suma de los argumentos hiperbólicos* » ⁽¹⁾.

Del mismo modo se prueba el teorema del cociente y de la potencia con exponente entero y todas las conclusiones de nuestro trabajo anterior.

GEOMETRIA HIPERBÓLICA

M. Borel ⁽²⁾ y F. Klein ⁽³⁾ han estudiado una geometría pseudo-euclídea, mediante la cual he dado una interpretación del complejo hiperbólico en su forma factorial, limitándome a los complejos de la región I ($a > 0$, $a > b$) ⁽⁴⁾.

Vamos a probar ahora, como esta interpretación se puede extender inmediatamente a todo el plano complejo hiperbólico.

Fijado un sistema de coordenadas rectangulares, x o y , a todo punto $M(x, y)$ la *traslación hiperbólica* $T(a, b)$ hace corresponder un punto $M'(X, Y)$ tal que

$$\begin{aligned} X &= a + x \\ Y &= b + y \end{aligned} \quad (a \text{ y } b \text{ constantes}).$$

Una *rotación hiperbólica de centro* en el origen $O(0, 0)$ y *amplitud hiperbólica* θ , es una operación tal, que a todo punto $M(x, y)$ hace corresponder el punto $M(X, Y)$, definido por las relaciones

$$\begin{cases} x = X \cos h \theta + Y \operatorname{sen} h \theta \\ y = X \operatorname{sen} h \theta + Y \cos h \theta \end{cases} \quad [2]$$

Los *desplazamientos hiperbólicos*, están definidos por las relaciones

$$\begin{cases} x = a + X \cos h \theta + Y \operatorname{sen} h \theta \\ y = b + X \operatorname{sen} h \theta + Y \cos h \theta \end{cases} \quad [3]$$

⁽¹⁾ Loc. cit. pág. 56. n° 8.

⁽²⁾ E. BOREL, *Introduction Géométrique a quelques Théories Physiques*, Gautier-Villar, 1914.

⁽³⁾ F. KLEIN, *Vorlesungen über nicht. Euklidische Geometrie*, Berlín, 1928. T. 2.

⁽⁴⁾ J. C. VIGNAUX, Loc. cit. pág. 62.

Distancia hiperbólica. — Fijados los puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, la transformación [3] deja *invariante* la forma cuadrática

$$\delta^2 = (x_1 - x_2)^2 - (y_1 - y_2)^2$$

La distancia de los puntos A y B , en esta geometría, está definida por

$$r = \pm \sqrt{(x_1 - x_2)^2 - (y_1 - y_2)^2}$$

En particular; la distancia de $M(x, y)$ al origen $O(0, 0)$ es

$$\overline{OM} = \pm \sqrt{x^2 - y^2}$$

El lugar de los puntos del plano tal que su distancia hiperbólica al origen, es constante, son las hipérbolas equiláteras de ecuación

$$x^2 - y^2 = c^2 \quad (c \equiv \text{constante}).$$

Los puntos situados sobre las dos rectas

$$y = x \quad , \quad y = -x$$

que son las rectas «isótropas» reales de esta geometría que pasan por O , tienen su distancia al origen *nula*.

El plano queda dividido por estas rectas, en cuatro regiones; las regiones I y I' ($|x| > |y|$) y las regiones II y II' ($|x| < |y|$).

Los puntos de las regiones I y I' tienen su distancia hiperbólica *real*, mientras que los puntos de las regiones II y II' , tienen una distancia hiperbólica *imaginaria*.

En este último caso se conviene en tomar como distancia hiperbólica, «el módulo de la cantidad imaginaria». Esta es la distancia del origen a la hipérbola conjugada

$$x^2 - y^2 = -c^2$$

y esta nueva convención, no es contradictoria con la anterior (ver E. Borel, *Loc. cit.*).

Interpretación geométrica. — Dado el complejo $a + bj$ y fijado un sistema de ejes rectangulares, representaremos a dicho número, por un punto M de coordenadas (a, b) .

Si el punto $M(a, b)$ pertenece a la región I o I' , su módulo hiperbólico

$$\rho = \pm \sqrt{a^2 - b^2}$$

es la distancia hiperbólica del afijo $M(a, b)$ al origen O , corresponde el signo $(+)$ a los puntos de la región I y el signo $(-)$ para los de la región I' .

Si el complejo es de la región II ó II' , su módulo hiperbólico

$$\rho = \pm \sqrt{b^2 - a^2}$$

es también la distancia hiperbólica *real* del punto $M(a, b)$ al origen ⁽¹⁾.

Los divisores de cero: $a + aj$ o $a - aj$, que están representados por puntos que pertenecen a las rectas isotropas: $y = x$, e $y = -x$, respectivamente, tienen su módulo hiperbólico nulo y por tanto representan también la distancia hiperbólica al origen.

Igualmente se verifican todas las relaciones restantes; como se ve inmediatamente ⁽²⁾.

(1) La definición de módulo hiperbólico

$$\rho = + \sqrt{a^2 - b^2}$$

que dábamos en el caso ($a > 0$, $a > b$), aplicada al complejo $a + bj$ con $|a| < |b|$, daría el número *imaginario*

$$\rho = i \sqrt{a^2 - b^2}, \quad (i^2 = -1)$$

Subsiste también en este caso, la misma interpretación geométrica para ρ ; puesto que la distancia hiperbólica es *imaginaria* según hemos visto; pero si convenimos en tomar como módulo hiperbólico en este caso ($|a| < |b|$), el número *real*

$$\rho = \pm \sqrt{b^2 - a^2}$$

es porque, el producto de $i \times j$ no tiene sentido aquí y por tanto la forma

$$\rho (\cos h \theta + j \operatorname{sen} k \theta)$$

dejaría de tener significado aritmético.

Ahora bien, esta nueva convención — que no restringe ni es contradictoria con la anterior — permite como hemos visto extender a las regiones I , I' y II , II' , la forma factorial y sus consecuencias.

(2) No quisiera terminar esta Nota, sin señalar otras afirmaciones inexactas y arbitrarias que hace el autor de la crítica a que me referí anteriormente.

Al reproducir nuestra frase « Nada hemos encontrado en la literatura matemática directamente relacionado con el particular » (Véase: *Sobre la teoría de*

las funciones de una variable hiperbólica, 2ª Entrega, pág. 142. publicada en colaboración con el Dr. Durañona); el crítico agrega « La afirmación resulta sorprendente si se tiene en cuenta que ya Stolz en su *Allgemeine Arithmetik*, del año 1885, estudia, no solo los números hiperbólicos y elípticos sino también los parabólicos partiendo de hipótesis muy generales que los contiene como casos particulares, Stolz, utiliza las unidades naturales (llamadas por los autores isotropas) llegando a la conclusión de que el estudio de estos números es trivial ».

La frase nuestra que transcribe el autor pertenece a la III memoria (pág. 142) y se refiere exclusivamente a la teoría de funciones de variable compleja hiperbólica, sobre cuyo particular la obra de Stolz, no hace la menor REFERENCIA O INSINUACIÓN (Véase la edición más moderna de 1914).

En cuanto a la utilización de « unidades naturales » que nosotros hemos denominado « isotropas » por estar representadas sobre las *rectas isotropas* de la geometría hiperbólica, no hemos pretendido en ningún instante atribuirnos la prioridad, desde que al ocuparnos por segunda vez de estos números complejos (*Sobre las series de números complejos hiperbólicos*, II memoria, en colaboración con Durañona) hemos citado en la bibliografía las dos grandes obras recientes de B. L. Van der Waerden, *Moderne Algebra*, Berlín 1931, 2º tomo; en la cual utiliza estas unidades sin darles denominación, y la de G. Scorza, *Corpi numerici e algebra*, Messina 1921, donde se hace la teoría general del número complejo de dos y de n unidades.

El juicio del crítico al calificar de « trivial », el estudio de estos números y el de las funciones, por el hecho de admitir la descomposición isotropa

$$a = a + bj = A' j_1 + A'' j_2 \quad [1]$$

de ser personal, no se puede tomar en cuenta.

Existen varios tipos de hiper-complejos que admiten una descomposición análoga y cuyo estudio ha sido realizado en forma sistemática tanto en el álgebra como en la teoría de las funciones. Así por ejemplo los números bi-complejos estudiados por C. Segre (*), admiten una descomposición análoga a la [1] donde A' y A'' son complejos ordinarios. La teoría de las funciones monógenas de estos números ha sido desarrollada por G. Scorza Dragoni, « *Sulle funzioni olo-morfe di una variabile bicomplessa* » (Reale Accad. d'Italia, Vol. V, nº 12, 1934).

Es también falsa, la afirmación que el contenido de mi primer memoria sobre el complejo hiperbólico, está en la obra de Stolz antes citada o en la Enciclopedia Alemana. (Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften. T. 1, pág. 166, nº 9).

Si *algunos* de los resultados aquí consignados, fueron expuestos con anterioridad en dichas obras, (las cuales no fueron consultadas al redactar este trabajo), son precisamente aquellos de carácter inmediato y general, común a todas estas teorías y ellos fueron obtenidos, por otra parte, por caminos distintos. Y para poder facilitar al lector imparcial, el cotejo de estos trabajos con el mío y establecer la exactitud de los hechos, transcribo a continuación la traducción literal de la brevísima nota que sobre esta cuestión contiene la obra de Stolz.

$$\text{« Si } 1 \cdot 1 = 1 \quad , \quad 1 \cdot i = i \cdot 1 = i \quad , \quad i \cdot i = -1$$

(*) C. SEGRE, « *Mathematische Annalen* », t. 40 (1892), p. 413-467, nº 28.

Entonces es $(1 + i)(1 - i) = 1 - i \cdot i = 0$ [15]

Hay entonces en este sistema dos números distintos de cero, $1 + i$ y $1 - i$ cuyo producto es cero. Como además de la [15] valen las ecuaciones

$$(1 + i)(1 + i) = 2(1 + i) \quad , \quad (1 - i)(1 - i) = 2(1 - i)$$

o sea

$$\frac{1 + i}{2} \cdot \frac{1 + i}{2} = \frac{1 + i}{2} \quad , \quad \frac{1 - i}{2} \cdot \frac{1 - i}{2} = \frac{1 - i}{2}$$

se pueden hacer las investigaciones sobre multiplicación y división de la *mejor manera posible*, si se introducen como nuevas unidades a los números

$$j_1 = \frac{1}{2}(1 + i) \quad , \quad j_2 = \frac{1}{2}(1 - i)$$

El módulo de la multiplicación, o sea el número 1, toma entonces la forma $j_1 + j_2$. La multiplicación se expresa por la fórmula:

$$(a_1 j_1 + a_2 j_2)(\rho_1 j_1 + \rho_2 j_2) = a_1 \rho_1 j_1 + a_2 \rho_2 j_2 \quad [17]$$

De aquí se deduce que el producto de dos números es solo distinto de cero, salvo el caso en que un factor es nulo, si uno de ellos es de la forma $a j_1$ y el otro de la forma βj_2 , donde a y β pueden ser independientemente dos números reales cualesquiera. La ecuación

$$cx = xc = a$$

cuando es $a = a_1 j_1 + a_2 j_2 \quad , \quad c = \gamma_1 j_1 + \gamma_2 j_2 \quad , \quad x = \xi_1 j_1 + \xi_2 j_2$

toma por la [17] la forma $\gamma_1 \xi_1 j_1 + \gamma_2 \xi_2 j_2 = a_1 j_1 + a_2 j_2$

Si ella vale, deberá ser: $\gamma_1 \xi_1 = a_1 \quad , \quad \gamma_2 \xi_2 = a_2$ [18]

La división es con esto posible y uniforme, cuando γ_1 y γ_2 sean distintos de cero; o sea, cuando el divisor c es un número de dos términos. En los otros casos la división no es permitida. Pues si es $\gamma = v$, $a_1 \neq 0$ ó $\gamma_2 = 0$, $a_2 \neq v$, no pueden satisfacerse la primera o segunda de las [18]. Si es $\gamma_1 = a_1 = v$, ó $\gamma_2 = a_2 = v$, ξ_1 ó ξ_2 resultan indeterminados. La igualdad $0 \cdot x = x \cdot 0 = 0$ se satisface por todo número x del sistema.

La ecuación $x^2 = a_1 j_1 + a_2 j_2$ donde x^2 como en el caso de los números reales indica $(x \cdot x)$ (cuadrado de x), tiene solo raíces, cuando ninguna de las coordenadas a_1, a_2 es negativa, lo que se deduce de inmediato de la fórmula

$$x^2 = (\xi_1 j_1 + \xi_2 j_2)^2 = \xi_1^2 j_1 + \xi_2^2 j_2$$

Si a_1 y a_2 son positivos se tienen las cuatro raíces

$$x = \pm \sqrt{a_1} j_1 \pm \sqrt{a_2} j_2 \text{ »}.$$

El artículo de E. Study de la Enciclopedia Alemana, trata sobre este complejo, en forma más breve aún; y creo ser el primero, en haber introducido la «forma factorial» y su interpretación geométrica de dichos complejos. Dar a conocer estos resultados fué precisamente el motivo principal de aquella publicación mía.

En un extenso trabajo próximo a salir en este mismo lugar «*Sobre la teoría de las funciones polígenas de variable compleja hiperbólica*»; se dan otras propiedades de este número complejo binario; en particular proponemos para definir la función: e^z tres métodos distintos que coinciden con la fórmula

$$e^z = e^x (\cos h y + j \operatorname{sen} h y)$$

dada en mi trabajo (pág. 58, n° 11).

BIBLIOGRAFIA

POR C. C. D.

CURIE MADAME (PIERRE), *Radioactivité*. Un grueso volumen in 8 (16×25), con 564 páginas, 26 láminas y 170 figuras, (peso 1300 gr.). París. Hermann & Cie. 1936. Precio: 150 francos. (Se vende también en dos volúmenes de 340 y 224 páginas, al precio de 90 fr. y 60 fr., respectivamente).

La autora, conocida mundialmente, profesora en la Sorbona, premio Nobel de Física y de Química, expone, aquí, sus lecciones en la Sorbona que vino modificando, año tras año, para ponerlas al día teniendo en cuenta los progresos de la ciencia. Naturalmente como estos progresos continúan siempre, nunca es posible estar rigurosamente al día, pero es obvia también la conveniencia — sobre todo del punto de vista de la enseñanza, — de escribir, de cuando en cuando, un resumen de los principales conocimientos. Se han escrito muchos libros sobre radioactividad ya para el uso de los que trabajan en los laboratorios, ya para la vulgarización, ya con carácter técnico. El que nos ocupa está destinado a la enseñanza. Así lo explica bien la autora en una *Introducción*. El manuscrito de este libro, en el que trabajó muchos años Madame Pierre Curie, se hallaba terminado cuando falleció; sus hijos Irene Joliot Curie y Federico Joliot, auxiliados por otros distinguidos miembros del Instituto del Radio, han revisado las pruebas, los cuadros, etc., y se han ocupado de la publicación.

La primera parte de estas lecciones expone, sucintamente, las nociones fundamentales sobre los iones formados en los gases; sobre los electrones y rayos que se producen cuando los gases, bajo una débil densidad, son atravesados por una corriente eléctrica.

La segunda parte trata, propiamente, la radioactividad: Descubrimientos relativos, los gases radioactivos, depósitos, transformaciones; los rayos α , β , γ ; relaciones energéticas entre los rayos γ nucleares y los α ; efectos producidos por la radiación de los cuerpos radioactivos; efectos biológicos, aplicaciones medicinales; transmutaciones de átomos livianos mediante choques con rayos α ; neutrones, choques de protones; creación artificial de radioelementos; nociones sobre la estructura de los átomos; clasificación de los elementos. Familias del urano, del radio, del actinio, del torio; acumulación de los radioelementos y de los productos de su transformación en los minerales radioactivos. La Radioactividad en la Naturaleza; los laboratorios técnicos de radioactividad.

Un apéndice desarrolla varias cuestiones especiales. Como se trata de un libro destinado a la enseñanza y no de un tratado de documentación, se ha dejado de lado la bibliografía.

Las 26 láminas fuera de texto y los numerosos cuadros numéricos traen un considerable material ilustrativo e informativo.

El texto viene precedido de dos hermosas láminas-retratos del señor y de la señora Pierre Curie.

LA OBRA DEL PADRE FALKNER Y SU CONTENIDO ETNOLOGICO

POR SALVADOR CANALS FRAU

I

Entendemos por obra del P. Falkner, o Falconer como solía llamarse en América castellanizando su apellido, la única obra impresa que corre bajo su nombre: la célebre « Descripción de la Patagonia » cuya edición príncipe se publicara en 1774⁽¹⁾. Furlong Cardiff ha publicado como apéndice de su estudio sobre Falkner⁽²⁾; un pequeño folleto de 16 páginas titulado « Of the Patagonians » y le atribuye la paternidad. Mas a pesar de basarse declaradamente, en gran parte, en datos suministrados por Falkner, la redacción no es de éste, sino de Tomás Pennant, y no debe por consiguiente ser incluído entre sus escritos, cual hace Furlong. De algunos otros trabajos de Falkner tenemos noticia; pero ellos no han sido impresos y, además, se han perdido.

La publicación de Falkner tuvo gran resonancia. Apenas aparecida en su idioma original, el inglés, se tradujo a varios otros, entre ellos al español. Esta primera traducción a nuestra lengua, que De Angelis incluyera en el tomo I de su famosa Colección, es un pésimo trabajo. Mucho mejor que ésta, pero todavía muy lejos de la perfección, es la publicada por la Universidad Nacional de La Plata en su Biblioteca Centenaria, y que debemos a Samuel Lafone Quevedo⁽³⁾. Nosotros nos hemos servido de esta última versión, aunque cotejándola con la original inglesa; de ella son las citas, si bien rectificadas a veces.

(1) « *A Description of Patagonia and the adjoining parts of South America* », by THOMAS FALKNER, Hereford, 1774.

(2) FURLONG CARDIFF, *La personalidad y la obra de Tomás Falkner*, Publicaciones del Instituto de Investigaciones Históricas, Bs. As., 1929.

(3) *Descripción de la Patagonia, por el P. Tomás Falkner, S. J.* Traducción de S. LAFONE QUEVEDO. Biblioteca Centenaria, tomo I., Bs. As., 1911.

El contenido del libro de Falkner es de una gran riqueza en datos de toda índole: etnológicos, históricos, geográficos, etc. A nosotros aquí sólo nos interesan los primeros, sin perjuicio de que, cuando sea ello necesario a la argumentación, tratemos de reforzar los argumentos con datos de otras categorías; todos ellos, aun cuando son inexactos, tienen siempre algún valor como demostrativos del conocimiento que se tenía en nuestro país a mediados del siglo XVIII.

La mayoría de autores que se han ocupado en cuestiones de nuestra antigua etnología lo han hecho citando y celebrando la « Descripción de la Patagonia ». Otros, en cambio, lo han combatido, como no podía ser menos, y se han ensañado con ella. Ni los unos ni los otros han tenido siempre razón. La crítica de fuentes está muy poco desarrollada entre nosotros, y no siempre se ha fijado, antes de valorar los datos que la obra contiene, el verdadero valor documental de ella.

Y eso que el libro de Falkner estaba muy necesitado de un libre examen crítico, sin prejuicios. Su mismo origen es ya irregular. Regresado nuestro autor de una larga estadía en nuestras tierras, y reintegrado a su patria de origen, Falkner, ya sexagenario, se dispone a redactar sus recuerdos de los hombres y cosas de los países a quienes dedicara 39 años de su vida. Un escritor inglés de la época, defensor literario de la política de Pitt que tanto favoreciera la expansión colonial de Inglaterra, William Combe, tiene ocasión de conocer los manuscritos y los da a publicidad con anuencia de su autor. Los motivos que guiaron a Combe a prestar tan gran servicio a la Ciencia no fueron tanto el amor por ella, como la ocasión propicia de dar a conocer una región del globo que pudiera ser colonizada por su país. El mismo lo confiesa en el curioso Prólogo que agrega a la obra de Falkner: « El establecimiento de una colonia inglesa — dice Combe — en la islas Falkland, según se dice, se debe a la opinión del finado lord Anson, quien consideraba que propendería a la extensión del comercio y del imperio marítimo de la Gran Bretaña, si ésta se hacía de un buen puerto para los barcos ingleses en los mares australes de la América. Consideraciones como éstas fueron las que me indujeron a creer que cualquier relación que tratase de la geografía, habitantes y demás detalles de la parte más austral del continente americano, podría ser de utilidad pública y hasta servir de entretenimiento al curioso lector » (pág. 21). Y es llevado de estos móviles que Combe no publica el libro en la forma que su autor le diera, sino que lo modifica y le agrega un prólogo que, en realidad, muy poco tiene que ver con el contenido.

Ante situación tal, lo que más interesa metodológicamente es establecer si la obra, en su forma impresa, es, prescindiendo del prólogo, todo de Falkner. Combe mismo afirma: « Las alteraciones que me he permitido hacer se limitan a ciertos giros del lenguaje y al mejor ordenamiento de lo que él escribiera; pero nada se le ha aumentado a la relación del viejo viajero » (pág. 21). En el texto no hemos podido establecer diferencias de estilo que justificaran la presunción de interpolaciones. Por consiguiente creemos que Combe expresa la verdad. « No nos dió todo el libro de Falkner, pero el libro es de Falkner » expresa acertadamente Furlong Cardiff ⁽⁴⁾. La obra adolece de muchas obscuridades, y a veces se nota una como falta de equilibrio entre las diversas partes que lo componen, mas ello se debe, seguramente, a las manipulaciones de Combe que suprimiría lo que no favorecía sus intenciones, y destacaba así lo que pudiera ser útil a sus propósitos. « Como no está fuera de lo probable — dice el prologuista — que navíos ingleses tengan que meterse algún día en el río de la Plata, ora como amigos, ora como enemigos, se hace la descripción de los puertos de aquel río, y también relación de los peces que de él se sacan » (pág. 22). A pesar de todo, Combe prestó un gran servicio a la Ciencia publicando el libro, el cual de lo contrario, tal vez no se publicara nunca. Además, la publicación tuvo también consecuencias no previstas por el autor del Prólogo: la corte de Madrid, justamente alarmada, empezó a preocuparse algo más por los vastos territorios de Patagonia, e hizo reanudar activamente los interrumpidos ensayos de exploración y colonización de aquellas regiones. Los resultados principales de esta nueva actividad fueron sin duda la expedición de Villarino y la fundación del Carmen de Patagones, Floridablanca (San Julián), Puerto Deseado y San José, sobre la costa de Patagonia, fundaciones éstas que todavía subsisten.

II

Tomás Falkner nació en Manchester, Inglaterra, el día 6 de Octubre de 1707. Era hijo de médico y de boticario. De ahí, pues, hubo de venirle su afición natural a los estudios de medicina y ciencias naturales, estudios que cursara luego en Londres con verdadera dedicación. Fueron sus maestros dos eminentes profesores, célebres en

(4) FURLONG CARDIFF, l. c., pág. 62.

su respectiva especialidad, Mead y Newton, que seguramente no hicieron sino despertar las aficiones que había heredado nuestro futuro misionero. A los 22 años daba por terminados sus estudios médicos, y la Royal Society lo comisionaba, poco después, para que pasara a América del Sur a estudiar las propiedades médicas de las aguas y hierbas americanas.

A los efectos mencionados, se proveyó a Falkner de un nombramiento de médico-cirujano de un barco negrero de la compañía inglesa del Asiento, pasando como tal al Río de la Plata. El buque, probablemente el « Rudge », hubo de hacerse a la mar a principios de 1730, pues es a fines de dicho año que nuestro flamante médico y naturalista desembarca en Buenos Aires.

Apenas llegado Falkner a nuestras riberas, enfermó de gravedad. Ignoramos las razones por las cuales el enfermo vióse abandonado y solamente asistido por un jesuita, el P. S. de San Martín. De esta asistencia, y seguramente también de los esfuerzos del sacerdote, nació en nuestro hereje anglicano una inclinación al catolicismo que poco después lo llevaba a aceptar la nueva creencia. Que esta conversión no era meramente superficial, y destinado a congraciarse con el nuevo ambiente en el cual tenía Falkner que desarrollar, al menos por un tiempo, sus actividades, lo demuestra claramente el hecho de que formó firme propósito de quedar radicado en el país, y poco después, en Mayo de 1732, ingresaba en la Compañía de Jesús.

El noviciado de la Provincia jesuítica del Paraguay se encontraba en Córdoba, y allí pasó nuestro flamante jesuita. Hizo sus votos en 1734, terminando con ello su preparación de misionero.

En estos diez años preparatorios de sus actividades futuras, no abandonó su predilección, y junto con sus estudios teológicos seguía dedicándose a la medicina y a las ciencias naturales. Su « Descripción de la Patagonia », y también sus otras obras inéditas de que habláramos antes, son clara demostración de ello.

Terminados completamente sus estudios, y admitido definitivamente en la Compañía, Falkner esperaba destinación como misionero. En el *Libro de Consultas* de la época consta la propuesta del P. Provincial Machoni para que Falkner fuera mandado a la misión de lo *Mocovís*; mas no fué elegido. En cambio desde Candelaria nos anuncian su pase a « la misión de los *Serranos* con el P. Matías » ⁽⁵⁾.

⁽⁵⁾ Este precioso dato está contenido en una carta del P. José Tejidor al P. M. Marimón que LEONHARDT fecha a 30 de Septiembre de 1744 (pág. 36-7 de su trabajo *La preparación científica de los antiguos misioneros jesuitas*, y FURLONG CAR-

Unos años antes, en 1740, se había fundado al sur del Saladillo y cerca de su desembocadura, la reducción de indios *Pampas* llamada *Concepción*. Ahí trabajaba en su apostolado el P. Matías Strobel. Ignoramos si Falkner pasó o no, por la fecha, a este destino; documentalmente no nos es posible establecerlo, ni tampoco establecer con seguridad dónde estaba radicado por los años 1744 y 1745. El mismo nos habla de un viaje de tres semanas realizado precisamente en 1744 a través de las llanuras pampeanas, en una región en que abundaban los caballos alzados, mas nos es imposible precisar si fué en el sur de Córdoba o sureste de Buenos Aires.

Sabemos en cambio de su viaje a la región del Volcán, o sea el grupo orográfico bonaerense situado al O. de la actual Mar del Plata, en compañía del P. José Cardiel. Este intrépido misionero, apenas llegado de una expedición exploradora por las costas de Patagonia, quería intentar otro viaje por tierra. Siéndole denegado el necesario permiso, pudo, en cambio, obtenerlo, para la fundación, en la mencionada serranía, de una segunda reducción que le pudiera servir de jalón para otras fundaciones futuras. Salió, pues, acompañado de Falkner para reconocer el terreno que por aquel entonces era *tierra incógnita*. Llegaron a fines de Agosto de 1746 y empezaron enseguida con sus trabajos. Algo después, Cardiel hubo de regresar a Buenos Aires ⁽⁶⁾ y los trabajos y desvelos corrieron al solo cargo de Falkner. El siguiente año de 1747 vió ya fundada la nueva reducción, la cual recibió el nombre de *Nuestra Señora del Pilar* ⁽⁷⁾. Este mismo año pasaba el P. Strobel al nuevo pueblo, como Superior de las dos reducciones. Algo después, en 1750, cerca de Pilar, se fundaba una tercera misión, Desamparados ⁽⁸⁾.

Aquí, en estas misiones, pasó Falkner los próximos años, los más fecundos, de su apostolado, en continuo contacto con los indígenas, hasta que en 1751, cuando el levantamiento general dirigido por el

DIFF, (*La personalidad y la obra de Tomás Falkner*. Bs. As., 1929, pág. 28-9) a 15 de Noviembre de 1743 y luego a 5 de este mismo mes y año, en la bibliografía que va al final del mismo trabajo.

⁽⁶⁾ El P. STROBEL, desde *Concepción* escribía al Gobernador Andonaegui a Bs. As., con fecha 26 de Diciembre de 1746: « El cacique *Yepelye* quiere ahora acompañar al P. José Cardiel a esa ciudad. . . »

⁽⁷⁾ El lugar preciso de esta fundación estuvo sobre unas pequeñas colinas situadas al nordeste de la laguna de Los Padres, cerca de la actual Mar del Plata. COMP. OUTES, en *Diario del viaje y Misión al río del Sauce, realizado en 1748, por el P. José Cardiel*, Buenos Aires, 1933, pág. 143.

⁽⁸⁾ *Nuestra Señora de Desamparados* estuvo situada a sólo algunas leguas de Pilar, más cerca del mar.

Bravo, fueran destruídas *Desamparados* y *Pilar*, y algo después Concepción. A raíz de la catástrofe, pasaba a Buenos Aires nuestro misionero.

Su próximo campo de acción fué la estancia jesuítá de San Miguel de Carcarañá, situada al sur de este río y cercano a su desembocadura. Pasó ahí en 1752, después de una breve permanencia en la otra estancia de Areco, y sus funciones eran las de un administrador. Durante los cuatro años, hasta 1756, que desempeñó este cargo, tuvo sobrada ocasión de dedicarse a sus estudios de historia natural y de llevar a cabo algunos viajes a Santa Fé.

Luego, por 1756, pasó de nuevo a Córdoba. Aquí residió hasta la expulsión de los jesuitas en 1767. Ejercía su profesión de médico, y seguía cultivando sus estudios favoritos, especialmente la botánica. En este tiempo llegó a ser famoso, tanto por sus actividades médicas como por las religiosas, convirtiendo a numerosos herejes extranjeros.

La noche del 11 de Julio fué apresado. Poco después era embarcado, con cuarenta otros jesuitas, rumbo a España, en la nave « Venus ».

No se sabe las circunstancias en que Falkner pudo regresar a su país natal. Sabemos que por 1771 residía en Inglaterra donde conoció a Thomas Pennant, el célebre publicista. Este se informó de nuestro misionero sobre la vida y costumbres de los pueblos americanos entre los cuales conviviera Falkner. Fruto de estas informaciones fué la publicación por Pennant de un opúsculo titulado « *Of the Patagonians* » que Furlong Cardiff publicara in extenso como apéndice de su mencionado trabajo y atribuyendo la paternidad a nuestro médico-misionero.

Por la misma época o algo después, conoció Falkner a otro escritor de renombre, William Combe, que fué quien editara y prologara el celebrado libro motivo de este estudio. Ya nos hemos ocupado de él y de los móviles que indujeron a este panfletista a publicar los manuscritos de Falkner, aunque adaptándolos a sus intenciones.

Falkner murió en 1784 a los 77 años de edad.

III

En etnología, como en historia, tienen las fuentes escritas un valor muy desigual que las distingue unas de otras. Pero también dentro de cada una de ellas es desigual el valor de sus diversos datos. Es ello debido a la diversa relación espacial y temporal que medió entre el autor y los fenómenos por él relatados.

De ahí que para valorar acertadamente los datos de una fuente, sea necesario no sólo tener clara conciencia de la personalidad del autor, sino también conocer sus inclinaciones, saber de sus destinos, poder distinguir los datos de conocimiento directo, de aquellos otros que tienen un origen mediato. Y siempre nos merecerá más fe, aquello que el autor relata por conocimiento personal, que aquello que le hayan contado.

Aplicando, pues, este criterio de elemental crítica de fuentes a nuestro caso, veremos la necesidad de establecer cuáles son las partes del territorio descripto por Falkner como « Patagonia », que él conociera personalmente.

Mucho se ha escrito sobre la enorme extensión que habrían tenido los muchos viajes de Falkner. No pocos autores lo dan como habiendo recorrido toda la actual Argentina desde el Chaco al Estrecho de Magallanes. Otros, más modestos, le asignan un círculo de acción más reducido y suponen que, en dirección al sur, llegó hasta el Nahuel-Huapí. Y el mismo Furlong Cardiff, que se queja de la exageración dada a los viajes por « autores mal informados », le hace recorrer, a renglón seguido, « las provincias de Santiago del Estero, Tucumán, Córdoba, Santa Fé, Buenos Aires y la Patagonia »⁽⁹⁾.

El único que hasta ahora, haya profundizado el tema, es J. Benigar, quien en una monografía leída ante la Junta de Historia y Numismática Americana de Buenos Aires, analizó el valor documental del P. Falkner. Como resultado de su labor encuentra que nuestro misionero sólo conoció « una estrecha faja de territorio que, arrancando de Santiago del Estero, pasa por Córdoba, Santa Fé, Buenos Aires, la costa del Atlántico y termina, por tierra, en el cabo de Lobos, y por un punto incierto en la costa patagónica »⁽¹⁰⁾, de manera que el valor documental de su obra queda restringida a estas zonas. Por lo demás, y en cuanto respecta el material etnográfico que Falkner nos ofrece, Benigar es de opinión que « es probable que algo... debamos a las observaciones propias del autor. Algunas migajas pudo haber obtenido por las noticias de los indios, pero apenas cabe duda de que la mayor parte la toma de los conocimientos corrientes de los intelectuales de su época ».

Para tratar de establecer definitivamente las zonas que Falkner conociera personalmente, nos guiaremos por el texto mismo de su

(9) FURLONG CARDIFF, l. c., pág. 24.

(10) JUAN BENIGAR, *El valor documental del P. Falkner*, trabajo leído por F. de SAN MARTIN y publicado, en extracto, en *La Nación* de Buenos Aires, número de Septiembre 26 de 1926.

obra. Al estudio detenido de ella no se escapa el hecho de que el autor no trata con la misma medida a las diversas regiones estudiadas, pues mientras que en unas se limita a darnos una somera y general descripción de ellas, citando sólo algunas vagas características, en otras, al contrario, se detiene más y entra a veces en detalles que son a todas luces innecesarios a la formación, en el lector, de un concepto general de la comarca; todo ello sin olvidar que en éstas nos habla a menudo como actor: he visto, he hallado. Es natural que estas últimas zonas son las que el autor conoció personalmente, y estos detalles, a veces triviales, estriban en antiguos recuerdos personales, y éstos, a su vez, derivan de un conocimiento más íntimo de la región aludida. Y es notable observar, aunque ello no se deba naturalmente a casualidad ninguna, que las zonas que de esta manera podemos señalar como de conocimiento personal de nuestro misionero, corresponden precisamente a aquellas en que vivió o viajó el autor, según puede ser documentalmente establecido. Veamos cuales son.

En primer lugar está la parte meridional de la provincia de Santiago del Estero. Falkner la describe con profusión de detalles en el capítulo primero de su libro. Falkner no residió en Santiago, mas sabemos ciertamente que estuvo allí en ocasión de un viaje que hizo desde Córdoba, allá por 1742. En efecto, en un libro de cuentas del Procurador del Colegio de Santiago del Estero que abarca Mayo del año citado, se halla la anotación siguiente: «it. 2 ps. que dí al P. Falconer para su avío y 3 a su fletador» ⁽¹¹⁾. Otra anotación de la misma época, Mayo de 1742, en un «Ajuste de cuentas de Oficio de Procurador», esta vez de Córdoba, hace constar:

«it. 2 pesos que dí al P. Falconer para su avío
 » 3 » y 4 reales para su flete
 » 7 » y 4 reales por 2 varas de Cordillate
 4 varas de panete y 4 varas de lienzo, que dí a '9 cte.
 de 4 l. que dí *al que llevó al P. Falconer*» ⁽¹²⁾.

Por la identidad de fechas relacionamos ambas anotaciones y también un pasaje de una carta que desde Córdoba escribiera el P. Morales con fecha 5 Mayo de 1742, la fecha de marras, y que dice: «Pesé la cera que trajo el P. Falconer y hallé que eran 972 libras

⁽¹¹⁾ FURLONG CARDIFF, l.c. pág. 25.

⁽¹²⁾ C. LEONHARDT, *La preparación científica de los antiguos jesuitas andino-platenses*, en la revista *Estudios*, Tomo XXV, Buenos Aires, 1923.

buenas » ⁽¹³⁾. Si a todo esto agregamos lo que Falkner nos dice en la pág. 46 de su obra: « Los principales artículos de comercio en Santiago del Estero son *la cera y la miel*, de las que hay gran abundancia en las inmensas selvas del otro lado del Salado. Grandes cantidades de estos artículos se extraen de los huecos en los árboles podridos, y se venden por todas partes en las provincias vecinas ». Tenemos pues constancia de que Falkner hizo un viaje a Santiago del Estero por Mayo de 1742, época de su tercera probación, y que de él trajo cera, ya que es lógico suponer que la trajera de la región que en el país la producía. Es conveniente puntualizar eso, porque otros autores han gratuitamente supuesto que estas constancias se referían o otros viajes.

De muy escaso valor etnológico es, empero, lo que Falkner nos cuenta de la región aludida; se limita a describirnos el país, la flora y ciertas costumbres de los mestizos, de carácter regional.

La segunda zona del país cuya descripción demuestra a todas luces un conocimiento personal del autor, es la que corresponde a la provincia de Córdoba. Por los datos anteriormente señalados sabemos que en la docta ciudad pasó sus años de preparación misionera y luego, de regreso de sus andanzas por las misiones jesuitas del sudeste de Buenos Aires, se radicó allí, ejerciendo su doble profesión de médico y sacerdote, sin dejar de cultivar, en lo que le fué posible, sus aficiones de naturalista. En estas circunstancias seguramente que no desperdició ocasión de excursionar la región cordobesa, y los diversos datos, sobre todo botánicos, que se encuentran desparramados en su libro y que van referidos a esta zona, son buena prueba de ello.

Desde Córdoba se adentraría también en la pampa cordobesa que describe, con conocimiento de causa, en las páginas 54 y 55. Ahí hubo de tener su primer contacto con los naturales de la llanura cuyo misionero fuera después, y también su relator literario. Nos referimos a los antiguos *Pampas*, la población pre-araucana de nuestras llanuras centrales. Al describirnos, en su capítulo segundo, la jurisdicción de Córdoba y tratar de la región al sur del río Segundo, expresa: « la primera vez que entré por aquellos lugares dí con alguna gente de estos indios que aún se mantenía poblada en las márgenes de los ríos Segundo y Tercero... ». El hecho de referirse a la *primera vez* indícanos que hizo otras visitas a la región aludida. De ahí que creamos poder relacionar esta excursión al sur de

(13) FURLONG CARDIFF, I. c., pág. 25.

Córdoba con un pasaje de la página 48 que, al mencionar las grandes manadas de caballos alzados que por la época recorrían la inmensa región, refiere: « Se lo andan de un lugar a otro contra el viento, y en un viaje que hice al interior, el año 1744, hallándome en estas llanuras durante unas tres semanas, era su número tan excesivo que durante 15 días me rodearon por completo... *Otras veces* he transitado por toda esta misma región sin ver uno solo de ellos ». En ambas citas se refiere a la Pampa, y en las dos menciona haberla recorrido repetidamente. Ignoramos, a ciencia cierta, el punto en que por la época estaba radicado Falkner, y por lo tanto también el lugar preciso de los hechos aludidos. Mas de todas maneras, la Pampa, tanto la cordobesa como la bonaerense, era el habitat de los nombrados indígenas. Otros autores han expresado su opinión en el sentido de que este viaje de 1744 había tenido como meta el lejano sur, aunque sin aportar argumento válido ninguno en su favor.

En la desembocadura del Carcarañá vivió nuestro misionero de 1752 a 1756, como administrador de una estancia jesuita. Y es también ésta, precisamente, otra de las regiones que Falkner describe con lujo de detalles y hablando a menudo como actor. « Yo en persona descubrí la coraza de un animal que constaba de unos huecesillos hexágonos... » dice, página 60, al relatar el hallazgo, en esta región, de numerosos restos de animales extintos. « En mi primer viaje aguas arriba del Paraná, en 1752, con el objeto de cortar madera... », tal comienza al describir su encuentro con un yacaré. De esta estadía, así como de varios viajes entre Santa Fé y Buenos Aires, deriva su conocimiento de la región; mas es ello también sin valor para la etnología.

En cambio, sí lo tiene, y muy grande, su residencia en las misiones jesuitas del sureste de Buenos Aires. El capítulo tercero de la « Descripción de la Patagonia » contiene innumerables detalles topográficos de la zona que sólo una larga residencia en ella puede permitir. Aquí, sobre todo en la misión del *Pilar*, que se fundara principalmente debido a sus esfuerzos personales, es donde sacó el mayor provecho de sus continuadas relaciones con los indios que frecuentaban aquellas misiones. *Pampas* y *Serranos*, *Araucanos argentinos* y *Patagones*, mantenían estrechas relaciones con nuestro misionero. Aquí tuvo ocasión de estudiarlos de cerca y de informarse por ellos de las tierras del interior y de los demás habitantes. Uno de sus principales informantes fué el cacique serrano Cangapol: « Lo traté mucho e íntimamente e hice varios viajes con él... »

nos dice en la página 40. Poco antes, página 39, expresaba refiriéndose al mismo caudillo: «He tratado de dibujar su retrato por lo que me acuerdo de él. Su persona y su traje están representados en el mapa, como también los de su mujer Huenec». No hay duda, pues, de que tuvo buenos informantes y mejores medios de información en cuanto se refiere a aquellas agrupaciones étnicas. Es por eso que sólo los datos referidos a ellos son los que tienen pleno valor, y lo poseen muy escaso, por no decir nulo, los que van referidos a pueblos que no frecuentaban estas reducciones, verdaderas avanzadas de la civilización.

Desde aquí incursionaría la región de la costa y del interior, en viajes de exploración, aunque sin alejarse mucho de aquellos centros, pues nunca llegó hasta la Sierra de la Ventana, que sólo conoce por los relatos contradictorios de los indios.

IV

Hay autores que no conociendo sino superficialmente la «Descripción de la Patagonia», han puesto en solfa muchos datos de Falkner y hasta dudado de su buena fe.

Sin embargo, es ello una manifiesta injusticia, que sólo el *modus operandi*, sin un criterio de crítica científica, puede disculpar. Porque, en efecto, pocos autores coloniales se han preocupado tan honradamente en dar exacta cuenta del origen de los datos contenidos en sus libros, cual lo ha hecho Falkner. «Donde no me ha sido dable penetrar» — dice de un modo general, en la página 39, nuestro autor — «me he valido de relaciones de indios naturales y de cautivos españoles que habían vivido años entre ellos y posteriormente habían sido rescatados. Entre los tantos que me sirvieron de informantes estaba el hijo del capitán Mansilla, de Buenos Aires, quien vivió prisionero seis años entre los Tehuelhets y que había recorrido la mayor parte de la región de aquellos indios; y también el gran cacique *Cangapol*, que vivía en *Huichin* sobre las márgenes del río Negro...»

A veces son las mismas frases del libro las que han dado asidero a las malas interpretaciones de su contenido, y hacen aparecer al autor como habiendo conocido personalmente todo el país por él descripto; y resultando luego que sus datos geográficos no son siempre exactos, de acuerdo con los conocimientos alcanzados hoy, los críticos superficiales tienen fácil trabajo. Uno de los párrafos

de la edición española de Lafone Quevedo que más daño ha hecho al respecto, es el de la Introducción, página 39, en que dice: « En la descripción que hago del interior, por lo general me he ajustado a las propias observaciones, porque *lo he recorrido casi por entero...* ». Benigar, que poco antes rechazara la opinión expresada por Zeballos de que Falkner era un simple embustero, y adheriéndose a la de Lehmann-Nitsche que creía más bien que el misionero inglés no había sido bien interpretado, ve sin embargo, en el párrafo transcripto, « una afirmación que parece un embuste o una mentira consciente » por parte de Falkner. Ahora bien; si Benigar hubiese cotejado la edición original inglesa, se habría percatado de que no es precisamente eso lo que dice nuestro autor. « I have in general, followed my own observations; *having travelled over great part of it...* ». Y cualquier mediano conocedor de la lengua de Shakespeare sabrá que *great part* no será nunca *casi por entero*.

Por lo tanto, no se puede, lógicamente, hacer responsable al autor de los errores de su traductor, ni dudar de su buena fe cuando describe, equivocadamente, lo que personalmente no conoció, máxime cuando él mismo se encarga de hacernos saber, casi siempre, el origen de sus conocimientos.

Falkner, no sólo advirtió, de un modo general, la procedencia de los datos por él relatados, sino que también cita especialmente, al menos para el lector advertido, el origen de cada noticia cuando no la ha podido observar él personalmente. Y en este último caso están, en principio, todas las noticias sobre regiones de las cuales no poseemos constancia documental de que fueran visitadas por nuestro autor o vivido en ellas.

Ya hemos dicho que Falkner no hubo de alejarse mucho en dirección al sur, de la región del sistema orográfico del Volcán, no habiendo conocido la Patagonia propiamente dicha. Al tratar, en la página 82, de esta dilatada región, expresa: « El territorio de los Tehuelhets y otras naciones de la Patagonia colinda con la parte occidental de esta tierra incapaz de ser poblada... *según la relación de ciertos españoles cautivos...* toda esta región consta de colinas bajas... ». Aquí indica claramente de donde procedían sus noticias referentes a la región, y lo mismo hace con los datos que trae de algunas zonas aisladas. Del Nahuel-Huapí, por ejemplo, dice que « es uno de los más grandes que forman las aguas de la Cordillera; *según lo que nos cuentan los misioneros chilenos*, mide unas 15 leg. de largo » (pág. 78). Y otro tanto sucede con lo que dice de las Malvinas, página 86: « Lo que de ellas contaré se deriva de las rela-

ciones que obtuve de varios de los oficiales españoles que pasaron a recibir las islas del poder de los franceses...»

Otra frase, en el texto de Falkner, que fácilmente puede inducir a error, es la de la página 82 en que, hablando de los ríos de la Patagonia dice que en cuanto al río Camarones que figura en el mapa de D'Anville, los expedicionarios de 1746 a bordo del San Antonio no dieron con él, «aunque *entramos* en esta anchurosa bahía de San Jorge. El hablar así, en primera persona de plural, podría hacer creer que el autor formara parte de la expedición. Mas, es sabido que Falkner no participó de ella, sino que los expedicionarios fueron Strobel, Cardiel y Quiroga. Se tratará, sin duda, de un error de transcripción, sobre todo si tenemos presente que seguidamente después, en la misma página 82, y refiriéndose siempre a la misma expedición habla en tercera persona de plural y dice: «En la bahía de los Leones *los españoles desembarcaron* sin dar con río alguno...», y algo antes, en la página anterior, escribe: «Del viaje realizado en 1746, resultó que no había río alguno en toda aquella costa... a pesar de que... *desembarcaron los españoles y también los misioneros* que viajaron por toda aquella comarca».

Lo mismo sucede con la región del extremo sureste de Buenos Aires. Al tratar de los ríos Colorado y Negro, claramente deja entrever que no los vió personalmente. «No me es posible admitir que haya tanta distancia entre el Primer (Colorado) y Segundo Desagüadero (Negro), *pues todos los indios aseguran* que los dos ríos le entran al mar no muy lejos uno del otro...», expresa en la página 79. Por lo tanto no llegó nunca a estos ríos.

Tampoco conoció el norte de la actual Argentina más allá de Santiago del Estero. Son innumerables los datos que así lo demuestran. Tratando del fruto del algarrobo, dice en la página 44: «He visto también una cuarta clase de estas vainas, *procedentes del Chaco...* eran, *según me aseguró el misionero que me las trajo*, el fruto de un árbol grande...». En la página 45, hablando del lapacho, árbol común en la región chaqueña: «*Nunca lo ví en su propia naturaleza*, pero sí grandes trozos... que se exportaban a España...». En la 46 trata de nogales silvestres: «He visto algunos que *habían sido traídos de Tucumán...*». Más adelante, en la página 52, habla extensamente de «esa especie de té» que él mismo descubriera, y después de anotar que se encuentra en la región cordobesa dice: «*he sido también informado* que en Tucumán, Salta, etc., que están más cerca del Perú, se produce en aún mayor abundancia». Difícil resulta fijar hasta dónde se internó, desde las misiones, en dirección

oeste; mas puede asegurarse que no llegó hasta la Sierra de la Ventana, ni, tal vez, hasta Sierra Baya.

No hay duda, pues, de que la porción de territorio conocido personalmente por Falkner se reduce a las cuatro zonas aludidas en el precedente capítulo. El autor de la « Descripción de la Patagonia » no conoció a la Patagonia propiamente dicha, ni el Chaco, ni el interior de la Pampa.

El P. Strobel, en carta escrita en Pilar, con fecha 23 de Junio de 1748, se queja de la ausencia de su compañero Falkner. ¿Dónde se hallaba?, pregunta Leonhardt, agregando: « Allí seguramente se menciona una de sus largas excursiones al sur »⁽¹⁴⁾; aunque omitiendo darnos mayores detalles. Furlong es algo más explícito, pues dice que en esta ocasión Falkner estaba empeñado en « otra entrada que duró más de ocho meses »⁽¹⁵⁾. Ignoramos de donde sacaron ambos autores sus datos. Pero de todas maneras esos largos viajes son imposibles. Por el testimonio del P. Cardiel⁽¹⁶⁾ sabemos que a fines de Abril de 1748, Falkner se encontraba en *Pilar*, y en Septiembre, en Buenos Aires⁽¹⁷⁾; luego, a 20 de Noviembre, sabemos de su llegada a Pilar⁽¹⁸⁾. Por lo tanto su ausencia no pudo durar « más de ocho meses » ni tampoco emplear este tiempo en « una nueva entrada », ya que se hallaba en Buenos Aires.

IV

« Las naciones de indios que habitan estas tierras se distinguen entre sí con los nombres generales de *Moluches* y *Puelches* ». Así, con esta distinción fundamental equivalente a *Araucanos* y *no-Araucanos*, comienza Falkner su capítulo IV que va dedicado a la « descripción de los habitantes de la parte más austral de América ».

Ambas denominaciones son araucanas y significan « hombres del

⁽¹⁴⁾ LEONHARDT, l. c., pág. 37.

⁽¹⁵⁾ FURLONG CARDIFF, l. c., pág. 32.

⁽¹⁶⁾ *Diario de viaje, et.*, edición de Outes citada: « A 20 de este mes de Abril de 1748 llegué al comenzado Pueblo del Pilar, donde estaba mi compañero el P. Tomás Falconer con el Padre Mathias Strobel. . . » pág. 255-6.

⁽¹⁷⁾ En septiembre del mencionado año de 1748, el P. MANUEL GARCIA escribía desde Buenos Aires a Concepción: « El P. Tomás Falkner discurro que irá con Xelves si halla caballos y está bueno, por que hoy se ha sentido algo indispuerto. . . »

⁽¹⁸⁾ Carta del P. STROBEL de 20 de Noviembre de 1748 desde Pilar, a Concepción: « Con el P. Tomás llegó acá Juancho Manchado. . . ». LEONHARDT, *La misión de indios Pampas*, XXVI, pág. 50.

occidente » la primera, y « hombres del oriente » la segunda. De la falta de precisión inmanente a todo gentilicio de origen geográfico, deriva el doble sentido que en la « Descripción de la Patagonia » tienen los aludidos vocablos araucanos.

« Los *Puelches*, o gente oriental (así llamados por los de Chile, porque vivían a la parte del este) lindan por el oeste con los *Moluches* hasta dar con el estrecho de Magallanes, que es su límite hacia el sur; por el norte parten términos con los españoles de Mendoza, San Juan, San Luis de la Punta, Córdoba y Buenos Aires, y por el este con el mar océano. Se llaman de diferentes modos, según la colocación de sus tierras, o porque en su origen eran de generaciones diferentes » (pág. 91).

En esta forma define Falkner el término « puelche » en su sentido lato de « nombre general ». Como se ve, significa sencillamente algo así como « los que moran al este de los Araucanos ». Ciertamente, es una inconsciente exageración por parte de nuestro autor alargar hasta el estrecho el habitat de los *Araucanos*; mas a su debido tiempo se cuida Falkner de restringir el concepto, y podemos por lo tanto hacer caso omiso de ello. Tenían los *Araucanos* la costumbre de llamar « puelche » a los grupos étnicos de otro origen radicados al este de la Cordillera y que eran sus naturales vecinos por el oriente. Y desde los primeros tiempos de la Colonia conocemos pueblos de aquende los Andes que, encontrándose en las circunstancias aquellas, eran llamados *Puelches* por los de Chile.

En esta situación está, ante todo, un grupo de *Puelches* que tenía su habitat sobre el Limay, en las cercanías de Nahuel-Huapí. A pesar de la influencia absorbente a que se vió sometido por los *Araucanos* en los posteriores tiempos, este pueblo supo mantener su idiosincrasia hasta cerca de nuestros días, y también el recuerdo del antiguo calificativo araucano que, en el siglo pasado, renovara Alcides D'Orbigny. Como en lo sucesivo estos indios han sido bien conocidos, y también su idioma, les reservamos capítulo aparte.

Otra agrupación étnica que por hallarse en las mencionadas circunstancias fuera también denominada *Puelche*, vivió desde antiguo en la región precordillerana del sur de Mendoza, a la sombra del Payén. Pero al contrario de lo que ocurriera con los *Puelche-Genaken*, que es a quienes aludimos antes, estos *Puelches* mendocinos no pudieron contener la arremetida de ultra-cordillera, y fueron completamente absorbidos por los *Araucanos*. Desgraciadamente, es muy poco lo que de ellos nos queda; en lo esencial sólo algunos datos dispersos en las viejas fuentes, y entre ellos el recuerdo de su

idioma no-araucano. En la época de Falkner, mediados del siglo XVIII, todavía se conservaba su lengua particular, a pesar de hallarse ya en un estado de araucanización tal que nuestro autor los incluye entre sus *Moluches* y los denomina *Picunches* con el nombre que, dice, les daban los *Pehuenches* araucanos que limitaban por el sur con ellos, aunque no olvidándose el buen padre de dejar debida constancia de que eran ellos los que en Chile se conocían por *Puelches*. En el estado actual de nuestros conocimientos no nos es, empero, posible precisar el grado de afinidad que uniera a este pueblo con los *Puelches* primeramente nombrados, ni tampoco con los otros que pasaron luego a ocupar su lugar. De estos *Puelche-Picunches* tratamos también más adelante.

Ahora, araucanizados estos *Puelches-Picunches* del sur de Mendoza y extendiéndose hacia el oriente los *Pehuenches*, el límite araucano quedaba desplazado en dirección este, y otras agrupaciones étnicas rioplatenses se hallaban en situación de «puelches». El pueblo al cual tocóle ahora partir términos con los Araucanos, y por ende ser llamado *Puelche*, fué el que aquende la Cordillera era conocido, por razones de habitat, con el nombre de *Pampas*.

Era la época de Falkner época de transición. Por aquellos tiempos empezaba la Pampa a saturarse del elemento araucano, pujante, que tendía a dominarlo todo. Ya no sólo había avanzado en compacto grupo hasta el Chadileufú, sino que rebasando esta circunstancial frontera pehuenche ⁽¹⁹⁾ se infiltraba y mezclaba con el otro elemento al cual iba pronto a absorber por entero: con los antiguos *Pampas*.

El estado de «puelche» era, pues, una situación preparatoria de la absorción final, de la araucanización completa. Por el momento, estos *Pampas* eran sólo *Puelches*, y a ellos se refiere nuestro autor cuando emplea este vocablo en sentido estricto, el cual a veces tiene simplemente el valor de: indios *Pampas*.

Es éste un término que desde antiguo empleaban los españoles para designar a las hordas nómadas y cazadoras que recorrían la inmensa llanura central argentina. Con su cultura precaria, de tipo austral hubieron de pertenecer a esta bella variedad del hombre americano que el célebre investigador D'Orbigny fuera el primero en llamar «raza pampeana».

Falkner, en parte alguna de su obra nos habla de estos indios como de una unidad. Los indígenas que él denuncia como habitado-

(19) Ver más adelante.

res de la gran llanura que era, reconocidamente, el habitat de los *Pampas*, constituían dos distintas «naciones», a quienes atribuye los nombres de *Taluhets* y *Diuihets*, y trata de ellas por separado. La primera de ellas, que nuestro autor designa también por *Puelches del Norte*, ocupaba esencialmente la parte septentrional y central de la pampa húmeda, es decir, el sur de las provincias de Córdoba y Santa Fé y el noroeste de la de Buenos Aires, extendiéndose hacia el poniente por la región puntana hasta el Desaguadero. «Antiguamente había gente de esta nación en el distrito de Buenos Aires, cerca de los ríos de Luján, de las Conchas y de la Matanza; pero ya han desaparecido» (pág. 92). En cambio, la otra «nación» vagaba más bien a través de la pampa seca o «del monte», es decir, en lo capital dentro del actual Territorio Nacional La Pampa. Ambas «naciones» eran poco numerosas debido a las muchas pérdidas sufridas en sus muchos malones.

A pesar de que Falkner descomponga a nuestros *Pampas* en dos «naciones» distintas, hubieron ellos de constituir una sola unidad. En primer lugar porque no se debe conceder demasiada importancia al calificativo de «nación» cuando va referido a grupos de primitivos en fuentes antiguas; los autores barajaban conceptos tales como nación, tribu, generación, etc. y les daban un mismo impreciso significado. Aún hoy día se suelen utilizar indistintamente; cuanto más en la época de Falkner con su escasa cultura científica. Luego, el mismo autor nos dice que la nación de los *Taluhets* «y la de los *Diuihets* son las que los españoles designan con el nombre de *Pampas*» (pág. 92). Y por último, porque de un detenido estudio del libro de nuestro misionero surge indefectiblemente la convicción de que ambas agrupaciones se hallaban estrechamente unidas racial y culturalmente.

Que racial y culturalmente formaban una sola unidad, lo demuestra el gran número de coincidencias de que ambos grupos hacen gala en las páginas de la «Descripción de la Patagonia». En efecto, son muchos los pasajes en que nuestro autor enlaza a *Taluhets* y *Diuihets* frente a un hecho cultural, y los opone a los demás grupos vecinos que seguían una orientación divergente.

Esto es, por ejemplo, lo que sucede cuando nos habla de su economía. Al referirse a los dos grupos citados, expresa Falkner: «Estas dos naciones por lo general comen carne de yegua, que cazan en pequeñas partidas de treinta o cuarenta indios en las pampas inmensas que separan a Mendoza de Buenos Aires», agregando luego que «si la casualidad quiere que los *Tchuelhets* o los *Chechehets*

estén alcanzando el Casuhati [i. e. Sierra de la Ventana] o el Vunlcan o el Tandil en el momento en que los *Diuihets* y *Taluhets* están por retirarse con su botín, aquellos les empiezan a picar la retaguardia... matan a los que se resisten, despojan a los demás de cuanto tienen y se adueñan del botín» (pág. 92). Por lo demás, ambos grupos eran nómadas de la llanura y desconocían el cultivo del suelo. En el hecho de que las mujeres pampas tejieran «unos hermosos mantos de hilo de lana, teñidos con mucho arte y de diversos colores» frente a los demás grupos, que no conocían el arte de tejer (pág. 112), deberemos ver el influjo de la araucanización progresiva de nuestros *Pampas*.

Y no solamente su vida material era idéntica, sino que idéntica era también su vida espiritual. Por un lado, las mismas prácticas funerarias, denotadoras de las creencias relacionadas con la vida y la muerte. En la página 104 de su libro nos relata Falkner la manera de que se valían *Taluhets* y *Diuihets* para convertir en esqueleto el cadáver; su procedimiento, la inhumación, era distinto del de los demás indios vecinos que practicaban la exposición.

Detalladamente expone el célebre libro la creencia de los naturales en dos seres superiores, uno bueno y otro malo. Con referencia al primero dice: «Los *Taluhets* y *Diuihets* le dan el nombre *Soychu*, que en su lengua significa «el Ser que manda en el país de la bebida fuerte», mientras que los demás indios tienen otro nombre y otro concepto (pág. 101). Luego, más adelante, trata del Espíritu Malo con las frases siguientes: «Para los *Tehuelhets* y *Chechehets* es *Atskannakanatz*, y para los demás *Puelches* [i. e. *Taluhets* y *Diuihets*] *Valichu*». Por consiguiente, los dos grupos a quienes llamaban *Pampas* los españoles, tenían los mismos conceptos espirituales, expresados de la misma manera, con términos idénticos.

De lo que antecede, es lógico deducir que nuestros *Pampas* tenían, también, su idioma propio, y las fuentes contemporáneas de Falkner nos hablan diversamente de ello. El P. Manuel Querini, por ejemplo, que fuera Superior del pueblo de Concepción de los Pampas y que tenía, por ende, que conocer el asunto, nos dice de la «lengua particular» de estos indios⁽²⁰⁾. En Falkner mismo hay sólo pequeños restos de él; mas Lehmann-Nitsche los supo aprovechar, junto con otros en otras fuentes coetáneas, para formar con

(20) Ver, R. LEHMANN-NITSCHKE, *El grupo lingüístico «Het» de La Pampa argentina*, en *Revista del Museo de La Plata*, tomo XXVII, pág. 64.

ellos lo que denominó primeramente « lengua het », y luego idioma « chechehet » ⁽²¹⁾.

V

Dada la importancia que tiene el asunto, vamos a detenernos algo en lo que respecta a la mencionada « lengua het ». Ya hemos dicho que ella fuera instituída por Lehmann-Nitsche reuniendo algunos restos hallados en Falkner y en otros autores jesuitas de la época.

Este procedimiento de Lehmann-Nitsche ha sido diversamente criticado. Uno de sus detractores, J. Benigar, en la monografía reiteradamente citada, leída ante la Junta de Historia y Numismática Americana de Buenos Aires, arguyó ser « prematuro y arriesgado crear lenguas con 10 vocablos, quizá mal escritos, y de cuya pronunciación nada sabemos » ⁽²²⁾. Mas, no es eso precisamente de lo que se trata, y en modo alguno se crea ninguna lengua nueva; se quiere sencillamente fijar los restos de un idioma de cuya existencia pretérita se sospechaba, y del cual hay rastros en la obra de Falkner. Por lo demás, es indiscutible que, metodológicamente, el procedimiento ha sido correcto. Cuando en una determinada región nos hallamos ante una serie de vocablos literariamente atestiguados y con una significación determinada que no corresponden por su fonetismo ni por su significado a los idiomas ya conocidos de la misma región o de otra cualquiera, tienen ellos forzosamente que haber pertenecido a alguna otra lengua desconocida, pues no es verosímil que el significado de estos vocablos, y sólo de éstos, hubiera cambiado. Por consiguiente adjudicaremos a estas palabras el valor de restos de un idioma extinguido, o que existiera antes en esta región. Y esto es, en suma, lo que hizo Lehmann-Nitsche.

Si por una parte debemos considerar como correcto y necesario el reunir los vocablos de esta lengua extinta, pero todavía viva a mediados del siglo XVIII, que se hallaban dispersos en la obra de nuestro misionero y en otras fuentes jesuitas contemporáneas de Falkner, no podríamos decir otro tanto del procedimiento simplista, rebotante de subjetivismo, que emplea Lehmann-Nitsche para conceder carácter de *Araucanos* a los *Pampas antiguos* y atribuir la

(21) Véase LEHMANN-NITSCHÉ, *El idioma chechehet. Pampa bonaerense. Nombres propios*, *Revista del Museo de La Plata*, tomo XXXII, 1930.

(22) Ver extracto de la conferencia en *La Nación* de Buenos Aires, número del 26 de Septiembre de 1926.

« lengua het » a los *Chechehets*. Llega a tal resultado aquel autor, haciendo caso omiso de los detalles que nos da Falkner y ciñéndose exclusivamente a la interpretación, a todas luces capciosa, de los nombres de los caciques de las diversas « naciones » que nos ha conservado la « Descripción de la Patagonia ».

Si en cambio analizamos, objetivamente, la obra de Falkner veremos que hay en ella muchos datos que se oponen a una tal tesis, y que en cambio proclaman que la « lengua het » era la propia de los *Pampas*, entre los cuales no se cuentan los *Chechehets*.

Veamos, primeramente, lo que dice Falkner en la página 93 de su libro: « Los Tehuelhets, conocidos en Europa con el nombre de Patagones han sido llamados con el nombre de *Tehuelchus* por los que no entienden la lengua; pues *chu* significa « tierra » o « residencia », y no « gente », lo cual se expresa con la palabra *het*, y más al sur con la otra *kunnee* o *kunny* ». Aquí, pues, nuestro autor se ubica a sí mismo en un determinado lugar del mapa y exclama: aquí, en esta región, por « gente » se dice *het*, y más al sur, se traduce el mismo concepto por *kunnee* o *kunny*. Ahora bien; el punto ese en que se coloca nuestro autor no puede ser otro que la porción de la Pampa bonaerense donde se encontraban establecidas las misiones jesuítas y donde Falkner pasara varios años en contacto íntimo con los indígenas y conocido los rudimentos de sus idiomas; en esta región, habitada de los *Pampas*, se decía *het* por « gente ». Por otra parte, el término *kunnee* o *kunny* es la transcripción que da Falkner, con ortografía inglesa, del vocablo *künnü* que significa, efectivamente, « gente » en el idioma de los *Genakenn*. Estos indios, que D'Orbigny llamara *Puelches* y que nosotros para evitar confusiones llamaremos *Puelche-Genakenn*, han morado hasta hace poco en la región de los ríos Colorado y Negro, siendo los *Chechehets* parte de ellos como luego veremos.

Tenemos, pues, que según el parrafo transcripto, había una región de habla *het* que se hallaba situada al norte de otra de habla *künnü*. Dado que esta última es bien conocida, y que corresponde a la de los ríos Colorado y Negro, resulta evidente que la región situada al norte de estos ríos, o sea la Pampa, era la de habla *het*. Con lo cual queda demostrado que *Taluhets* y *Dihuihets*, cuyo habitat era la gran llanura, eran de idioma *het*.

Pero otra prueba podemos aun aducir sacada del pasaje que nos ocupa. Resulta de él evidente que la palabra *chu*, con el significado de « tierra, país, residencia » pertenece al mismo idioma que la otra palabra *het*, con el significado de « gente ». Por consiguiente, es muy

probable que las demás palabras citadas por Falkner y que contienen esta partícula, pertenezcan también al mismo idioma.

Ahora bien; nuestro autor menciona dos conceptos, ambos pertenecientes al orden espiritual, que contienen aquella partícula. Se trata del nombre que dan *Taluhets* y *Dihuihets* al Ser bueno, y el otro nombre que dan los dos mismos grupos al Espíritu Malo. Como los demás grupos tienen nombres especiales, que también nos da Falkner, resulta de todo punto evidente que tanto *Soychu* como *Valichu* eran conceptos pampas, y que los *Pampas* eran los de « lengua het ».

Y un tercer argumento vamos a utilizar todavía. El gentilicio «chechehet» está compuesto por la partícula *het*, que con el significado de « gente » pertenece a esta lengua, y por la palabra « cheche ». No nos da Falkner la traducción de este último concepto, ni dice tampoco a qué idioma pertenece; mas es casi seguro que es propio de la lengua de los modernos *Puelche-Genakenn*. En efecto, D'Orbigny trae el vocablo *chex-chez*, con ortografía francesa, que atribuye a aquellos indios, y lo mismo hacen Carlos Ameghino con *shet-she* y Lehmann-Nitsche con *shätr-shä*; parece pues estar asegurada su pertenencia al idioma genakenn ⁽²³⁾.

El nombre gentilicio «chechehet» sería pues de composición heterogénea, correspondiendo a la lengua *het* sólo la última partícula, y el componente principal sería extraño a ella; su traducción en la lengua *het* sería por ende la de « gente cheche » o « gente del país cheche ». Su origen se debería a que nuestros *Pampas* hubieron de aceptar el nombre extraño que sus vecinos por el sur empleaban ya sea para designarse a sí mismos, en lo cual deberíamos ver un resabio del totemismo ⁽²⁴⁾, o bien aquellos oirían frecuentemente el vocablo de boca de éstos y lo motejaban así. Todo esto es muy verosímil.

En cambio, si, como se pretende, fueran los *Chechehets* de idioma *het*, entonces no tendría explicación plausible el hecho de que se conocieran a sí mismos con un nombre extraño y que correspondía a la lengua de unos indios situados más al sur que ellos, y por ende más apartados de las misiones y de los españoles.

⁽²³⁾ En los tres autores el concepto no es solamente el mismo, con la misma fonética, sino que también es la misma su significación; ella sería la de « tuco-tuco ». Ver LEHMANN-NITSCHKE, *El grupo lingüístico Het de la pampa argentina*, pág. 51.

⁽²⁴⁾ De estos hay unos cuantos que afloran, *passim*, en la obra de FALKNER. En la pág. 102, verbigracia, se lee: « Se han imaginado una multitud de estos dioses, uno de los cuales creen que rige los destinos de cada estirpe o familia de indios, que se supone haya creado él. Unos se dicen casta del tigre, los otros del león, algunos del guanaco, como otros del avestruz, et. ».

Resumiendo y considerando todo lo expuesto, creemos que ya no puede caber duda alguna de que la lengua llamada «het» por Lehmann-Nitsche era la propia de los *Pampas* pre-araucanos, y que por consiguiente ella debe sencillamente ser llamada «lengua pampa» ⁽²⁵⁾.

VI

Un segundo grupo de aborígenes, aproximadamente de las mismas cualidades físicas de los *Pampas* y pertenecientes, también, a la misma raza pampeana, era conocido de los españoles del siglo XVIII por el nombre de *Serranos*.

Durante mucho tiempo no se ha podido identificar a estos indios, pues la obra de Falkner tampoco habla de ellos como de una unidad. A pesar de ello, el libro del célebre misionero contiene también la solución del problema: en su página 93 expresa que los españoles llamaban *Serranos* a los grupos que él conoce por *Tehuelhets* y por *Chechehets*. Veamos quienes eran éstos.

Consideremos primeramente a los *Tehuelhets*. Este concepto pertenece al idioma pampa y significa «gente austral» (pág. 91), como corresponde a un pueblo que en realidad moraba al sur de ellos. Mas al igual que lo que hemos visto sucedía con el término «puelche», tampoco el de «*Tehuelhets*» tiene siempre el mismo sentido en la obra de Falkner.

El país situado al sur del propio habitat de nuestros *Pampas* que, como hemos visto, era la Pampa misma, fué conocido por ellos como «Tehuelchu», o sea «país tehuel» o del sur. Ya hemos visto que Falkner no conocía *de visu* a esta región y que sus datos los debe a los informes que le suministraban los indios que frecuentaban las misiones de *Pilar*, *Concepción* y *Desamparados*. Pero también los cautivos españoles rescatados le proporcionaban datos. «Entre los tantos que me sirvieron de informantes — nos dice en la página 39 — estaba el hijo del capitán Mansilla de Buenos Aires, quien vivió prisionero seis años entre los *Tehuelhets* y que había recorrido la mayor parte de la región de aquellos indios y también el gran cacique Cangapol, que vivía en *Huichin* sobre las márgenes del río Negro». A éstos, pues, debe sus informes sobre el «Tehuelchu» nuestro misionero.

⁽²⁵⁾ Terminado ya este trabajo nos enteramos de que SERRANO, en su obra titulada *Los primitivos habitantes del territorio argentino*, Buenos Aires, 1930 había ya expresado opinión en el mismo sentido, aunque incluyendo a los *Chechehets* entre los *Pampas*. Ver obra citada, pág. 130 y 133.

Del hecho de que el término «tehuel» sea geográfico, deriva la doble acepción que le da Falkner al gentilicio «tehuelhet». Por una parte llama así, en sentido general, a todos los habitantes del sur, y por otra, en un más estricto sentido, denomina de tal manera a los indios situados inmediatamente al sur de los *Pampas*, en la región de los ríos Colorado y Negro. Ciertamente es que al tratar de la distribución precisa más y, cual hace en la página 93, divide a estos indios en *Tehuelhets del río*, o Leuvuche en araucano, y en *Tehuelhets de la sierra*, o Calillehets.

Como habitat de los *Tehuelhets del río* (Leuvuches) nos indica Falkner la región del río Negro; de ahí les viene el nombre con el cual serían conocidos en las misiones, donde los misioneros se servían preferentemente del idioma araucano como lengua general, no sólo en razón de la importancia que habían adquirido, por la época, los indios de este origen en la pampa, sino también por la facilidad de tener reducido a «Arte y Vocabulario» el mencionado idioma⁽²⁴⁾. En dirección norte alcanzarían al Colorado, pues en la página 94 dice que limitaban con los *Pampas-Dihihets*; ya antes, en la 48, nos había hablado de la región leñosa al norte del Colorado que formaba el límite entre ambos pueblos de idioma distinto. Por el este, sus límites se confundirían con los de los *Chechehets*, sus compañeros de fórmula serrana. Hacia el oeste no conocemos sus límites exactos; sólo sabemos que partían términos con *Araucanos* (Pechuenches y Huilliches), y que éstos llegaban hasta más acá del lago Nahuelhuapí (pág. 91). Como, por otra parte, el cacique de los «del río» Cangapol o el Bravo, residía en *Huichin* (pág. 39), y este lugar habremos de situarlo entre los ríos Colloneurá y Picunleufú⁽²⁵⁾, es muy probable que el curso inferior del primero de

(24) El P. LUIS VALDIVIA publicó su célebre *Arte y Vocabulario de la lengua de Chile*, en Lima y 1606. Sabemos que en las misiones de *Pampas y Serranos* existían ejemplares de esta obra para uso de los misioneros.

(25) Todos los autores ubican a este lugar, residencia de *Cangapol*, demasiado al este, fundándose en que, según FALKNER, se hallaba «sobre el río Negro». Mas hay que tener en cuenta que para nuestro misionero, el río Negro no terminaba en la confluencia de los actuales Neuquén y Limay, sino que este último, en la carta que acompaña su libro, queda reducido al pequeño tramo entre el Nahuel Huapí y la desembocadura del río que FALKNER llama Olgen y que no es otro que el actual Colloneurá, cual lo demuestra el hecho de salir del lago Huechun Lauquen, (pág. 77); por lo demás, la mayor parte del actual Limay lleva el nombre de río Negro.

Luego, el mismo FALKNER nos dice que Huichin estaba a 6 jornadas de la ciudad de Valdivia (pág. 94) y a una y media de un río que «se llama Pichi Picuntu Leuvú» que corre de noroeste a sureste (pág. 77); el cual no puede ser sino el

estos ríos constituyera el límite entre *Huilliches* y *Tehuelhets del río*. Finalmente, por el sur limitaban « con los otros *Tehuelhets* », es decir, con los « de la sierra » (pág. 94).

Cuando nuestro autor introduce la mencionada división, que es fundamental, entre sus « *Tehuelhets* », califica al grupo étnico que nos ocupa de *Leuvuches*, o sea « gente del río » en idioma araucano (pág. 93). Ciertos autores han querido atribuir a esta calificación una trascendencia que está muy lejos de merecer. En primer lugar, los únicos gentilicios que tienen importancia decisiva para una clasificación sistemática son los que sirven a los pueblos para designarse a sí mismo, y no los que puedan darles sus vecinos u otros pueblos. A pesar de ello, Lehmann-Nitsche ⁽²⁶⁾, inducido seguramente por el nombre de *Leuvuches* dado por Falkner, como incidentalmente, en la página mencionada a los *Tehuelhets del río*, se creyó en el deber de tener que atribuir calidad de araucano a nuestros indios. Outes llama la atención sobre el hecho de la alta estatura de su cacique Cangapol, certificada por nuestro misionero en la página 39, la cual excluiría en absoluto la posibilidad de que Cangapol y sus indígenas fueran *Araucanos* ⁽²⁷⁾. A esto cabría objetar que, en principio, es muy bien posible que el cacique de un grupo de primitivos sea de origen distinto al de su pueblo. Luego, habría que tener en cuenta que por la época de Falkner, mediados del siglo XVIII, la Pampa y sus zonas limítrofes se hallaban en franco proceso de araucanización ⁽²⁸⁾. Mas dejando todo eso de lado diremos que la crítica de Outes al procedimiento simplista de Lehmann-Nitsche, es muy acertada, y que todos los datos contenidos en el libro de Falkner están contestes en considerar a los « del río » como no-araucanos.

En efecto, Falkner, en su página 89, enumera las tribus araucanas entre las cuales no figuran, por cierto, nuestros *Tehuelhets del río*. Puede darse por seguro que, de haber sido *Araucanos*, no de-

curso de agua que aun hoy día lleva el mismo nombre: el Picunleufú. Todos estos son datos que no convienen a la ubicación de Huichin en la confluencia de los ríos Neuquén y Negro, que es la que generalmente le atribuyen los autores, y sí a una situación sobre el Limay, entre el Colloneurá y el Picuufefú, lo que también corresponde a la ubicación que le da FALKNER en su carta.

⁽²⁶⁾ R. LEHMANN-NITSCHKE, « *El grupo lingüístico « Het » de la pampa argentina* », pág. 56.

⁽²⁷⁾ F. F. OUTES, « *Diario del viaje y misión al río del Sauce realizado en 1748 por el R. P. José Cardiel S. J.* », Buenos Aires 1933, pág. 56.

⁽²⁸⁾ Ver nuestro anterior trabajo « *La Araucanización de la Pampa* », en *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, tomo CXX, pág. 221 y sig.

jaba de decírnoslo el célebre misionero. Pero, por si ello fuera poco, ahí va la cita de la página 98: «*Todos los Tehuelhets hablan un idioma distinto del de los otros Puelches y de los Moluches...*». Y esto creemos que es bastante explícito.

Es lógico suponer que Falkner conociera algo mejor a nuestros *Tehuelhets del Río*, que no a los de la Sierra. Primeramente, dada la proximidad a las misiones en que trabajara Falkner, lo cual condicionaba más fuertes relaciones. Luego, por ser uno de sus principales informantes Cangapol, cacique de estos indios. Es por estas razones que habremos de atribuir, como regla general, a los «del Río», todos los datos que sobre *Tehuelhets* nos da y que no van referidos especialmente a los *Calille* o a alguna de sus subdivisiones; verbigracia, en cuanto atañe a la lengua que el autor denomina «tehuel».

Es seguramente debido a la falta de conocimiento directo del país tehuel y a que sus informantes principales pertenecieran a los «del Río», que nuestro autor incurre a veces en la exageración de generalizar los datos así obtenidos, y extenderlos a toda la Patagonia actual. Eso mismo sucede con el idioma tehuel; pues las muestras que de él nos da en su libro, pertenecen casi todas a la parte septentrional de la Patagonia, o sea a la región del río Negro, habitat, como sabemos, de los indígenas de quienes venimos tratando.

En efecto, en la página 91 escribe Falkner que para expresar el concepto «tehuelhet» en la lengua propia de los indios de este nombre, habría que decir: *Tehuelkunny*, lo que equivale a «gente austral». Luego, en la página 93, dice que el concepto «gente», que en pampa es *het*, más al sur se expresa con la palabra *kunnee* o *kunny*. Y, finalmente, en la 99, nos da reunidos unos cuantos vocablos de la lengua que él llama «tehuel», y que son *calille*: cerro; *pichua*: guanaco; *yagip*: agua y *cunnee*: gente.

Ahora bien; todas estas voces pertenecen a un idioma bastante bien conocido, y que es el de los indios que D'Orbigny llamara *Puelches* y que ellos a sí mismos se llaman *Gennakenn*. El habitat de estos aborígenes coincide exactamente con el de los *Tehuelhets del Río* o *Leuvuches*, y de los *Chechehets* que menciona Falkner. También coincide la alta estatura que enlaza a los antiguos *Tehuelhets del Río* y *Chechehets* con los modernos *Puelche-Genaken*. De ahí que no titubeemos en identificar a entrambos grupos y en considerar a los segundos como descendientes de los primeros ⁽²⁹⁾.

⁽²⁹⁾ Esta identificación de *Tehuelhets del Río* o *Leuvuches* con los modernos *Genakenn*, ha sido ya expresada por OUTES en una de sus eruditas notas que esclara-

VII

Tehuelhets del Río (Leuvuche) y *Chechehets*, es decir, los *Serranos*, eran pues los indios conocidos actualmente por *Puelche-Genaken*. Ya hemos pasado revista a los componentes primeros del primer grupo; veamos ahora quienes eran los otros, los tantas veces mencionados *Chechehets*.

Falkner los ubica en la región costanera atlántica que se extiende desde el sur de Bahía Blanca al río Negro, prolongándose hacia el oeste hasta mezclarse con los «del Río». Eran nómadas, y solían extender sus correrías en busca de botín hasta las sierras del Tandil y de la Ventana. Somáticamente «altos y bien desarrollados», pertenecían, como los *Pampas*, a la raza pampeana.

A pesar de esta comunidad de caracteres antropológicos, separaban a ambos grupos otros caracteres diferenciales. Y es sumamente curioso observar que la mayoría de autores que en el estudio del libro de Falkner nos han precedido, no se han percatado de las diferencias existentes entre ellos ⁽³⁰⁾. Costumbre ha sido, y sigue todavía siéndolo, el agrupar a estos indios junto con *Taluhets* y *Dihuihets*, y formar con ellos un grupo que, por lo general, ha sido llamado *Puelche*. Mas las diferencias puestas de manifiesto por Falkner son tales que hacen imposible agruparlos a todos en un solo complejo étnico.

Ya hemos visto antes que los *Chechehets* eran enemigos de los dos grupos que, según Falkner, fueran conocidos por *Pampas*, y nuestro autor habla repetidamente del estado de guerra existente entre ellos. Los *Chechehets*, «aunque estando de paz sean mansos y sumisos, de guerra son valientes y atrevidos, como muy bien les consta a los escarmentados *Taluhets* y *Dihuihets*» (pág. 93), pues sucede que cuando «la casualidad quiere que los *Tehuelhets* o los *Chechehets* estén alcanzando el Casuhati (Sierra de la Ventana), el Vuulcán o el Tandil, en el momento en que *Dihuihets* y *Taluhets* estén por retirarse con su botín, aquellos les empiezan a picar la retaguardia... matan a los que se resisten, despojan a los demás de cuanto tienen y se adueñan del botín» (pág. 92).

recen el texto del *Viaje y misión al río de Sauce*, realizado en 1748 por el R. P. José Cardiel, S.J., Buenos Aires, 1933. La nota aludida, que se halla en la página 246, anuncia una publicación sobre el tema, que hace tiempo esperamos.

⁽³⁰⁾ Tal vez el único que se haya dado cabal cuenta de ello haya sido, de nuevo, OUTES quien, en nota de la pág. 248 de su *Diario y misión, etc.*, ha vislumbrado la afinidad existente entre los dos grupos de *Leuvuches* y *Chechehets*.

Luego se diferenciaban por el idioma, que tenían uno propio (pág. 93), y que no era el pampa, como hemos visto, sino el genaken.

Pampas y Chechehets, lo repetimos, no tenían otra afinidad común que la de carácter general condicionada por la pertenencia de ambos grupos a una misma raza y a un mismo ciclo cultural. A pesar de ello, nuestros *Chechets* no constituían, en modo alguno, un grupo aislado, sino que los datos que de ellos nos da Falkner los ponen en estrecha relación con sus vecinos por el suroeste: los *Tehuelhets del Río*. Y aunque nuestro autor trate separadamente a los dos grupos, ellos constituían una sola unidad étnica: los *Serranos*.

La obra de Falkner separa, pues, a los *Chechehets* de los *Pampas* y los acerca a los «del Río». Es ello tan así, que de no habernos dejado nuestro autor expresa constancia de que ambos grupos eran los llamados *Serranos* por los españoles, agrupándolos así en una cierta unidad, las afinidades existentes entre ellos harían que todo lector atento del libro del Falkner, tuviera necesidad de reunirlos en un solo complejo étnico.

En primer lugar está el idioma. En la página 93, Falkner expresa con referencia a los «del Río» o Leuvuche: «Este pueblo parece estar compuesto de *Tehuelhets* y *Chechehets*, aunque hablan la lengua de los últimos, con una pequeña mezcla del tehuel». No era, por cierto, nuestro misionero quien confesadamente no aprendiera otro idioma que el araucano, quien pudiera apreciar con exactitud las diferencias que pudieran existir entre hablas distintas no dominadas por él; pero a pesar de ello, sus años pasados en Pilar, misión compuesta, en lo capital, por estos indios, hubieron de darle algún conocimiento lingüístico que, si bien no le permitía distinguir pequeños matices dialectales, lo pondría en situación de decidir si las lenguas habladas por *Chechehets* y por los *Tehuelhets del Río* eran una sola, o dos idiomas distintos. El párrafo transcrito posee, pues, pleno valor de demostración, y como Falkner dice expresamente que los «del Río» hablaban la lengua de los *Chechets*, no hay razón válida alguna que nos induzca a dudar de ello. En cuanto a la «pequeña mezcla del tehuel», de la cual nos habla el mismo párrafo citado, se referirá sin duda a pequeñas diferencias de vocabulario que existirían entre los dos grupos y que tendrían como base una evolución un tanto divergente debida al distinto medio geográfico.

En la misma página 93 de la edición española de Lafone Quevedo hay, empero, una frase que podría inducir a error al lector desprevenido: es allí donde se expresa que «los *Chechehets* son, por lo

general, altos y bien desarrollados como sus vecinos los *Tehuelhets* pero hablan idioma distinto». Ahora bien; ya hemos visto antes que el término «tehuellhet» tiene, en Falkner, un doble sentido, pues mientras por una parte designa a un grupo de *Genakenn*, por otra va referido a los actuales *Tehuelches*; y es en este último sentido que lo empleará nuestro misionero, en el párrafo aludido, pues estos Patagones tenían, efectivamente, un idioma distinto.

Chechehets y *Tehuelhets* formaban, pues, una sola unidad somática y lingüística, y por ende étnica. Sus costumbres eran, en general, idénticas. Falkner, en el capítulo V de su obra, se complace en dárnoslo así a entender a cada paso, al enfrentar *Taluhets* y *Dihuihets*, es decir, *Pampas*, a *Chechehets* y *Tehuelhets*, es decir *Serranos*.

Las prácticas funerarias, por ejemplo, eran las mismas. En la página 105 de su obra, Falkner nos habla de ellas y expresa que «*Chechehets* y *Tehuelhets* colocan los huesos en sitio elevado sobre cañizos o ramas entretejidas a fin de que se sequen y blanqueen con la acción del sol y de la lluvia», frente a los demás indios que practican la inhumación para tales fines.

Idénticos eran los conceptos religiosos a juzgar por los datos que nos ofrece Falkner. En la página 103 nos da un mismo nombre para ambos grupos, del Espíritu malo; igual cosa sucede con el nombre del Ser bueno llamado «*Guayava-cunnee* o Señor de los muertos»; y a pesar de ir referido a los «*Tehuelhets*» en general, el concepto pertenece al idioma de estos indios, al *genaken*, y les correspondería, lógicamente, también a ellos, si no es que a ellos se refiera exclusivamente.

Chechehets y *Tehuelhets del Río*, o sea, los *Serranos*, formarían también una sola unidad política, bajo el supremo mando del cacique Cangapol, denominado el Bravo (pág. 94). En una de las muchas fechorías del célebre cacique, esta vez dirigida en contra de un grupo de *Pampas* que se había refugiado cerca de los establecimientos españoles, se contagiaron nuestros indios de la viruela, la cual los diezmó, según nos cuenta Falkner. De ahí derivaría el hecho de que, en la época de nuestro misionero, se hallaban ya muy mezclados con *Araucanos*, aunque sin llegar al grado de *araucanización* de los *Pampas*. Hacía ya tiempo que estaban en situación de «*puelches*», mas ellos se resistían a la absorción.

VIII

En las misiones del sur bonaerense conoció Falkner a los auténticos Patagones. No era ese su verdadero habitat, mas solían llegar hasta los establecimientos jesuitas, alguna que otra vez, con miras al trueque, y hasta algunos de ellos se fijaron temporalmente allí. Nuestro autor los conoce con un término de la lengua pampa que equivale a « hombre del país Tehuel » u « hombre del sur ». Pero bajo este gentilicio, *Tehuelhets*, involucra Falkner a dos agrupaciones étnicas distintas que conviene separar. De una de ellas hemos hablado ya, y la hemos identificado como parte integrante de los antecesores de los modernos *Puelche-Genaken*. Ahora nos toca tratar de la segunda agrupación que el autor denomina, cuando los diferencia, « *Calillehet* o gente de la Sierra » (pág. 93).

Si analizamos el concepto *calillehet*, veremos que la partícula última pertenece a la lengua pampa y tiene el significado de « gente » mientras que la significación de la primera, o sea el vocablo *calille*, nos es dada por Falkner como « cerro » en lengua tehuel, es decir, *genaken*.

Mas, serios reparos se oponen a esta interpretación, pues en los diccionarios que de la lengua *genaken* tenemos no hallamos el vocablo *calille*, mientras que la traducción de « cerro » nos es en ellos dado con términos muy distintos. Sin embargo, ya Lehmann-Nitsche llamó la atención sobre el hecho que tanto Hale ⁽³¹⁾ como Hunziker ⁽³²⁾ traen, en sus respectivos vocabularios del *genaken*, términos muy parecidos, *kelille* y *kelel*, aunque para otro concepto que « cerro », cual es el de « mar ». Parece, pues, como si Falkner, en esto, no nos hubiera dado el verdadero sentido del nombre que atribuye a los indios de la actual Patagonia, y éste equivalga más bien a « gente de la parte del mar ».

Nada nos dice Falkner del idioma de estos indios, tan celebrados en Europa por su alta estatura, pues lo que él conoce por tehuel es, como hemos ya notado, *genaken* puro. Un vocablo hay, empero, en la página 103, que corresponde al nombre que los « *Tehuelhets* y *Chechehets* » dan al Espíritu malo, que no es *genaken*. *Atskannakanatz*, que es el término aludido, parece ser idéntico con el vocablo

⁽³¹⁾ *United States Exploring Expedition*. Volume VI: *Ethnography and Philology*. Philadelphia, 1846.

⁽³²⁾ OUTES, *Vocabulario y Fraseario Genakenn (Puelche)* reunidos por Juan Federico Hunziker en 1864. *Revista Museo de La Plata*, tomo XXXI, pág. 276.

tehuelche que trae D'Orbigny en el vocabulario de esta lengua que publicara R. de la Grasserie ⁽³³⁾ y que el célebre viajero francés transcribe con *achequenat canet*, y le atribuye el significado de «*génie du mal*». De ser ello así, se habría identificado a estos indios con los modernamente llamados *Tehuelches*, en términos generales. Por lo demás, esta identificación era la única que convenía, tanto por su habitat, desde el sur del río Negro al Estrecho de Magallanes, como por las diversas equiparaciones que hace en su obra Falkner de Tehuelhets = Patagones.

Nuestro autor divide a estos *Calillehet* en varias «naciones», aunque todas del mismo idioma; con esto está Falkner, nuevamente de acuerdo con la moderna clasificación. Lo notable empero de ello es que los gentilicios que le sirven a Falkner para designar a estas subdivisiones de Patagones, son todos derivados de la lengua genaken. Veamos cuales eran.

Tenemos en primer lugar a un grupo innominado, que se extiende desde el sur del río Negro, límite septentrional de los *Calille*, hasta el 44° de latitud sur (pág. 97), y el cual corresponde muy bien a nuestros modernos *Tehuelches del norte* o *Pä'änkün'k*. Por el norte limitaban con los «del Río», y por el oeste con la población, que Falkner no conocía, ubicada frente a la costa de Chiloé.

Era ésta una nación nómada por excelencia, que vivía de la caza de guanacos y avestruces (pág. 98). Eran altos de cuerpo y «de mucha fuerza», siendo «de lejos los más numerosos de todas las naciones de esta tierra» (ibíd.).

El segundo grupo, con su habitat al sur de los anteriores, es llamado por Falkner *Chulilau-cunnees*, o sea «gente de Chulilau». Lehmann-Nitsche, que tenía la manía de araucanizar el mayor número posible de elementos lingüísticos, hace derivar el nombre de la lengua de Chile, y lo traduce por «gente del lago de los Cierros» ⁽³⁴⁾. Pero no es posible pasar por alto la manifiesta relación existente entre el primer término del gentilicio y el moderno topónimo *Cholila*, que se halla situado al pie oriental de la Cordillera, por los 43° de latitud sur. El mismo Falkner cita este nombre en su página 82, al referir que «los indios hablan de un río en tierras de *Chulilau*». Por consiguiente los *Chulilau-cunnees* serían los Patagones que moraban en la precordillera. En cuanto al río mencio-

⁽³³⁾ R. DE LA GRASSERIE, *De la langue Tehuelche. Internationaler Amerikanisten Kongress*, 14, Iagung. Stuttgart, 1906.

⁽³⁴⁾ Ver LEHMANN-NITSCHKE, *El grupo lingüístico «het» de la pampa argentina*, pág. 58.

modo de cuya existencia dudaba Falkner, era seguramente nuestro actual Chubut, en su curso superior, el cual atraviesa la región aludida. Como los informantes de nuestro misionero eran, en parte, del Limay, es natural que conocieran esta parte del país.

El tercero de los grupos patagones, era el de los *Shuau-cunnees*. «*Shuau* — explica Falkner, pág. 98 — es el nombre que se da en el dialecto tehuel a una especie de conejo negro...» que Lehmann-Nitsche⁽³⁵⁾ cree debe tratarse del *Otenomys*. Dada su ubicación en el mapa de Falkner, que los sitúa en la región de Santa Cruz, ellos serán los modernos *Tehuelches del sur*, o sea los *Aonükün'k*.

Para que se vea que Falkner, análogamente a lo que establece la investigación actual, reúne en un solo grupo a todos los Patagones, mencionaremos que en la página 98, al referirse a *Chulilau-cunnees* y *Shuau-cunnees*, establece que «las últimas dos naciones parece que son de la misma generación que los demás *Tehuelhets*...», es decir, que los del primer grupo, a quienes nosotros hemos identificado con los *Pä'änkün'k*.

IX

Los *Yacana-cunnees*, o «gente de a pie», constituyen para Falkner el último y cuarto grupo de *Tehuelhets-Calille*. En esto, como en tantísimas otras cosas, está nuestro autor en perfecto acuerdo con la moderna investigación etnológica, la cual reúne en una sola familia lingüística, la llamada Tshon, a todos los grupos de patagones. Los gentilicios que atribuye Falkner a todos estos grupos proceden del idioma genaken, como que indios de esta lengua fueron sus principales informantes. El nombre de *Yacana-cunnees* no es excepción de ello, y la traducción que da nuestro autor de aquel término pertenece a la lengua de los antiguos *Serranos*.

La descripción que de estos indios nos ofrece Falkner es, en lo esencial, la siguiente: «La última nación de los Tehuel son los *Yacana-cunnees*, que quiere decir gente de a pie, porque siempre andan así, desde que faltan los caballos en su tierra. Por la parte del norte parten términos con los *Shuau-cunnees*, al oeste con los *Key-yus* o *Key-yehues*, Cordillera por medio; al este los delimita el mar océano, y al sur está el archipiélago de Tierra del Fuego o sea el mar del sur. Estos indios viven a la orilla del mar a uno y otro lado del estrecho, y no pocas veces se hacen la guerra entre sí. Se sirven

(35) Ver LEHMANN-NITSCHKE, l.c., pág. 58.

de unas boyas ligeras, como las de Chiloé, para vadear el estrecho. Suelen atacarlos los *Huilliches* y los otros *Tehuelhets*, que se los llevan para esclavos, como que lo único que tienen que perder es la libertad o la vida. Su alimento principal es pescado, que cogen ya zambulliendo, ya ensartándolos con sus dardos. Son muy ligeros de pies y así voltean guanacos y avestruces con sus boleadoras. Su talle es más o menos el de los otros *Tehuelhets*; rara vez exceden de los siete pies, los hay a menudo de menos de seis. Es una gente inocente e inofensiva » (pág. 99). A esto habría que agregar que ellos mantenían ciertas relaciones con los franceses y españoles de las Malvinas que iban a su tierra en busca de leña, y que, según una relación de la segunda mitad del siglo, sus armas eran arcos y flechas (pág. 86).

Indiscutiblemente, esta descripción es un tanto contradictoria y fiel reflejo de la relación espacial que mediaba entre el autor y el objeto de aquella. Sabemos que Falkner no llegó nunca a conocer la auténtica Patagonia y todos sus datos sobre ella son por ende de origen mediato. Verdad es que en cuanto se refiere a este pueblo del extremo sur del continente, tuvo, cual él mismo declara, como informante principal a un cacique de la « nación » mencionada, llamado *Tamu*, y esta fuente de información no hubo de ser mala; mas es casi seguro que nuestro autor agregó a la relación del cacique otros datos, obtenidos por otro conducto, y llegó así a una concepción de los habitantes del extremo sur que, a pesar de predominar en ella los característicos rasgos de nuestros actuales *Onas* de Tierra del Fuego, no está completamente libre de caracteres propios de los demás fueguinos.

Es por esta razón que Cooper ⁽³⁶⁾ cree problemática la identificación de estos *Yacana-cunnees* con los actuales *Onas*, y se inclina en creerlos, más bien, *Tehuelches* meridionales. A nuestro modo de ver, esta posición no excluye de modo absoluto la otra tesis que ve en ellos a los actuales *Onas*; pues no solamente *Onas* y *Tehuelches* están íntimamente emparentados étnica y lingüísticamente, sino que los primeros son hoy día considerados como Patagones que han permanecido en su prístino estado de cultura, por no haber llegado hasta ellos los influjos derivados de los pueblos andinos y araucanos que transformaron la antigua idiosinerasia patagónica. Pero, no por el hecho de ser los *Onas* los patagones más antiguos, en el aspecto cultural, representan ellos el tronco común, fundamental,

(36) Véase J. COOPER, *Analytical and critical bibliography of the tribes of Tierra del Fuego*, « Bureau of the American Ethnology », Bull. 63, Washington, 1917.

del cual se desprendieran los *Tehuelches* continentales, sino que, al contrario, todos los datos indican el camino inverso, es decir, que fueron los *Onas* quienes se desprendieron del tronco común patagón y emigrando a la Tierra del Fuego, en su aislamiento insular, mantuvieron casi intacta su vieja cultura.

Los actuales *Onas*, o como se denominan a sí mismos, los *Selknam*, emigraron, pues, desde la Patagonia continental en su actual habitat. Sus mitos recuerdan todavía su inmigración a la Isla Grande, viniendo del norte. La estructuración cultural del país abona en el mismo sentido, pues la capa étnica y cultural más antigua de la isla es la representada por los *Haus* que ocupan la península Mitre, es decir, el extremo opuesto a la supuesta puerta de penetración ona. No puede, por lo tanto, caber duda de que los antecesores de estos *Ona-Selknam* inmigraron desde el norte.

Y es aquí que engrana maravillosamente, en nuestra exposición, el texto de Falkner. Este autor nos dice que sus *Yacana* residían a una y otra parte del Estrecho y mantenían comunicación entre ambas riberas mediante una especie «de boyas ligeras como las de Chiloé». Así tenemos, pues, relatado, el proceso de la migración ona. En la época de Falkner, ambos grupos, situados a una y otra parte del Estrecho, estaban aún en comunicación, vale decir, la migración a Isla Grande todavía no había terminado.

Sin embargo, este precioso dato, el más valioso sin duda de los que nos ofrece Falkner sobre estos indios, ha suscitado serias dudas entre los investigadores por no conocerse hasta ahora ninguna clase de embarcación a los *Tehuelches*, ni tampoco a los *Ona-Selknam*. Autor hay, como por ejemplo G. Montandon⁽³⁷⁾, que declara categóricamente que el desconocimiento de medios de navegación es primario en los *Onas*.

De ser ello cierto, no cabría otro dilema que admitir, como hacen muchos autores, que la expansión patagónica hacia el sur tuvo lugar en una época en que se pasaba de una a otra parte por una lengua de tierra y el Estrecho no estaba todavía abierto; o que, al contrario, como parece que el Estrecho es geológicamente anterior a la existencia del grupo patagón, nuestros *Onas* pasaran el brazo de mar con las embarcaciones de sus vecinos canoeros, los *Alacaluf*.

Tanto una como otra hipótesis nos parecen harto inverosímiles. Por otra parte no alcanzamos a comprender bien el porqué se deba dudar de la posibilidad de que los antiguos *Tehuelches* pudieran

(37) G. MONTANDON, *L'ologenese culturelle. Traité d'ethnologie culturelle*, París, 1934, pág. 586.

valerse de los medios circunstanciales de navegación de que nos habla Falkner. Pues, en primer lugar, aun no se ha demostrado que nuestro misionero sea, en general, autor dotado de excedente imaginación. Si su descripción de los *Yacana* es un tanto ambigua, no por ello deja de ser rigurosamente exacto dato alguno, y a lo sumo hay leves errores en su atribución. Por consiguiente, si Falkner es autor veraz en lo que se ha podido comprobar, no hay razón alguna para suponer que deje de serlo en aquellas cosas cuya verificación es ya imposible, y que haya inventado aquello de que sus *Yacana* «se valen de una como boya con que a veces cruzan el Estrecho y así se comunican con los otros de su misma nación» (pág. 86).

Pero tenemos, además, que la navegación en balsas de forma y material distintos, es precisamente la que acompaña las más antiguas capas culturales. Por lo que a nuestra América respecta, ella está atestiguada en diversos puntos de la costa del Pacífico y en algunos lagos interiores, entre ellos el Titicaca y las lagunas de Guanacache. No sería, pues, nada extraño que este medio de navegación perteneciera a un substractum cultural anterior a los Patagones y que se hubiese conservado entre ellos, esporádicamente, como instrumento accidental para atravesar determinados cursos de agua.

X

«Las naciones de indios que habitan estas tierras se distinguen entre sí con los nombres generales de *Moluches* y *Puelches*».

«Los *Moluches* son aquellos que los españoles llaman *Aucaes* y *Araucanos*» (pág. 89).

Moluches es, pues, el nombre general que da Falkner a las varias «naciones» que nosotros conocemos por *Araucanos*, y los enfrenta, como segunda gran división de indios, a los *Puelches* que acabamos de conocer. Con esto queda ya establecida la importancia que nuestro autor concede a este célebre pueblo que tanto diera que hacer a las armas españolas en su patria chilena. Y, en verdad, que se la merece. Su mayor cultura, sus caracteres somáticos distintos, junto con otras varias circunstancias, han hecho de este pueblo uno de los que mayor realce han alcanzado en nuestras latitudes. Al mismo tiempo, esta categórica diferenciación fundamental, tan de acuerdo con la realidad de los hechos, es otro ejemplo de lo certero de la mayoría de juicios de Falkner.

El habitat que nuestro misionero otorga a estos *Moluches*, sería la región al este y oeste de la Cordillera, desde los confines del

Perú hasta el Estrecho de Magallanes. Hay aquí en esto último, una exageración indebida que emana del doble concepto en que emplea Falkner el nombre citado, pues si por una parte significa, como hemos visto, tanto como «araucano», tiene por otra una significación de «gente del oeste». Y es este último significado el que, etimológicamente, atribuye Lenz al vocablo *moluche*, en contra de la interpretación que le da Falkner, que es la de «guerrero». Prueba de la segunda acepción, en Falkner, la tenemos en la página 91 de su obra, donde al dividir a los «*Huilliches o Moluches* australes» en cuatro distintas «tribus o naciones» ubicadas del lado del Pacífico, anota enseguida que sólo la de más al norte de ellas es de lengua araucana y las otras son de idioma distinto.

Por consiguiente no llegaban hasta el Estrecho de Magallanes los *Moluches* de «lengua de Chile», pues ellos terminaban, con los aludidos *Huilliches*, en el mar de Chiloé.

La descripción que de estos *Moluches* o *Araucanos* nos da Falkner es la siguiente:

«Los *Picunches* son los de la parte más al norte de todas estas naciones y se llaman así porque *picun* en su lengua significa norte y *che* hombres o gente. Ocupan las montañas desde Coquimbo hasta más abajo de Santiago de Chile. Estos son los más valientes y los más corpulentos de todos los *Moluches* muy particularmente los del oeste de la Cordillera, entre los cuales figuran los de Penco, Tucapel y Arauco; y fué con motivo de éstos que los españoles dieron el nombre de Araucanos (equivocadamente) a todos los demás indios de Chile. Los que caen a la parte oriental de la Cordillera alcanzan hasta más abajo de Mendoza, y se llaman *Puelches* por los de aquella banda: *puel*, equivale a este; pero los otros que les quedan al sur les dicen *Picunches*. Conocí a algunos de sus caciques que se llamaban *Tseucan-antu*, *Pilque-pangi*, *Caru-pangi* y *Caru-lonco*».

«Los *Pehuenches* tienen al norte a los *Picunches* y se extienden desde el paralelo de Valdivia hasta los 35° de latitud sur. El nombre se deriva de la palabra *pehuen*, que significa pino, como que su tierra es la de los pinares. Como caen al sur de los *Picunches*, éstos suelen tratarlos de *Huilliches*, o gente del sur, pero lo más general es que los llamen *Pehuenches*. Fueron caciques de ellos *Colopichun*, *Amolepi*, *Nanquel*, *Nicolafquen*, *Guenulep*, *Cusu-huanque*, *Col-nancon*, *Ayalep* y *Antucule*. El último era un cacique joven a quien conocí muy bien».

«Estas dos naciones fueron en un tiempo muy numerosas, que durante largos años tuvieron guerras sangrientas con los españoles,

y muy cerca anduvieron de expulsarlos de Chile, como que destruyeron las ciudades de la Imperial, Osorno y Villarica, y dieron muerte a dos de sus presidentes, Valdivia y Don Martín de Loyola; mas ahora han decaído tanto que apenas alcanzan a reunir 4000 hombres entre todos ellos » (págs. 89 y 90).

« Los *Huilliches* o Moluches australes se extienden desde Valdivia hasta el Estrecho de Magallanes. La primera de éstas llega hasta el mar de Chiloé y más allá del lago Nahuelhuapí: hablan la lengua de Chile... ». En cuanto a las otras tres, parecían a nuestro autor ser « gente de otra generación » (pág. 91), en lo que no estaba equivocado.

Hemos creído conveniente transcribir in extenso los precedentes párrafos porque ellos contienen en sí varias contradicciones que es menester aclarar.

En efecto, los *Picunches* de Falkner no pudieron haberse extendido, del lado de Chile, « desde Coquimbo hasta más abajo de Santiago de Chile » como reza el texto, si es que pertenecían a ellos los indios de Penco, Tucapel y Arauco. Estos tres lugares, célebres todos ellos como teatro de luchas sangrientas entre araucanos y conquistadores de la primer centuria, están situados sobre la línea del Bio-Bio ⁽³⁸⁾ y por lo tanto muy lejos, en dirección sur, del límite meridional del territorio que asigna nuestro autor a sus *Picunches*.

Pero tampoco conviene al habitat mencionado el hecho de que fueran ellos quienes, con los *Pehuenches*, ofrecieran tan seria resistencia a los españoles. Recordemos solamente que pasados los primeros años de la conquista, la lucha quedó circunscrita a los territorios del sur, y la región central y septentrional de Chile, presunto habitat según Falkner de nuestros *Picunches*, quedó libre de guerras con los invasores.

Por su parte, los *Pehuenches* han sido siempre tenidos por habitantes de la Cordillera, al menos del lado chileno, y es imposible que fuera de otra manera en la época de Falkner, pues él mismo declara que « su tierra es la de los pinares », de donde derivaban su nombre de « hombres de la región de los pinos ». Como se sabe, el pino llamado *pehuen* en araucano es el *Araucaria imbricata* cuyo habitat corresponde a la parte central cordillerana del Territorio

(38) *Penco* es el antiguo asiento de la ciudad de Concepción y está situado en el ángulo sureste de la bahía de este nombre.

En *Tucapel*, donde se había erigido un fuerte, murió el conquistador Valdivia en la memorable batalla del 1º de Enero de 1554.

Arauco era también un fuerte fundado por Valdivia sobre la costa al sur de la mencionada bahía de Concepción.

Nacional del Neuquén y su zona limítrofe chilena ⁽³⁹⁾, siendo ésta la región llamada desde antiguo « los Pinales ».

Para poder explicarnos estas manifiestas contradicciones debemos tener presente que Falkner no conoció nunca las tierras de ultra-cordillera, ni tampoco tuvo la intención de hablar de ellas. « No es mi propósito describir el reino de Chile, por cuanto ya lo ha hecho el padre Ovalle... », dice, página 39, al comenzar su obra. Pero como había también *Araucanos* aquende la Cordillera y en la Pampa, y éstos eran tenidos por de origen chileno, nuestro autor tenía forzosamente que decir algo del tronco étnico transandino que era el generador de los indígenas que paulatinamente se iban imponiendo en la llanura argentina. Y es por eso que Falkner, que no nos dice una sola palabra del país al occidente de los Andes, se detiene en detallarnos la distribución y la historia de los *Araucanos* de Chile. Base de su exposición hubieron de ser, sin duda, antiguas relaciones de misioneros chilenos, a los cuales diversamente alude, y la poca bibliografía existente sobre el asunto.

Proceden, pues, de fuentes escritas, en lo capital, los informes que de los *Araucanos* chilenos nos ofrece Falkner. Si a eso agregamos las anormales circunstancias en que se editó su libro, podremos comprender cómo es posible que sus datos, entresacados de aquí y de allá, no concuerden siempre en los detalles. El habitat de los *Picunches*, por ejemplo, resulta ser distinto si nos atenemos a lo que declara expresamente de él, de cuando nos fijamos en lo que significan, implícitamente, los detalles que de ellos nos da. Y esa ambigüedad sólo se explica por las razones que acabamos de puntualizar y por lo que luego diremos.

La situación chilena no hubo de ser distinta, en la época de Falkner, de la posterior del siglo XIX. Un buen conocedor de ella, R. Lenz, establece: « Hoy se distingue el *picunche*, la lengua del norte (entre los ríos Bio-Bio y Valdivia), del *huitliche*, la lengua del sur (al sur del río Valdivia), y del *pehuenche*, la lengua de la gente de los piñones, en la falda oriental de la Cordillera, desde donde, en tiempos pasados, han vagado por la Pampa argentina hasta las cercanías de Buenos Aires » ⁽⁴⁰⁾. Y no otra hubo de ser la distribución a mediados del siglo XVIII, si tenemos en cuenta todas las circunstancias que afloran en el texto de Falkner.

Mejor informado estuvo Falkner de la situación de los *Araucanos*

⁽³⁹⁾ Ver REICHE, *Geografía Botánica de Chile*, en *Revista Chilena de Historia y Geografía*, n° 67, pág., 225.

⁽⁴⁰⁾ Ver R. LENZ, *Estudios araucanos*, Santiago de Chile, 1896, pág. XXI

aquende la Cordillera. Indios de este origen solían visitar las misiones en que trabajara nuestro autor, ora solos ora mezclados con los *Pampas*, y no pocos de ellos se habían establecido en las reducciones. Por consiguiente, nuestro autor tuvo ocasión de aprender su idioma y de informarse de su género de vida.

Sin embargo no es mucho lo que de ellos nos manifiesta Falkner. Tal vez lo de mayor trascendencia sea el hecho de atestiguarnos su existencia. Estos indios, que él conoció, dice eran llamados *Puelches* por los de Chile, y *Picunches* por los del sur.

Ahora bien; por fuentes contemporáneas de Falkner sabemos de *Puelches* originariamente no araucanos que por la época se hallaban en franco proceso de araucanización. El P. Havestadt, que por 1751 atravesó viniendo de Chile la Cordillera y se internó hasta Malargüe en el sur de Mendoza, deja constancia en su «*Chilidugu*» publicado en 1777 en latín, de que estos *Puelches* a pesar de tener idioma propio entendían y hablaban muchos de ellos el araucano. Además el mismo padre cita los nombres de varios caciques puelches de la región que son de pura cepa araucana.

Deberemos, pues, admitir que eran estos *Puelches* semi-araucanizados del sur de Mendoza los que conoce Falkner bajo el mismo nombre y en la misma región. Ya por la época se habían extendido y alcanzaban por el este hasta el Desaguadero, lindando, río por medio, con los *Pampas-Taluhets* (pág. 91). Por el sur se confundirían con los *Pehuenches* que de este lado de los Andes se extendían en dirección este. Y eran estos últimos los que llamaban *Picunches* a aquellos *Puelches* por el mero hecho de morar al norte de ellos. Por la parte del septentrión llegaban hasta «más abajo de Mendoza».

En cuanto a los *Pehuenches* argentinos no nos da Falkner límites exactos ningunos. Sin embargo hay desparramados unos cuantos datos que nos llevan a creer que llegaban por el este hasta el río Salado o Chadileufú. En efecto, en la página 74 de su libro nos habla de este río y expresa: «Los *Pehuenches* llaman a este río *Cum Leuvu* o río Colorado, porque tal es el color de sus bordes». Luego, en la página siguiente, describe la región que se extiende al oeste de aquel río y manifiesta: «Todo el país que se extiende entre este río (el Colorado y el Sanquel (el Neuquén), que desagua en el Neuquén, está cuajado de esteros y matorrales de ese junco espinudo, grueso y áspero, a que los *Pehuenches* dan el nombre de *Sanquel* (Rankel)...». Si eran, pues, los *Pehuenches* quienes daban nombre al río y a los carrizales, justo es admitir que ellos también

llegaban hasta la aludida región. Por lo demás, Don Luis de la Cruz, quien medio siglo después atravesara el país en su viaje desde el fuerte chileno del Ballenar hasta Buenos Aires, fija como límite oeste de los *Pehuenches* el mencionado río ⁽⁴¹⁾.

XI

De otros varios pueblos hace todavía mención Falkner en el célebre libro que estamos analizando. Mas son sus datos demasiado vagos y, sobre todo, van referidos a regiones demasiado apartadas de los centros de actividad de nuestro misionero como para poder ser tomados en cuenta. Prescindamos, pues, de ellos, y pasemos más bien a recapitular, en forma sistemática, las conclusiones que como resultado de nuestro trabajo podemos ofrecer a los estudiosos de nuestra etnología.

Dichas conclusiones son las siguientes:

1. — En todo aquello que Falkner conociera personalmente o de que pudiera informarse directamente, es autor digno de todo crédito; sólo que debido a la edición anormal y por otra persona de su obra, es menester ejercer la crítica de fuentes;

2. — Los pueblos de los cuales, por razones de su actividad, pudo nuestro autor informarse, pertenecen a cuatro distintas familias lingüísticas: los *Pampas*, los *Serranos*, los *Patagones* y los *Araucanos argentinos*;

3. — Los *Pampas* estaban constituídos por dos agrupaciones distintas con distinto habitat, pero que formaban una sola unidad racial, cultural y lingüística. Eran nómadas de las llanuras, y vagaban los *Taluhets* en la parte oriental de la pampa, o sea la denominada húmeda, sobre todo en su sección norte, y los *Divihets* en la occidental o seca, sobre todo en su sector meridional. Su lengua era la conocida hasta ahora por « Het »;

4. — Los *Serranos* también se dividían en dos grupos: el primero de ellos era constituído por los *Chechehets*, el segundo por los *Leuvuches* o indios del río Negro. El habitat serrano era la región de los ríos Colorado y Negro: los *Chechehets* al oriente, los « del Río » en el occidente. Su lengua era la de los modernos *Puelche-Genaken*;

(41) Véase, LUIS DE LA CRUZ, *Descripción de la naturaleza de los terrenos que se comprenden en los Andes, posédidos por los Pegüenches, y los demás espacios hasta el río de Chadileubu*, En « Collección Angelis », tomo I.

5. — Los *Patagones* se dividían en tres distintos grupos que corresponden a los modernos *Tehuelches del Norte*, *Tehuelches del Sur* y *Tehuesh*. Su habitat era la Patagonia propiamente dicha; su lengua el moderno tehuelche;

6. — Los *Ona-Selknam* descienden de una rama de *Tehuelches del Sur* inmigrada, en olas sucesivas, a Tierra del Fuego desde el extremo sur de Patagonia. En la época de Falkner mantenían aun vivas las comunicaciones con el continente;

7. — Por la misma época, los *Puelches* del sur de Mendoza se hallaban ya casi completamente araucanizados; es por eso que Falkner los considera *Araucanos* y los llama *Picunches*;

8. — Los *Pehuenches*, que eran también araucanos, se habían extendido por fuera de su habitat peculiar, los pinares andinos, y llegaban hasta la región del Chadileufú o Salado.

COTEJOS ECONOMICOS Y SELECCION ECONOMICA

POR EL ING. MAURICIO DURRIEU

El proceso de la producción industrial, es en su mayor parte de naturaleza puramente técnica. Mas, la Economía de la explotación debe considerarse de un modo completo, a causa de la actividad directriz y contable que implica.

KONRAD MELLEROWICZ. (« Teoría económica de las explotaciones », versión castellana, p. 195).

PREFACIO

En la extracción, la creación y el uso de las cosas, dos son los elementos de que esencialmente dispone el hombre: materia; energía.

Económicamente, no puede llevarse aquella disposición a cabo con arbitrariedad, sino en vez: 1º *sin desperdicio*; 2º con un *plan de acción* que conduzca al máximo provecho.

La primera de estas condiciones, es en verdad integral. Desperdiciar, significa malgastar, derrochar la materia y la energía en el caso; esto es, invertir una y otra sin objeto, tasa o legítima atinencia.

Un plan de acción, define y encauza la producción o la utilización. Evita varios inconvenientes: la imprevisión; el desorden; las alternativas; las dudas. No obstante, puede resultar insuficiente en el amplio concepto técnico. *El verdadero plan de acción, debiera ser perfecto para alcanzar determinado fin.*

¿Cómo aproximarse a este ideal? Necesariamente, por el *cotejo de soluciones posibles*, y la consiguiente *selección* entre ellas.

En materia económica, pues, la acción debe resolverse por la *selección económica*, tras los cotejos ocurientes.

Señala esta brevísima noción el proceso de investigación que no puede omitirse al plantear y desenvolver cualquiera industria.

La teoría general que cuadra al mismo, no ha sido desarrollada hasta ahora, por más que existan numerosos trabajos científicos en qué cimentarla.

Desde años atrás, nos habíamos ocupado de la materia con sola aplicación a la construcción. Tratada primitivamente en forma simplista y casi utópica por Cantaluppi, la perfeccionó luego, con más adecuados desarrollos, el profesor arquitecto Arquímedes Sacchi. Después de un esfuerzo nuestro por mejorar los resultados obtenidos por este autor, conocimos la obra especial del ingeniero norteamericano John Lounsbury Fish, quien ha desenvuelto con amplio y práctico criterio fórmulas generales muy útiles para las comparaciones económicas. En 1929, rectificamos un leve error de concepto que viciaba las fórmulas de Fish relativas al costo anual de servicio, y con esta ocasión, establecimos las exactas que tanto encaraban la investigación del capital integral como la de las cargas anuales de las empresas de construcción, — y también patentizamos la perfecta correlación de las fórmulas respectivas. Ese estudio aparecerá, en breve, como parte de nuestro « Tratado de los Presupuestos de Obras de Ingeniería y Arquitectura », que hállese en curso de publicación.

Nos impusimos, en 1931, la tarea de extender nuestros métodos más recientes a la industria en general, y de incorporar a un tiempo en la teoría, la consideración de los datos económicos a que decimos *de relación*, que observados en la propia organización y la marcha de cada industria, constituyen elementos de alta eficacia cuando se les aplica a los fines de la equiparación y del régimen industrial. En el trabajo que sigue, ha quedado cumplido nuestro propósito, y entendemos que el mismo esboza una teoría completa, aunque susceptible de más de un perfeccionamiento. Las ideas y los cálculos en este trabajo contenidos, suministran al técnico una instrucción atendida para ajustar a un método racional el establecimiento o la explotación de cualquier industria, y también para hacer juicio de su estado actual o de su porvenir. Les entregamos, sin más palabras ⁽¹⁾, a la consideración profesional.

Buenos Aires, Enero de 1937.

(1) No nos proponemos el estudio extenso de la economía industrial. Damos en el primer capítulo tan sólo los elementos fundamentales indispensables para sentar y desenvolver la teoría de los cotejos económicos expuesta en los capítulos siguientes.

CAPITULO PRIMERO

ELEMENTOS FUNDAMENTALES

1. COTEJOS ECONÓMICOS Y SELECCIÓN ⁽¹⁾. — La racional voluntad con que el hombre, de ordinario, intenta obtener la más cumplida utilidad de las cosas que crea, adquiere o emplea, o de su propia actividad y de la de sus semejantes, obligale en toda ocasión a optar por la prioridad económica que un inteligente y documentado análisis le lleva a destacar entre los distintos medios viables y eficaces de conseguir sus fines.

Para llegar a disponer de esos medios, ocurren invariablemente costos diversos, de producción unos, de aplicación otros, relacionados con las prestaciones ⁽²⁾ intelectuales, materiales y de energías varias indispensables para constituirlos o aprovecharlos. La creación técnica insume, así, valores proporcionales a dichas prestaciones, y atenta la universalidad del dinero como instrumento de apreciación y trueque de valores, nada hay más natural que el sistema corriente de estimar en unidades de dinero los bienes y los beneficios conseguidos por los montos de las inversiones pecuniarias que esa obtención demanda, así como establecer en esas mismas unidades los provechos relativos de unos y otros con arreglo a las circunstancias.

Con todo, y en última síntesis, la utilidad de los bienes, tanto como la de los servicios que el hombre se procura, no puede darse simplemente por medida, sin mayor disquisición ni referencia, mediante una suma de dinero. Como expresión de riqueza, la moneda, en efecto, préstase a representar dos aspectos distintos de la valoración de las cosas: el *potencial* o *estable*, referido a la virtud o esen-

(1) Plantear un servicio público o privado, una industria u otra actividad cualquiera con finalidad económica, sin selección, es proceder anticuado e inepto. Hoy, cualquier obra, industria, servicio o actividad debe estudiarse desde el punto de vista económico conforme a las ideas que presentamos a continuación.

(2) La voz *prestación*, que emplearemos corrientemente para referirnos a la provisión de cosas tanto como al cumplimiento de servicios necesarios para hacerse de cosas o valerse de actos que respondan a un designio lucrativo, es la equivalente de la palabra alemana «*Leistung*», empleada con igual acepción. En la amplitud del significado de ésta, quedan comprendidos los conceptos ordinario, técnico y jurídico.

cia intrínseca de cada cosa o acto; el *dinámico* o *circulatorio*, vinculado a la aplicación de cada cosa o acto a un propósito, una actividad. Un monto pecuniario constituye, en el primer carácter, un *capital*; en el segundo, una *rendición*, *rédito* o *producto* ⁽¹⁾. El capital, empeñado en la acción productora con la inteligencia, los esfuerzos, los sacrificios y los riesgos del caso, tiene por característica dar un lucro que encarna el concepto de una rendición, y expresado en moneda, es llamado *interés*. De allí que resulte sencillo establecer las relaciones entre los capitales y las rendiciones obtenidas con su actividad, reduciendo tales relaciones a la forma de un interés.

Visiblemente, desde que el provecho de los bienes como el de los servicios, fluye de su función activa, la consideración de todo provecho (o utilidad) corresponde al aspecto dinámico precitado, y es, de esta guisa, primariamente lógico, en un sentido integral, contemplar la economía de las *prestaciones técnicas* afrontando a las expensas por materias o energías que requieren, los productos o réditos con su aplicación realizados.

No obstante, todo bien susceptible de una explotación e igualmente todo prestador de servicios, hállese, precisamente en atención a su aptitud, siempre representados por un capital ⁽²⁾, y es de entenderse que en tanto la aplicación del bien o del prestador de servicios insume un monto pecuniario (origina un gasto), así se trate de la producción inherente al capital mismo, o de la pérdida por desgaste o por disminución de eficiencia que el uso y el tiempo traigan para el objeto o el agente, o de las expensas accesorias requeridas para ese uso y por ese tiempo, —o de unas y otras cosas—, la utilidad neta a lograrse por la actividad de cualquiera de estos medios económicos nace de la diferencia entre el *provecho bruto*, o *total*, que esa actividad propiamente genere, y las expensas así determinadas. En otros términos, el *capital de producción* tiene que ver con la rendición del medio puesto en actividad, y el designio de la economía, bajo el punto de vista general, mueve entonces a abar-

(1) No debe confundirse *rédito* con *renta*. Esta última, significa únicamente el producto o beneficio renovable que obtiéndose de la actividad de un capital. En otras palabras, corresponde a la permanencia de tal actividad. Las otras designaciones refiérense tanto a la utilidad renovable como a la que no lo es. Son, pues, más generales.

(2) Por lo demás, en tanto sea útil, toda cosa puede ser materia de un trueque, y por lo tanto, cabe expresar su valor en unidades de moneda. Recíprocamente, faltando el capital, no puede haber idea correlativa de *cosa útil*.

car en el estudio que se haga del mismo, una relación de mucha mayor complejidad que la imaginable al primer aspecto, no tan sólo porque envuelve la necesidad de considerar la naturaleza o la estructura del medio, sí que también la racional proporción que debe éste guardar con los resultados apetecidos.

La finalidad económica comprende, en toda circunstancia, la suma de todas las particulares que suscita cada paso de la producción. Conclúyese por esto, de inmediato, que los estudios económicos procuran ajustar los detalles al más satisfactorio conjunto de cualquiera producción u operación, y como la idea de prioridad económica envuelve, por definición una *equiparación*, *comparación* o un *cotejo* de medios, el resultado de esta operación determina cada vez la *selección* de uno de estos medios. Tal es, en esencia, la última intención de las investigaciones económicas que entramos a tratar, invariablemente referida al mayor provecho de las actividades que el hombre desenvuelve y rige en la vida industriosa ⁽¹⁾.

2. MATERIAS DE LA EQUIPARACIÓN ECONÓMICA: SU CLASIFICACIÓN.

— La creación técnica concierne los más diversos objetos. Puede referirse a la producción industrial o industria de elaboración; a la construcción de obras; a crear instalaciones industriales o fabriles; a la realización de estructuras ⁽²⁾ (obras parciales) u obras inconclusas, a la prestación de servicios y de energía (trabajos sin empleo de materias primas). La economía, en tanta función, demanda investigaciones que bien pueden asentar en conceptos y elementos de juicio pertenecientes a la propia constitución y organización del medio en estudio, — y los diremos *interiores*, — o bien en los obtenidos con otros medios de análoga naturaleza, a que llamaremos, en razón de su procedencia, *exteriores*.

Con tales conceptos y elementos, la equiparación económica ora es *general*, ora *limitada* a ciertos aspectos o campos de la preparación de los medios de producción o de la explotación de los mismos, y toda vez que involucra la materia de la rendición, estriba en dos fundamentos, a saber:

(1) Podríamos decir, más brevemente, «*que emprende*», dando al verbo un significado propio y general, pues *emprender*, en los tiempos actuales, es llevar a cabo un propósito con habilidad, tino y prudencia. Por eso hemos de decir, más adelante, a menudo que nos referimos a empresas (nó en el sentido puramente jurídico).

(2) Emplearemos este vocablo para designar los elementos *fabricados* que forman parte de un objeto, obra, etc., más complejo.

- 1º la *magnitud* (cuantía) del objeto o del servicio;
- 2º la *extensión de tiempo* (duración) a que habrán de referirse las operaciones, noción que asimismo cabrá considerar referida a la *época* en que haya de realizarse la elaboración, la obra, el servicio, etc.

Como los cotejos suelen establecerse entre medios existentes, unas veces, o a crearse otras, imperioso es llamar aquí la atención sobre la trascendente premisa de que aquellos dos fundamentos sean definidos, bien por determinación o estimación, con la mayor propiedad.

La selección derivada de los cotejos, constituye la más acertada y completa resultante de todos los procedimientos de indagación económica. Cifra sus resultados en cuanto factor de esta última puede contemplarse cada vez, bien se trate de adquirir materias primas, de los actos de su elaboración, de las instalaciones de todo género indispensables para llevar la ejecución adelante, de la organización para esa ejecución o para sacar provecho ulterior de lo ejecutado, etc.

Puede así, como ya se indicó, tener una finalidad total o solamente parcial. Hasta permite desprender la conveniencia mayor de una empresa de cierto género respecto de otras desemejantes; es decir, resolver acerca de la preferencia económica de las inversiones de capital. Cubre, pues, todos los campos; es aplicable a cualesquiera funciones y por la ingente utilidad que de ella pueda surgir, merece indiscutiblemente una total dedicación, así como justifica el esfuerzo para dar a su tesis la unidad y el desenvolvimiento que allanen el camino de sus innúmeras aplicaciones.

Además de los cotejos generales o particulares en que entren en juego los capitales de creación de cosas o servicios y las expensas de explotación o ejercicio de las cosas creadas, pueden asimismo realizarse comparaciones de tendencia económica distinta. Así, en materia de *explotaciones*, puede tratarse de equiparar rendiciones, o también cifras de prestaciones, resultados, costos, balances, correspondientes a distintas empresas, o bien acaso de una misma empresa con las cifras medias o las mejores análogas por ella obtenidas. Evidentemente, esta última forma de equiparación, (con elementos interiores (nº 2)), no conduce, como la primera (a favor de datos exteriores (nº 2)), a apreciar la más elevada economía perfectible de las cosas o de los actos relacionados. No consiente, por sí sola, llegar a la conveniencia máxima de tales cosas o actos, y sí únicamente desprender la mayor racionalidad de su aplicación. Mas,

el criterio no deja por ello de partir del mismo punto de vista, ni de cumplirse con entera analogía en uno y otro caso.

Podemos, entonces, clasificar los cotejos económicos con arreglo a sus fines en las siguientes categorías ⁽¹⁾:

- 1º GENERAL, *de creación de un medio de producción y de explotación o ejercicio subsiguiente del mismo. (Fabricación)*;
- 2º DE EXPLOTACIÓN O SERVICIO, *con instalaciones y consumo de materias auxiliares*;
- 3º DE PRESTACIÓN DE SERVICIOS O DE ENERGÍA (servicio sin consumo de materias, ni instalaciones);
- 4º DE CREACIÓN DE UN OBJETO, INSTALACIÓN, CONSTRUCCIÓN, ESTRUCTURA, o sea de mero expendio de capital ⁽²⁾;
- 5º DE RELACIÓN EN EMPRESAS GENERALES (creación y explotación);
- 6º DE RELACIÓN EN EMPRESAS PARTICULARES (de ordinario, *en ejercicios o períodos de servicio*).

El problema resúmenes en determinar las cifras de costos, prestaciones o resultados expresamente concernidos por la equiparación, o más característicos y apropiados para la misma. En las cuatro primeras categorías precedentes, es fundamental la obtención de cifras exteriores; mas, ulteriormente puede ser en algunos casos también útil, — y para *racionalizar* sobre todo, — sentar otras comparaciones, limitadas o no, con cifras interiores.

Esta manera de proceder, conduce al perfeccionamiento de las explotaciones o ejercicios y permite alcanzar, éste mediante, el provecho de más entidad compatible con los medios utilizados.

Por otra parte, atentas las consideraciones anteriores, pueden los cotejos ocurrir entre:

a) Montos de capitales;

(1) Para que estos estudios compendien con verdad la economía a que se refieren, es preciso sobreentender que las cosas materiales y los actos que concurren a formar los bienes económicos tratados, tienen la naturaleza y la constitución más adecuadas a su objeto. En la materialidad de cada cosa, exige la consideración económica que radique la virtud de ser aplicable con el máximo de conveniencia. Un material debe tener la bondad estrictamente ajustada al empleo que se le dará; una máquina ha de estar construída con materiales y montada con la perfección técnica que condigan propiamente con los servicios de ella exigidos; etc.

(2) Puede haber disfrute, luego de la creación. Véase, más adelante, la fórmula [78], que así lo considera.

b) *Montos de réditos*;

c) *Coeficientes*, en que de diversa manera sean relacionados capitales y réditos entre sí.

En las equiparaciones de las categorías a) y b), el resultado queda evidenciado por simple diferencia entre las cifras determinadas; en la equiparación de coeficientes (clase c), ese resultado salta a la vista igualmente por diferencia; pero sugiere también criterios más o menos complejos, vinculados a las relaciones que expresan las cifras cotejadas.

3. **DISTINCIÓN DE LAS EMPRESAS.**— Fundamentalmente, puede decirse que no hay sino dos formas de empresas para la inversión de caudales: la *industrial* (o de producción, en general) y la *de construcción*. Ocurre señalar las precisas diferencias entre una y otra, a fin de establecer desde ahora los elementos calculables relativos a sus respectivas economías y las maneras de tenerlos en cuenta para razonar la equiparación de dichas economías.

En esencia, la *empresa industrial* persigue el objeto de producir bajo una dirección (medio intelectual), con medios materiales (materias primas y accesorias; maquinaria) y manuales (mano de obra), *cosas*, o con medios simplemente mecánicos y manuales, *servicios*, de valor directa o indirectamente percibido superior al de los medios sumados en ello utilizados, con una amplitud y una permanencia o una continuidad tales, que resulten favorables en las condiciones del mercado y de la misma producción.

Los medios para ésta involucran, de consiguiente, en los términos más generales:

- | | | |
|--------------------------------|---|---|
| 1. Instalaciones. | { | Generales, para dirección y administración.
Especiales, adecuadas para la producción.
Especiales, adecuadas para la <i>manutención</i> (conservación, amparo o resguardo). |
| 2. Materias de elaboración . . | { | Materias primas ⁽¹⁾ (en existencia y en elaboración).
Materias auxiliares ⁽²⁾ (en existencia y en elaboración). |
| 3. Trabajo . . . | { | Intelectual, de prevención, dirección, cómputo, verificación de otras actividades (oficinas).
Mecánico de elaboración (talleres).
Manual (obreros; talleres).
De despacho (venta y expedición) de los productos. |

(1) Toda sustancia que se invierte en un objeto elaborado, y del que permanece formando parte.

(2) Toda sustancia invertida en la elaboración de un objeto o cosa; mas, que no queda formando parte de aquel objeto o cosa.

Para disponer de estos medios, la empresa industrial necesita tener a su servicio un capital que presta oficio en dos condiciones: *fija*, una, correspondiente al *capital fijo*, en cuanto se refiere a la adquisición o construcción y a la disposición permanente de *instalaciones* que comprenden: *edificios y otras construcciones* (con sus terrenos), *maquinarias, modelos*, etc., — y *evolutiva* la otra, correspondiente al *capital circulante* (*fondo de gastos corrientes*) que se invierte cíclicamente en adquirir materias primas y auxiliares; en conservar las instalaciones en servicio activo; en alimentar las máquinas de energía y mantenerlas en marcha; en remunerar el personal superior y el obrero; en realizar todas las operaciones de manutención y, finalmente, de despacho de los productos, merced a la última de las cuales reingresa en la circulación de la explotación, por el pago de dichos productos, el dinero invertido en fabricarlos, con más el incremento representativo de la utilidad.

Salta a la vista que en tanto el proceso industrial contemple una producción duradera, — caso normal, — el capital comprometido en la empresa habrá de cubrir por fuerza las dos situaciones de:

- a) permanencia de las instalaciones;
- b) producción y reiteración de las elaboraciones.

La primera, plantea la exigencia de renovar, — en el amplio sentido de la palabra —, las instalaciones merced a las cuales es posible el proceso industrial ⁽¹⁾; la segunda, trae por requisito la disponibilidad de un capital circulante que baste para adquirir materia prima, pagar sueldos y salarios y otros elementos *consumidos* por dicho proceso, en toda la escala que resulta de provecho para la economía de la empresa.

Si, pues, el establecimiento de una industria en condición de iniciar sus operaciones, exige un *capital efectivo* o de *primer establecimiento*, o de *instalación*, la reiteración de esas operaciones en el decorso del tiempo, indica la necesidad de una inversión de fondos distinta de aquel capital, y que designaremos con el nombre de *capital en giro*, o *monto de evolución*, cuya relación con el capital efectivo determina, desde luego, una razón de singular carácter, a la vez que de importancia primaria económica para definir y regular aquella industria. El capital en giro, fluctúa por efecto de la

(1) Las expensas relativas al capital fijo, se transfunden a los productos, y recuperadas por la venta de estos, reingresan al capital fijo, por reparos o renovaciones de los medios que le integran.

condición más o menos *empeñosa* de la actividad de la empresa industrial.

Sin perjuicio de esto, hay en las empresas industriales una modalidad más, que las caracteriza igualmente: la de proveer al *despacho* (*salida o venta*) de los productos, en atención a las condiciones del mercado. La finalidad, la utilidad de la empresa industrial, penden de ese despacho, y obligan a considerarlo con tanto esmero como las operaciones de establecimiento de la industria, de adquisición de materias de elaboración y de cumplimiento de ésta.

4. — La empresa de construcción, en general, involucra los siguientes medios de acción:

- | | | |
|------------------------------|---|--|
| 1. Instalaciones. | { | Generales, para dirección y administración de los trabajos.
Especiales, adecuadas a la construcción, es decir, a la producción de las obras.
Especiales, adecuadas a la manutención de los materiales, maquinarias y otros efectos de trabajo. |
| 2. Materias de trabajo . . . | { | Materiales de construcción.
Materias auxiliares. |
| 3. Trabajo . . . | { | Intelectual de prevención, dirección, cómputo, verificación de los trabajos.
Mecánico de construcción (talleres; obradores).
Manual de obreros. |

Importa una actividad industrial *sui-générís*, de muchas analogías con las demás que tratamos antes; mas, se diferencia de ellas por virtud de que:

1º La construcción, cada vez, elabora un «*producto*» en cantidad predeterminada (uno solo, de ordinario). Cada producto de la construcción, es un bien fijo, incorporado al suelo, del cual no es habitual ni racional desprenderlo para hacerlo circular de mano en mano. De consiguiente, como lo expresa Janssen («*Der Bauingenieur in der Praxis*», 2ª edición, Berlín, J. Springer, 1927, pág. 32), ese producto *no es una mercancía*. Tampoco es susceptible de acopio.

2º El *servicio* ulterior del «*producto*» (obra o construcción), es el fin que reporta toda la utilidad del mismo, — que no la reiteración de los procesos de producción.

3º La obra construída, tiene cada vez su *despacho predeterminado*, pues se la ejecuta siempre con motivo o en previsión de una necesidad. La producción de la industria de la construcción, de

consiguiente, lo es para determinado cliente. (La influencia del « mercado », en algunas ocasiones, puede hacerse efectiva en las condiciones de tiempo y de precio de la producción, como para los productos de otras industrias; mas, esa influencia no resulta fundamental para la producción).

4º Atenta la consideración que de inmediato precede, no existen los costos de « despacho » propiamente dichos.

5º La importancia de los materiales de construcción, es siempre primaria para la obra con ellos ejecutada, en tanto puede ser relativamente escasa la de las materias primas para los productos industriales.

6º Las instalaciones destinadas a la « producción » de la construcción, *no son permanentes*, puesto que, en primer lugar, buena parte de tales instalaciones debe ubicarse en el propio sitio de la obra, y luego, distintas obras pueden ser ejecutadas por varias empresas con muy diferentes elementos de trabajo, y aun cabe variar estos elementos por una misma empresa, según la obra que haya de realizar. Los medios, entonces, de personal y de material ocurentes para construir, suelen obtenerse y disponerse conforme a la ubicación de la obra, y varían en parte de una a otra, en tanto los medios de la producción industrial general son más permanentes y tienen ubicación fija. (Anota el profesor ingeniero T. Janssen (« Der Bauingenieur in der Praxis », 2ª ed., pág. 35) que estas modalidades del alistamiento, de la condición del trabajo y de la ubicación variable, desfavorecen la acción del personal empleado en la construcción. De ahí que las prestaciones requeridas de este personal, sean extraordinariamente mudables en su magnitud y eficiencia).

No obstante las diferencias así perfectamente destacadas entre unas y otras empresas, resulta posible refundir en la teoría los procedimientos generales de apreciación de su economía, bien se trate de las categorías primera, segunda, tercera o cuarta que sentáramos más arriba (nº 2, pág. 191).

Para alcanzar este resultado, ocurre tener presentes dos principios:

1º que en cualquier caso, los valores económicos son considerados con arreglo a su naturaleza;

2º que en la situación de que se hace cargo la primera categoría, las empresas industriales representan el CASO GENERAL, mientras las empresas de construcción resultan un caso particular ⁽¹⁾, en el

(1) La empresa productora emplea en la producción capitales fijo y circu-

que no ocurren costos de despacho, y la manera de abastecimiento de materias primas y auxiliares es diversa de la que se ofrece en las otras empresas.

5. ELEMENTOS A ESTABLECERSE PARA LAS EQUIPARACIONES ECONÓMICAS. — No mencionaremos ahora todos los elementos que ocurre establecer en la comparación de empresas u objetos económicos tan variados como resultan de las finalidades industriales. De ordinario, la definición de esos elementos preséntase más fácil y lógica en la oportunidad de las investigaciones a que dan lugar. También haremos a un lado los elementos particulares de los cotejos « *de relación* », por su especial naturaleza. Sólo daremos, pues, aquí, una corta noción de algunos elementos referentes a los cotejos de las cuatro primeras categorías antes establecidas, porque esa noción volverá indispensable de inmediato.

Recordemos que la valoración de las cosas puede verificarse desde el aspecto potencial o desde el dinámico (nº 1). Todo bien o generador de servicios, por sí mismo representa un capital. Puesto en actividad, engendra un producto o rédito, y desprendida de éste la parte de los costos de aquella actividad, deja un remanente equiparable a un interés del capital activo.

Mas, evidentemente, los costos de actividad pueden tenerse por el interés *perdido* o *consumido* de un capital adicional, estimable por la atribución al mismo de una tasa de interés. Es entonces razonable que se pueda pasar siempre que cuadre al caso, en cualquier estimación del proceso económico, de la forma potencial a la dinámica de valoración.

Para calificar esas formas, llamaremos CAPITAL DE PRODUCCIÓN O CONSTRUCCIÓN al exigido para plantear los medios de elaboración o de servicio de una empresa industrial cualquiera, o la erección de una construcción, respectivamente.

Considerada la empresa industrial o la obra ejecutada en actividad, llamaremos COSTO INTEGRAL O INVERSIÓN al monto potencial que resulte definido por el estudio de todos sus elementos de *obtención* y *aprovechamiento*.

En vez, para considerar esas mismas empresas bajo el aspecto dinámico, tendremos en cuenta:

lante que renuevan sus objetos en otra construcción, en vez de hacerlo en el mismo proceso. Tampoco tienen igual medida.

- a) Las expensas de ejercicio o marcha de una empresa industrial o las de servicio de una obra, instalación o estructura;
- b) el producto bruto de toda empresa industrial u obra en servicio;
- c) las eventualidades de la creación o de la aplicación de tal empresa u obra, siempre que se pueda apreciarlas.

De la manera de analizar estos diversos elementos y otros no mencionados, pasamos a tratar en lo que sigue.

6. LOS CÓMPUTOS ESTIMATIVOS Y LAS VERIFICACIONES COMO BASES DE LAS VALORACIONES EN GENERAL. — Los cálculos estimativos (*presupuestos*, en una acepción restringida del vocablo) por medio de los cuales se determinan los costos exigidos para cualesquiera producciones u operaciones, acumulan las razonables inversiones de capital previstas y necesarias para unas u otras. Así definidos, resultan como es obvio anticipados ⁽¹⁾; mas, en la misma forma, si bien *a posteriori*, mediante antecedentes de mayor precisión, — por cuanto ya ocurrieron las inversiones, — se presentan las llamadas *verificaciones* de los costos de producción o de operación. Son éstas de dos géneros: *finales* ⁽²⁾, cuando computan las inversiones realizadas en un proceso u obra cumplida; e *intermedias* ⁽³⁾, si establecen el conjunto de los costos de partes realizadas y los presumibles de la terminación de la obra o del proceso.

Tanto los cálculos estimativos como las verificaciones, se hacen cargo de sus objetos desdoblando en *partidas*, numerosas de ordinario, los elementos comprendidos en la empresa que valoran.

La formación de un cálculo estimativo, tarea a menudo prolija y laboriosa, obedece a un proceso de comparación entre los elementos que, por igualdad o analogía, sábase fueron insumidos en producciones u operaciones observadas. La comparación es realizada por la descomposición o análisis de partidas de elementos o de los elementos mismos. Cuando se la practica con resultados, y no entre una estimación y resultados anteriormente obtenidos, la operación responde a una *verificación* o *contralor*. (Ver Schilling, « Die Lehre von Wirtschaften », Berlín, V. D. I. Verlag, 1925, pág. 68-69).

Las observaciones son registradas, en buena técnica, mediante la

(1) « Vorkalkulation » de los alemanes.

(2) En alemán, « Nachkalkulation ».

(3) En alemán, « Zwischenkalkulation ».

contabilidad, lo que importa la creación de cuentas bien escogidas, a los fines de evitar las deficiencias de información.

La *contabilidad industrial* resulta así un notable e insustituible auxiliar del técnico. Unida a la dirección científica de las labores, permite establecer las condiciones de mayor economía para alcanzar el propósito fundamental y a la vez acicate de toda empresa: su mejor resultado económico. Asimismo, la organización de la contabilidad constituye la pauta y la referencia de las investigaciones económicas.

Los productos elaborados y las prestaciones (servicios), pueden aparecer bajo una de estas dos formas: *material evidente*, como sucede con todos los productos industriales y el resultado de las extracciones y transmutaciones de materias brutas; *inmaterial*, consiguiente de todas las prestaciones de servicios y abastecimientos de energía. Significa ello que el cómputo de los costos originados por la producción o las operaciones industriales, habrá de reunir como elementos generales tres rúbricas: la de materias primas o brutas; la de salarios (por servicios manuales); la de todos los elementos restantes. Escribiremos, entonces, con Zeidler:

$$\text{Costo} = \text{Materias} + \text{Salarios} + \text{Complementos.}$$

En dos términos de esta fórmula, enseña la práctica de las estimaciones que debe sentarse un desdoblamiento, como sigue: en Materias, para distinguir la parte de expensas que estrictamente responde a la materialidad visible del producto, de la parte de las mismas por materias auxiliares, consumidas o no, pero indistinguibles en los productos; en Salarios, para separar la parte de labor estrictamente atributiva de las transmutaciones de materias, de la parte que corresponde a la compensación de esfuerzos auxiliares, ni constantes ni ciertos, de ordinario.

El costo total, de esta suerte, compónese de los costes por materias primas y por salarios determinables en el producto, y de consiguiente mudables en proporción a la magnitud del producto y a su cantidad, por cuyo motivo se les dice *proporcionales*, y de los costos por materias auxiliares, labor auxiliar y complementos, indeterminables en su estricta relación con cada producto, y sólo estimados en medida general, razón por la cual se les denomina *costos generales* ⁽¹⁾. La estimación de estos costos generales, — así como

(1) En la técnica usual, suele decirseles « *gastos generales* »; mas, el sentido correcto de *costo*, es el de inversión de dinero estimada para la obtención de

su atribución, cuando de verificaciones se trata, — es materia hasta imposible. Se les relaciona con los gastos directos, sentando unas veces su proporción porcentual con la totalidad de los mismos, o con el monto de la mano de obra, o de acuerdo al tiempo invertido en la producción o elaboración; pero esta misma diversidad de procedimientos es prueba y también razón que justifica la dificultad de los parangones al respecto.

Al costo, en términos generales, añádese una *utilidad*, *beneficio* o *ganancia*, siempre que la producción se efectúe con la intervención de intermediarios (empresas). Y los valores acumulados de los costos y del beneficio, constituyen el *precio* del producto o del *servicio*.

Merece observarse que en los cotejos económicos, es preferible, mientras se pueda, valerse de costos y no de precios, porque en los primeros no influyen nunca con igual vigor que en los segundos las fluctuaciones mercantiles en gran parte regidas por la ley de la oferta y la demanda.

Por otra parte, y dentro de su finalidad, suelen responder las empresas industriales a tres tipos, a saber ⁽¹⁾ :

I, empresas en que predominan las inversiones por salarios;

II, en las que tienen supremacía las inversiones por materia prima y energía;

III, en que prevalecen los costos de instalaciones.

La disposición económica más ventajosa en estas empresas, consiste, para las del tipo :

I, en buscar el ahorro del tiempo de trabajo, desde luego; mas, cuidando a la vez la obtención en localidad propicia de operarios adecuados a sus funciones y a las condiciones lugareñas;

una materia, o de un servicio, o de una cantidad de energía requerida en la ejecución de un objeto o la realización de un servicio; *gasto*, es la inversión pecuniaria *computada en la contabilidad* por habérsela necesitado para los fines de la ejecución de un objeto o de la prestación de un servicio, conforme al fin perseguido.

La expresión «costo», dicen A. Meier y H. Voss en el «Grundplan der Selbstkostenrechnung», 1930, pág. 9, es impropia y lleva fácilmente a entender, por ella, lo que se ha invertido en dinero por algo. En vez, debe entenderse el *valor de las cosas que en una prestación económica se consumieron*. El consumo, expresa Schmalenbach en «Grundlagen der Selbstkostenrechnung und Preispolitik», (Leipzig, 1924, p. 8), no determina una expensa de dinero. El consumo de un bien que fué donado, engendra un costo, con relación al fin en que se le utiliza.

(1) Consúltase F. ZEIDLER, «Der Kosteningenieur», n° 3, pág. 12.

II, en gastar ante todo con tino la materia, dentro de las exigencias de la calidad y de la duración, y evitando cuanto sea posible su desperdicio; mas, atendiendo a las circunstancias de procedencia, estado de los mercados, transportes (medios y costos) y premura capaces de decidir en cuanto a puntos y cantidades de los acopios;

III, en procurar esencialmente la inversión en las instalaciones de un capital que origine el mínimo de cargas, aunque sin preocuparse de las condiciones ofrecidas por los mercados donde habrán de obtenerse dicho capital y de realizarse las operaciones industriales. Así, las facilidades de obtención del capital y de maquinaria, pueden brindar una solución en la que sea elevado el « *grado de mecanización* » de la elaboración, la que será preferible si el género de ésta pudiera establecerse en concordancia, atendiendo a la capacidad del mercado de operaciones.

A la elaboración « *aislada* » o « *por piezas* », se sustituirá, en general, la elaboración « *en serie* », y aún « *en masa* », conforme resulte de la magnitud de las operaciones previstas, para corresponder a la importancia creciente del capital de instalaciones.

7. — La fijación del tipo de una empresa industrial y del género de su explotación, cuando es el caso, señala correlativamente las maneras de cumplimiento de los fines de dicha empresa y permite distribuir racionalmente los procesos de realización que atiende. De estos, a su vez, fluye la organización de los costos en partes que la técnica define, por su modo de ser, en *partidas*, — *rúbricas*, *renglones*, *rubros*, *títulos* o *rótulos* —, y *elementos*.

Los autores alemanes suelen formular esta organización dándole una figuración tridimensional. Los *costos elementales* que concierne un género de operaciones o de producción, ubicados en la dirección de uno de los ejes, forman, al extenderse en cantidad en dirección de otro eje, los rubros o rúbricas de costos. Acumulados estos en la dirección del tercer eje, constituyen las partidas de costos. El rubro o renglón de costos, puede entenderse, entonces, como una *partida elemental*, si se le aplica a una cantidad de estructura, producto o labor de determinado género, con propiedad reducida, expresada en dinero o referida a ciertas proporciones. En general y más propiamente, la organización contable de un rubro corresponde a otro fin. En el « *Grundplan der Selbstkostenrechnung* » editado por el Reichskuratorium für Wirtschaftlichkeit, año 1930, pág. 35, defínese el rubro de costos como sigue: « Rubros de costos son partes calculables (computables) de la explotación, demarcadas con-

forme a los menesteres de la descomposición de costos. Son unidades de cómputo que no han menester de coincidir con partes (subdivisiones) de la organización». Reunen, entonces, costos elementales vinculados por su naturaleza y su objeto, y de sus montos hácese la distribución correspondiente entre las partidas.

Partidas de costos, son las que reúnen los demandados para la elaboración de una parte definida de producto, o también por la realización de determinado servicio, escogidos la parte o el servicio de manera que cumplan en el todo a que se refieren un fin uniforme y destacable, y sean realizados con materias, energía y otros elementos de naturaleza constante. La cantidad de elaboración o de producción considerada en la descomposición de costos, puede variar desde cualquier medida referida a una *unidad técnica* para una u otra establecida, hasta la totalidad de la propia elaboración o producción a cumplirse en cierto producto, servicio o plazo de producción. La contabilidad, en vez, abarca siempre toda la cantidad.

Los presupuestos, de igual manera que las verificaciones, suelen referirse, por este medio, a partidas parciales o globales de trabajos o de producción, aunque también sea frecuente estribarlos en la apreciación de unidades técnicas o piezas de aquellos. De ahí la fundamental distinción entre los cálculos estimativos o las verificaciones *por partidas* y *por unidad*. Entre unos y otros existe, mucho más que la diferencia de las cantidades sometidas a la descomposición de costos, la de los procedimientos que pueden adoptarse en ellos para tal fin, pues resulta factible una rigurosa aplicación, en las estimaciones por partidas, de las previsiones y de la organización de los medios y de las tareas de elaboración, así como más propia de ordinario la atribución necesaria a los trabajos o productos de las costas a que den lugar ⁽¹⁾.

En las actividades industriales generales, la producción o elaboración concretase refiriéndola a los «*pedidos*» de la clientela, y al pedido refiérense de consiguiente los costos de producción o elaboración. Falta hace distinguir, allí, entre los pedidos o encargos recibidos del público o del almacén, y destinados a la venta inmediata y oportuna, o asimismo los que importan aumentos o mejoras de instalaciones, — y los pedidos de trabajos destinados a un empleo corriente de la elaboración o explotación. Estos últimos, se ubican en

(1) De tal suerte, que algunos costos por fuerza interpretados como generales en los análisis de costos por unidad, pueden ubicarse entre los directos, en los análisis por partidas.

rubros provisionales, en calidad de pedidos de ejercicio, para pasar cuando llega el momento a los pedidos de fabricación, y no importan, como los anteriores, partidas de costos.

8.—De las compendiadas nociones precedentes, surge que los cómputos estimativos y las mismas verificaciones, hállanse fundados en apreciaciones y supuestos inevitables, que afectan bastante su certitud. Pese al discreto empeño que se haga de los principios económicos generales al pretender medir los variados factores de costo comprendidos en esos cómputos, ofrecerá siempre la operación un *riesgo* de bastante entidad, dependiente de la variedad y de la complicación de las condiciones técnicas y económicas en que ocurra la producción. Este riesgo, no invalida los resultados de los cómputos y verificaciones, cuya parte menos incierta presenta calidad bastante, por sí, y también por constituir un medio de averiguar el monto del riesgo concurrente. Importa tener formado este criterio y aplicarlo con propiedad.

9. VALORES ECONÓMICOS QUE INTERVIENEN EN LOS COTEJOS.— En el caso más general, del que luego podrá pasarse a cualquiera singular haciendo caso omiso de los valores que no correspondan, ocurre apreciar la economía de una empresa desde dos puntos de vista que, en teoría siquiera, son rigurosamente correlativos, a saber:

el de *capital integral*;

» » *cargas periódicas*, ordinariamente *anuales*.

Denominamos *capital integral* o *inversión* (nº 5), a la suma de los capitales que cubren en época señalada, por sí o sus intereses, los costos de orden permanente y realizados por anticipado o en el propio momento de iniciación, así como los costos paulatinos y de evolución a que dará lugar la creación de una empresa y su gestión económica regular ulterior, dentro de un plazo de duración determinado.

Cargas, son las sumas que dentro de un período definido y breve de evolución, gravitan por intereses de capitales fijamente empeñados y por expensas varias de servicio, etc., para la existencia y la actividad de una empresa destinada a funcionar desde cierto momento y durante cierto tiempo.

Los gastos exigidos por la creación y la explotación de cualquier empresa, pueden corresponder, como queda brevemente apuntado

en las dos definiciones precedentes, ora a un concepto de *permanencia*, que inviste, con relación a la empresa, todo objeto destinado a servir indefinidamente o cuando menos por un tiempo más dilatado que un período unitario de servicio, — o en otras palabras, que no se consume durante uno de estos períodos, — y ora, por otro lado, a un concepto de *consunción* dentro de uno (o cada uno) de dichos períodos. Lógico resulta, entonces, que las expensas de la primera naturaleza sean preferentemente concretadas y analizadas bajo el aspecto del capital por ellas demandado, — capital al que vimos se dice *fiijo* —, mientras las expensas de la segunda naturaleza son establecidas y analizadas con más propiedad y facilidad bajo el aspecto de réditos, correspondientes a un capital llamado por su oficio, — según vimos también, — *circulante*.

Mas, atenta la regla económica que determina la invariable existencia de una renta o interés para todo capital activo, es evidente que el conocimiento del capital fiijo, por partes o en conjunto, permitirá atribuir a cada ejercicio económico, mediante una conveniente tasa de interés, la carga derivada para dicho ejercicio por la ocupación de aquél; y recíprocamente, pasar de las cargas del ejercicio al monto del capital circulante que su existencia empeña en la empresa.

Hechas estas prevenciones, pasemos a tratar de los elementos comprendidos en los dos aspectos de la gestión económica considerada.

10. CAPITAL FIJO. — Para toda empresa general, falta hace disponer de:

A) *Terrenos* de valor T , que no se consumen ni se desgastan. No ocurre entonces ningún costo para sustituirlos ni conservarlos; pero pueden requerir obras accesorias de protección de su integridad, como suele suceder en los terrenos marginales de los cursos de agua, etc., los que pueden ser socavados o arrastrados por la acción del agua, o los que experimentan desmedros por efecto de las aguas pluviales o de infiltraciones, etc.

Fuera de estos casos, los terrenos pueden sufrir merma o incremento de su valor, a consecuencia de la inestabilidad de las condiciones lugareñas, sociales, económicas. El caso más frecuente, será el de un aumento de valor. No se usa considerarlo, en atención a que para su ingreso en la economía de la empresa, fuera menester una transferencia de la propiedad, la que no es posible. Se entiende,

entonces, que la valorización pasa a las *reservas inertes* de la empresa.

Así las cosas, el valor T entrará a constituir una carga para la empresa, por razón de la renta que corresponde como parte del capital fijo; mas, no por razón de amortización.

B) *Valores que demandan reconstitución.* — Son, ante todo:

a) *Edificios y otras construcciones* de fábrica o similares, de valor B .

b) *Maquinaria y herramienta* de empleo permanente, de valor H ; (comprendidos en cada uno de los rubros los costos de provisión y disposición (proyecto); dirección de la ejecución o colocación).

c) *Modelos*, de valor F .

$AB + H + F$, puede decirse, así entendidos, los *costos de instalación o construcción*. No son todos los ocurrentes, ya que mediante el capital de establecimiento, aún habrá que hacer frente a los siguientes costos accidentales y accesorios, de valor conjunto A :

d) *de fundación* (en sociedades por acciones, las expensas de sellado, las utilidades bancarias para la colocación de las acciones, etc.);

e) *de intereses de los costos de instalación* durante la realización (tiempo de construcción, de instalación);

f) *de adquisición de ventajas técnicas o comerciales*, como ser patentes, indemnizaciones, amortizaciones, obtención de facilidades o condiciones para la salida de los productos, etc.;

g) *para acondicionar las instalaciones*, a fin de someterlas a prueba;

h) *de elementos de reserva*, almacenados desde el primer momento, así como para *demoliciones y reconstrucciones o renovaciones* en los primeros tiempos de la explotación y para la *conservación*, aunque ésta resulte de escasa entidad por lo común; y además, para *cubrir pérdidas de ingresos* causadas por defectos o vicios de la primera instalación o construcción;

i) *de pérdidas en los cambios* durante el plazo de instalación;

j) *de primera dotación de un fondo de renovaciones*.

Llamaremos C al capital fijo total, y en el caso más general:

$$C = T + B + H + F + A \quad [1]$$

Si esta ecuación es de sencilla formación en cuanto supone la simple constitución del monto global del capital de primer establecimiento, o capital fijo, y dará el valor aplicable para determinar la renta a unirse a las demás cargas anuales de la empresa, no sucede lo mismo cuando se trata de hallar la carga de amortización.

Ya dijimos que T no entra en cuenta a ese efecto, y debemos observar respecto de los costos enunciados en h) y j), que su amortización será únicamente necesaria si no hallasen cabida en las cargas anuales de servicio provisiones que les conciernan.

11. COSTOS DE SERVICIO ⁽¹⁾. — Como lo dijéramos más arriba, los costos de servicio suelen estimarse por año, sin perjuicio de capitalizarlos luego, si fuese requerido por la forma adoptada de cotejo económico.

Así considerados, representan partidas cuyos importes relativamente pequeños varían infinitamente y sucedense a cortos intervalos. Por ello es difícil, cuando no imposible, contemplar su naturaleza y cantidad en forma general, al establecer su consideración con relación a múltiples tipos de empresas. Los costos de este género, sin embargo, son apreciables proporcionalmente a la magnitud de los trabajos, productos, etc., que se generan en la explotación. Son, entonces, costos directos, proporcionales o fundamentales y cabe descomponerlos según los elementos de la explotación. Abarcan así: la provisión o abastecimiento de materias primas y materiales, a la vez que de materias auxiliares de ejecución; la provisión de energías para elaboración o funcionamiento; las operaciones de despacho de los productos o elaboraciones o servicios engendrados.

Los costos por energías, comprenden naturalmente tanto los de personal (empleados y obreros) como los de energía mecánica, herramientas de trabajo, máquinas, calor, luz, así como para la conservación de las instalaciones de explotación.

Aun cuando podría simplificarse la presentación del conjunto de estos costos, manteniendo sin diferenciación mayor sus objetos, es preferible para los fines de la selección económica establecer desde ahora una clasificación de los mismos.

Fijaremos al efecto cinco subdivisiones de costos de servicio, o sea:

(1) Podríamos emplear también la palabra *explotación*; mas, en rigor, la explotación incluye las cargas derivadas de las inversiones del capital fijo.

- 1ª Los de funcionamiento, marcha o producción;
- 2ª » » conservación;
- 3ª » » despacho;
- 4ª » » intereses del capital circulante;
- 5ª » » riesgos.

12. **COSTOS DE MARCHA O PRODUCCIÓN.** — Comprenden los costos por materiales y materias para elaboración y auxiliares, por transportes, salarios de producción, energía mecánica, derechos, impuestos, seguros, riesgos. Representamos genéricamente la totalidad de estos costos con la letra *P*.

Los costos por materiales y materias primas y auxiliares, abarcan toda expensa por compra, embalaje, almacenamiento y protección de aquellos materiales y materias contra la intemperie, el incendio, los robos, etc. Estos costos, desprendidos de datos comerciales o industriales y antecedentes similares obtenidos por la Contabilidad industrial, son de conocimiento relativamente sencillo. Al contrario de lo que acontece con los costos de energías, para los cuales ocurre establecer distinciones más o menos numerosas toda vez que la producción sea variada.

Para la más importante de las energías, la humana, hay dos clases de costos: los *salarios* y los *sueldos*. Corresponden los primeros a los obreros; los segundos, a los empleados. Distínguense unos de los otros particularmente porque los sueldos son compensaciones relativamente estables y de cantidad bastante fija para la empresa, en tanto son más mudables los salarios, bien por la posibilidad de que varíe el número de los operarios, o bien por la de que se alteren sus compensaciones durante el tiempo de sus funciones.

A los sueldos y salarios, asimismo, se añaden otras expensas accesorias, como ser las compensaciones por servicios en horas extraordinarias, por trabajos nocturnos, en días feriados, tareas especiales, viajes, dietas, vigiliás, ayudas en ropas y calzados, etc., y finalmente las costas por medidas de higiene, seguros contra accidentes del trabajo y otros perjuicios, así como por viviendas, cantinas, etc.

A los costos de la energía humana, o *mano de obra* propiamente dicha, añádense los demandados por la energía mecánica y los medios accesorios de que hacen aplicación los obreros. Producen la energía mecánica las máquinas; son medios accesorios la herramienta, y las materias para combustible, lubricación, limpieza, etc., de máquinas y herramientas destinadas al trabajo, — así como los lo-

cales en que éste se realiza, su alumbrado y su calefacción. La provisión de máquinas y herramientas destinadas a la producción, la construcción de locales de trabajo (talleres), corresponden al capital fijo, si bien para ciertas labores accidentales o discontinuas, pueden tenerse que usar máquinas y herramientas cuyas menguas se incorporen a los costos de producción; mas, todo cuanto se consume en servicio o marcha: desgaste de maquinarias y herramientas, combustible, otras fuentes de energía, lubricantes, etc., forma parte de las cosas cuyo costo enuadra en los costos de funcionamiento.

13. COSTOS DE CONSERVACIÓN. — La conservación a que se refiere esta rúbrica, comprende todas las operaciones cuyo fin es tener constantemente el material de elaboración en condición de prestar servicio sin peligro y económicamente, y no, como pudiera creerse, en estado invariablemente igual al inicial, hecho imposible. De allí que los costos de conservación sean mantenidos dentro de un límite racional, definido por la conveniencia económica de prolongar la duración de los objetos, e incluyen la renovación parcial de los mismos.

La conservación, requiere materias primas y accesorias, mano de obra, energía mecánica a veces, con sus complementos, derechos, impuestos, etc., y por todos estos conceptos debe formarse el monto total de los costos respectivos. Designamos estos costos, en total, por la letra *S*.

14. COSTOS DE DESPACHO. — La realización o despacho de los productos tanto principales como accesorios y aún de los desperdicios de producción, origina igualmente costos. En las causas de tales costos, inclúyense: los transportes dentro del obrador o del terreno de la fábrica o industria, hasta los puntos de venta; la selección, el almacenamiento y el embalaje; las operaciones de propaganda, viajantes, agentes, y aún las vicisitudes de la venta: créditos incobrables, venta a precio reducido. Designámosles con la letra *D*.

(Continuará)

NOTICIARIO

A fines de 1936, se ha creado en la Universidad Nacional del Litoral un Instituto de Investigaciones Microquímicas en la Facultad de Ciencias Matemáticas con la finalidad de efectuar investigaciones microquímicas y dar facilidades a quienes deseen perfeccionarse en esta rama del saber; propender al conocimiento de los métodos de las investigaciones microquímicas, publicar el resultado de las investigaciones, establecer intercambio entre los organismos similares del mundo y organizar ciclos de lecciones de intensificación del estudio de la microquímica. También creó un Instituto de Fisiografía y Geología, de cuya dirección quedó encargado el profesor Dr. Castellanos y en el cual deberán hacerse investigaciones sobre mineralogía, química mineral, geografía física y geología.



Durante su estada en París en el mes de Febrero próximo pasado, el doctor Horacio Damianovich ha expuesto ante diversas sociedades científicas algunas de sus investigaciones sobre «la química y la fisicoquímica del helio». En particular, revistió especial importancia la celebrada el 25 de Febrero por la «Société de Chimie et Physique de France», en la cual, y por invitación especial del presidente de dicha Institución, Mr. Joliot, el distinguido químico argentino, desarrolló con todo detalle los resultados de sus trabajos en este interesante campo de la ciencia.



En los primeros días de Abril fué escalada la cima del Tupungato por los Sres. C. Anselmi y Willy Lance: se utilizó para la ascensión una senda del cajón «El Colorado», empleándose cerca de 11 horas para recorrer el último tramo desde el campamento a 5.600 m. hasta la cima. La expedición duró en conjunto 14 días, tomándose numerosas fotografías, observaciones meteorológicas, mineralógicas, etc. En la cima del Tupungato los andinistas encontraron las señales dejadas por los Dres. Reichart y Heibling, que realizaron la ascensión anterior el 21 de Enero de 1912.



El 26 de Abril se inició en Rosario, en el salón de actos de la Escuela Normal de Maestras n° 2, una serie de tres conferencias sobre Arqueología Argentina, organizada por la Asociación Cultural de Conferencias. El disertante, Sr. Duncan L. Wagner, director del Museo de Santiago del Estero, trató desde puntos de vista nuevos y originales muchas cuestiones de arqueología, antropología y prehistoria argentinas.

LA CHACRA EXPERIMENTAL DE PATAGONES

IMPRESIONES DE UN OBSERVADOR

POR EL INGENIERO CARLOS WAUTERS

RÉSUMÉ

INTRODUCTION. — Son fondateur en fait une étude après trente ans d'absence.

1. — *Antécédents administratifs.* — Son installation a été imposée par des fondamentales divergences d'ordre technique et le marque absolu d'investigations expérimentales locales. — Une seule série d'essais a suffi pour montrer la valeur négative des recommandations d'un spécialiste italien. — L'funeste école qui survit encore.
2. — *Préoccupation directive initiale.* — Contraste de notre tendance officielle vis-à-vis de la réaction qui, alors déjà, s'imposait outremer. — Alarme dans nos propres arrosages. — L'absurdité des principes imposés. — Non obstante, la routine subsiste.
3. — *Les premiers résultats acquis.* — Sols et eaux. — Climatologie locale. — Observations d'un seul cycle végétatif. — Premières conclusions d'importance indiscutable.
4. — *La pédologie nous exige une nouvelle orientation.* — L'amélioration du sol. — L'urgence des premiers essais ne la permettait pas alors. — L'aspect des cultures de tout genre démontre manque de prévision. — Étude systématique des procédés pour l'assurer.
5. — *Influence décisive de l'eau.* — Analyse des sols. — Capacité normale d'absorption. — Limites extrêmes de l'humidité admissible. — Distribution des racines. — Consommation d'eau. — Rendements en espèces et valeurs économiques.
6. — *L'enseignement par le champ d'expérience.* — Il doit être exclusivement d'ordre expérimental. — Spécialisation du personnel. — Oeuvre de propagande objective et directe. — Persévérance d'efforts d'investigation agricole. — Aclimatation de nouvelles espèces et hybridation des existantes.
7. — *Station Expérimentale Agricole de Tucumán.* — Modèle d'organisation technique et administrative. — Ses études ont sauvé l'industrie sucrière et l'économie de toute la province. — D'autres investigations se poursuivent avec succès. — Son influence scientifique. — Sa situation est garantie par l'industrie qui en a reçu de grands bienfaits.
8. — *L'Institut Expérimental et d'Investigation Agricole de Santa Fe.* — Il ajoute une action sociale à la technique prédominante de son modèle. — La décadence des vieilles cultures l'impose ainsi. — La prévision doit être une obligation des pouvoirs publics.

CONCLUSIONS.

SUMARIO

INTRODUCCIÓN.

1. — *Antecedentes administrativos.* — Superflua ley nacional. — Descartó infundados reparos oficiales. — Escuela de funestas consecuencias para el país. — Nuestras fundamentales divergencias técnicas. — Ineludible necesidad de crear la chacra. — Elección del terreno para instalarla. — Un ciclo de ensayos bastó para destruir prejuicios arraigados por aquella. — Generación espontánea de fundadores.
2. — *Objetivo predominante en la primera hora.* — Esencial finalidad técnica de hidráulica agrícola. — Contraste de nuestra tendencia oficial frente a la de las naciones con extensos regadíos. — Significativa advertencia de los existentes en el país. — Positivas enseñanzas de la chacra. — Iniciativa honestamente reconocida. — Un silencio justificado.
3. — *Síntesis del resultado de los ensayos.* — Forzosa limitación de los iniciales. — Agentes climáticos. — Perforaciones profundas. — Suelos y subsuelos. — Aguas y sedimentos. — Evaporación. — Riegos al máximo y al mínimo. — Recomendaciones generales para los cultivos comunes. — Solo la vid, entre los nobles, alcanzó a despertar interés. — En los frutales y forestales los resultados son prácticamente desconocidos.
4. — *La pedología impone nuevas orientaciones.* — Indispensable preparación previa del suelo. — La función mejoradora del alfalfa. — Importancia de la acción biótica. — El estado de los cultivos de la chacra revela vicios originarios irremediables. — Heroica pero necesaria enmienda. — Estudio del proceso de mejoramiento gradual. — Rotación de cultivos. — Higiene del suelo.
5. — *Influencia decisiva de la intervención del agua.* — Deplorables efectos de la embriaguez del agua. — Textura de los suelos ensayados. — Falta de coloides. — Riego y capilaridad. — Capacidad normal. — Penetración de la humedad. — El marchitamiento y la distribución de las raíces. — Comparación de los consumos en los terrenos desérticos y maduros. — Doble serie de investigaciones. — Rendimiento en especies. — Valores económicos.
6. — *Concepto de la enseñanza por la chacra.* — Carácter permanente de la estación experimental. — Prematura fundación de una Escuela de Agricultura regional. — Los profesores son designados antes de poder existir alumnos. — La función técnica de aquella debe ser exclusivamente experimental. — Carácter especializado del personal. — La acción cultural de la chacra debe ser de propaganda.
7. — *La Estación Experimental Agrícola de Tucumán.* — Modelo de organización técnica y administrativa. — Intensidad, amplitud y variedad de sus investigaciones. — El riego no ofrece interés dominante en la región. — Su más resonante triunfo científico. — Su importancia económica. — Forrajeras en terrenos áridos. — Eficaz propaganda de su proficua labor. — Prestigios conquistados en buena ley.
8. — *El Instituto Experimental y de Investigación Agrícola de Santa Fe.* — La chacra de Patagones deberá amoldarse al tipo de la estación tucumana. — Plausible iniciativa del gobierno santafecino. — Amplía el campo de acción de aquel modelo. — Conserva sus características administrativas. — La previsión es función genuina de gobierno. — Cuento oriental. — Un ministro «sabio cultivador».

CONCLUSIONES.

INTRODUCCIÓN

Una visita reciente, realizada casi a los treinta años de creada, nos ha impresionado muy desfavorablemente. No nos proponemos descender al análisis crítico de los múltiples detalles que nos han sorprendido en el estado de los cultivos. No pueden atribuirse sino al sistema impuesto para su dirección, sometido a un régimen oficial centralizado en la lejana capital de la provincia y sujeto a las eventualidades de una política versátil, desde luego, muy poco científica.

Sin otra curiosidad que la propia de quien provocó su fundación con un propósito definido de investigación técnica y tiene la suerte de poder volver a ella para juzgar de los resultados alcanzados en tantos años de ausencia, consideramos oportuno exteriorizar los puntos de vista que nos sugiere su situación actual. El país tiene la mitad de su territorio ocupado con tierras desérticas; y mientras otros se empeñan en hacerlas producir sin pensar en el costoso recurso del regadío, no siempre posible, pero sí de acción muy limitada, nosotros las conservamos en el abandono más completo. Su reducido valor es un factor atrayente y seductor frente a las costosas explotaciones requeridas en las de alto precio de adquisición inicial y cuya explotación reclama la movilización de grandes capitales.

La provincia de Buenos Aires está en posesión de extensas tierras fiscales, situadas sobre el futuro puerto marítimo de San Blas y sobre una arteria navegable como es el río Negro, cuyo puerto principal de Carmen de Patagones, dotado de un excelente muelle y balsas transbordadoras asegura su comunicación directa con el mundo entero, por agua o por avión: su producción alcanza estos embarcaderos con simples camiones. En estas tierras puede crearse una nueva provincia, densamente poblada y con los mismos productos que enriquecen provincias mediterráneas, de donde nos llegan encarecidos, después de mil kilómetros de recorrido, ferroviario. Y así, mientras la provincia pueda resolver el problema de su regadío, tiene en la racionalización de su rudimentaria producción actual, la forma de incorporarlas al trabajo remunerador y eficiente. La chacra debe ser un centro de provechosa experimentación que no ha sabido utilizarse hasta la fecha.

Puedan estas nuestras impresiones justificar una eficaz, urgente y oportuna resolución de gobierno, beneficiosa para nuestra gran provincia!

I

ANTECEDENTES ADMINISTRATIVOS

En los capítulos I y IV de nuestro informe general al gobierno de la provincia de Buenos Aires de octubre de 1908 ⁽¹⁾, publicación oficial que se ha agotado, lo mismo que su versión inglesa, hemos detallado las causas que nos determinaron a reclamar, con insistencia, la creación de una chacra experimental en la altiplanicie de Carmen de Patagones, como condición *sine qua non* para hacernos cargo de los estudios definitivos de las obras necesarias para el regadío de las extensas tierras fiscales que la provincia conserva allí hasta ahora.

Sus resultados se resumen en el anexo VII de aquel volumen ⁽²⁾ y se comentan en su capítulo XIV ⁽³⁾. Por ley n° 2616 del 30 de julio de 1897 se había dispuesto el estudio de estas tierras, pero para dar « una idea exacta de la composición geológica e hidrográfica de esa región », aun cuando debía establecerse, también, si era « necesario el riego para el aprovechamiento de esas tierras, proyectando la forma que pueda emplearse para su irrigación ». Con todo ello no se llenaba correctamente nuestro propósito, según se verá muy luego.

Nos hallábamos en Tucumán en el desempeño de delicadas funciones técnicas que no nos permitían largas ausencias. Consultado, en septiembre de 1905, por el gobierno de la provincia de Buenos Aires, para pronunciarnos respecto a los proyectos que, desde tiempo atrás, se habían venido preparando por varios técnicos, desde el primer momento sentamos la imprescindible necesidad de realizar un previo reconocimiento personal del terreno, con toda la minuciosidad que imponía un proyecto de evidente trascendencia para el porvenir de todo el sur de la provincia, y al que el gobierno acordaba el señalado interés que exteriorizaba con justificado entusiasmo el gobernador Ugarte.

Abandonaba sus funciones oficiales en mayo del año siguiente. Dinámico por excelencia deseaba dejar inauguradas las obras. Toda

(1) *Aprovechamiento de las aguas del Río Negro en el partido de Patagones*, págs. 1 y 133, 1909.

(2) Ob. cit., pág. 496.

(3) Ob. cit., pág. 331.

incidencia que importara una demora lo mortificaba: conservamos el recuerdo de anécdotas que lo confirman y señalan sus grandes y previsoras aspiraciones patrióticas. Sin embargo, con todo sentimiento, nuestra actitud fué resuelta pero definida: la imponían superiores consideraciones de orden técnico. A los pocos días cedió ante el peso evidente de las observaciones de toda índole que oponíamos a su empeño. Nuestro reconocimiento preliminar quedó acordado: quizá abrigara una remota esperanza de que la inspección ocular disipara nuestras preocupaciones y con ello evitara la demora que nuestra actitud provocaba.



FIG. 1.

La ley n° 4291, sancionada por el H. Congreso en 26 de enero de 1904, había obviado los reparos opuestos por el inspector general interino de irrigación del Ministerio de Obras Públicas de la Nación, cuya ignorancia en la materia no era un misterio para nadie. En efecto: al producir su dictamen no adelantaba opinión propia, ya que no tenía ninguna; sólo se limitaba a glosar las del ingeniero Cipolletti, mal interpretadas. Ello nos hacía escribir ⁽⁴⁾: «De aquí que, no obstante haber quedado esa autoridad un tanto quebrantada por la circunstancia de haberse venido al suelo todas las obras proyectadas y ejecutadas por el referido ingeniero en la República, y a pesar de su larga práctica, la argumentación de la

(4) Ob. cit., pág. 12.

inspección se funda exclusivamente en párrafos entresacados del informe de aquél, interpretados para llegar a la conclusión de que el pedido es inoportuno e inconveniente»; o en términos más claros, según explicábamos después de algunas otras consideraciones, para terminar por descartar «la posibilidad de esa irrigación, aun después de regularizado el régimen del río».

El asunto revestía real importancia, pues si bien la ley citada autorizaba al gobierno de la provincia para derivar «la cantidad de agua *necesaria* para irrigar 400 000 hectáreas», y para construir y explotar un canal de alimentación en el territorio del río Negro, con facultad de expropiar terrenos privados y hacer uso gratuito de los fiscales de la Nación que resultaran indispensables, en su art. 3 disponía que el proyecto de obras debía someterse a la aprobación del P. E. de la Nación; y sus oficinas técnicas volverían a aducir los mismos reparos para dificultar la tramitación definitiva del proyecto.

En realidad el gobierno de la provincia de Buenos Aires no necesitaba esa ley, ni en cuanto se refiere al uso del agua, ni en cuanto a la ingerencia técnica de la Nación. El río Negro es de aprovechamiento interprovincial netamente definido. La provincia tiene dominio y jurisdicción propia sobre sus aguas, con derecho a derivar todas las que necesita para su uso o goce en el cultivo de las tierras de su territorio, o para otros usos. Tiene asimismo la propiedad del cauce hasta su línea de talweg, por ser navegable en todo el frente de la misma provincia, limitado aquel cauce por las respectivas líneas de ribera, perfectamente fijadas por la interpretación técnica racional de su definición legal ⁽⁵⁾.

Todo esto responde a prescripciones constitucionales consagradas por una reiterada jurisprudencia de la Suprema Corte de Justicia de la Nación. Nos hemos ocupado extensamente de la cuestión: ello nos excusa entrar aquí en mayores detalles ⁽⁶⁾. En su hora bastará un acuerdo directo concertado entre las altas partes interesadas, sometido a la aprobación del H. Congreso, mientras los territorios nacionales afectados por el río no sean declarados provincias autónomas, como son las superiores de San Juan, La Rioja, San Luis y Mendoza.

⁽⁵⁾ C. WAUTERS, *La línea de ribera legal*, «Anales de la Sociedad Científica Argentina», tomo CXVII, pág. 161, 1934.

⁽⁶⁾ *Ríos de aprovechamiento interprovincial*, «Anales de la Sociedad Científica Argentina», tomo CXVII, pág. 49, 1934.

Aquellos eran los tiempos en que el ing. Cipolletti gozaba aún de prestigios; y muchos otros técnicos por pereza intelectual, más que todo, aceptaban sus afirmaciones tal cual sentencias indiscutibles. Aun cuando el mismo describía la pobreza de las tierras servidas por el canal Villoresi donde había actuado, pretendió imponer sus modalidades de trabajo, el tipo de sus obras, sus prácticas de riego y sus coeficientes de consumo para aplicarlos a tierras muy distintas como son las nuestras. Aquellos ciegos admiradores se olvidaban del fracaso de todos los diques que había construido aquí, en ríos de características diferentes de los alpinos que conocía, fracaso



FIG. 2.

que alcanzaba muchas otras obras proyectadas por el mismo. Hemos analizado todas estas circunstancias y no nos repetiremos. Los años y los hechos han confirmado el acierto de nuestros juicios severos pero siempre bien inspirados y certeros. Con esa escuela de imitación cómoda, y al amparo de aquella figura, se han cometido los más graves errores que afectan nuestras grandes empresas de regadíos, cuyas consecuencias seguiremos lamentando para siempre en el país.

En la red de distribución del valle superior del río Negro, las exageradas dimensiones asignadas a los canales y sus obras, para responder a dotaciones unitarias impuestas por imaginarios consumos que allí sólo arruinan los suelos, y para los cuales ni siquiera se han sabido imponer, en tiempo oportuno, las prácticas de los

turnos que habrían reducido enormemente los desembolsos prohibitivos realizados, como lo hemos demostrado antes de ahora ⁽⁷⁾, son testimonios irrefutables que lejos de atenuarse en las ramificaciones complementarias, se han acentuado en todas las de la red. ¡Es tan difícil contrariar la rutina, máxime cuando ella invade a los que la consagran en la cátedra, y por aquello del *magister dixit*, no pueden decorosamente confesar que han enseñado mal a generaciones enteras!

Así se ha precipitado el ascenso de la napa freática, mucho antes de haber entregado las tierras a los cultivos nobles que el exagerado costo de aquellas obras reclama: la alta proporción de tierras revenidas y salitrosas en un valle virgen como era aquél lo comprueba, así como la ruina de la « Cooperativa de Gral. Roca » y otras varias. Son circunstancias reveladoras del fracaso de esa escuela que ha invadido todos los núcleos regados del país que el gobierno de la Nación ha entregado a los mismos técnicos. Han conseguido arraigar el más acentuado malestar económico, simple resultado de fundamentales errores técnicos. La primer investigación sería que se realice y que fatalmente tendrá que venir, exteriorizará esta deplorable situación de los regadíos administrados por la Nación. En cambio, había todo derecho a suponer que servirían de modelo a imitar en los mucho más extensos de iniciativa privada amparados por los gobiernos provinciales.

¡Nuestra inspección confirmó plenamente nuestras presunciones. En toda la región no había dónde recoger informaciones concretas. Las tierras se entregaban a una explotación ganadera ovina, modesta y rudimentaria. Lo hemos recordado al escribir en su hora ⁽⁸⁾: « Para el caso del riego en las tierras de Patagones, la fijación del consumo unitario de agua era necesaria precisamente porque se habían establecido coeficientes numéricos sin precedente local alguno y cuya adopción creaba una dificultad indiscutible para la inmediata realización de las obras proyectadas ».

Antes de salir para Tucumán donde nuestra presencia era requerida con urgencia, y en el deseo de abreviar, dentro de lo posible, la demora que tanto preocupaba al gobernador, documentamos el resultado de aquella prolija jira. Así es como, salvando un error

(7) *Adoptemos la dotación volumétrica en los regadíos argentinos*, « Rev. del Centro de Estudiantes de Ingeniería », año XXXI, nº 341, 1930.

(8) Ob. cit., pág. 147.

de fecha, escribimos entonces: « Por estas consideraciones, en noviembre de 1905, antes de firmar nuestro contrato con el gobierno de la provincia de Buenos Aires, hicimos notar en comunicación oficial dirigida al señor ministro de obras públicas, la necesidad de crear una chacra experimental en Patagones, establecida en la altiplanicie, con el principal propósito de deducir experimentalmente la cantidad de agua necesaria para diferentes cultivos. Este es el origen de la referida chacra, cuya creación y conservación representa una fuerte erogación para la provincia, pero cuyos resultados, aunque de un corto período de observaciones, compensan



FIG. 3.

con exceso los sacrificios hechos. Ellos nos han dado la oportunidad de demostrar lo que sospechábamos desde el primer momento de su creación: que el caudal de agua necesario para obtener rendimientos notables era mucho menor que el que habían fijado los diferentes profesionales que se habían ocupado del asunto » (9).

Decidida la instalación de la chacra y resuelta la firma de nuestro contrato con el gobierno, con mensaje del 23 de noviembre de 1905, el P. E. convocó a la H. Legislatura a sesiones extraordinarias para someterle este asunto, mientras que el ministro, en 12 de diciembre del mismo año, solicitaba del intendente municipal la

(9) Ob. cit., pág. 147.

entrega de cien hectáreas en el nuevo ejido de las chacras de Patagones. «tierras que deben quedar a la elección del referido ingeniero Wauters, pues deben reunir varias condiciones, entre otras, la de prestarse para la experimentación proyectada», según términos del ministro Etcheverry.

Nuestro contrato, firmado en 29 de enero de 1906, aprobado por el P. E. el mismo día y reducido a escritura pública el 31 del mismo mes, establecía en su art. 3 que: «se acompañará al estudio un proyecto de ley de riego y análisis de las tierras y de las aguas, así como *las observaciones y conclusiones que se obtengan de un campo de experimentación sobre los diversos cultivos*». Recién en 5 de abril de 1906 el concejo deliberante confirmó la resolución del intendente que nos había entregado, no ya las 100 Ha. pedidas por el ministerio, sino 150 Ha. que elegimos personalmente y constituyen las chacras del nuevo ejido n° 25 a 29, 45 a 49, 65 a 69 y parte de las perimetrales n° 4 a 10, 24 - 30 - 44 - 50 - 64 - 70 y 84 a 90, y que forman un cuadro de 1500 m. por 1000 m., con una reducción impuesta por la construcción de la estación ferroviaria, hoy existente.

Véase con cuánta exactitud pudimos afirmar que «la chacra fué creada a nuestro pedido para comprobar con los hechos que la dotación de agua necesaria para el regadío en esa zona es muy inferior al consumo que generalmente se adopta, obedeciendo a coeficientes recogidos para tierras de condiciones completamente distintas» ⁽¹⁰⁾. Así era reclamada con toda previsión, pues «era preciso destruir prejuicios, creados únicamente por profesionales que, sin criterio propio, se dejan seducir por opiniones ajenas, sin entrar a analizar el fundamento de su aplicación al caso estudiado» ⁽¹¹⁾. Es concepto que recalcamos al escribir más adelante que no fué propuesta «para demostrar la fertilidad del suelo, sino para fijar experimentalmente el consumo necesario de agua para el riego. Aquella fertilidad es proverbial y existen muchos cultivos antiguos que dan a su respecto pruebas irrefutables».

Durante el largo período transcurrido desde entonces hemos visto desfilar varios fundadores de la chacra que nos ocupa, gobernadores, ministros, ingenieros y agrónomos: nos ha sido dado conocerlos por las fotografías difundidas por los periódicos. Lo han repetido documentos oficiales; y así se confirma, una vez más, que debe re-

(10) Ob. cit., pág. 331.

(11) Ob. cit., pág. 332.

sultar difícil hacer verdadera historia sin caer en el peligro de cometer errores cuando ello pasa con minucias como esta.

II

OBJETIVO PREDOMINANTE EN LA PRIMERA HORA

Resulta evidente que no se perseguía propiamente una racionalización de cultivos inexistentes ni mucho menos una aclimatación



FIG. 4.

de otros, iniciativas prematuras en ese momento, sin duda alguna. Era otro muy distinto el propósito que nos animaba en la circunstancia, más fundamental para el éxito del proyecto. Ni siquiera nos influía el recuerdo del histórico primer ensayo del género en suelo argentino. Cuando Rivadavia, por decreto del 7 de agosto de 1823, creaba «un jardín de aclimatación» en la Recoleta, contratava un profesor en Londres y designaba un «jardinero botánico» para atenderlo, se proponía «perfeccionar los trabajos y aumentar los conocimientos del arte que multiplica y mejora los vegetales». Pero no estaría muy preparado el ambiente, ya que no es posible que faltaran tierras para llenar ambos objetivos a la vez, cuando Dorrego, en 14 de febrero de 1828, consideraba que «ningún local era más indicado para cementerio que el terreno contiguo a él en

que se hallaba el jardín de aclimatación y la escuela », y los suprimía antes que empezaran a dar sus frutos.

Al formular nuestro informe y comentar los resultados prácticos de la experimentación realizada, con verdadero acopio de antecedentes ⁽¹²⁾, comprobamos que todos los países con extensos riegos, alarmados por la ruina de muchas tierras y por la decadencia de su producción, designaban comisiones para estudiar sus causas. Todas recomendaban la reducción de la dotación unitaria para el consumo en los riegos, en los precisos momentos en que nuestras reparticiones oficiales aceptaban ciegamente los mismos coeficientes causantes del malestar corriente.

Así, mientras formulaban sus proyectos y partían de consumos de 0,60 a 0,90 l. s. por Ha. para las tierras vírgenes del valle, porque atribuían la recomendación a Cipolletti, la chacra de Patagones, en la altiplanicie, comprobaba la suficiencia de un suministro medio de 7500 m³ por Ha. al año, de los cuales 6000 m³ para satisfacer las necesidades de los cultivos y para dejar el saldo de 1500 m³ para cubrir todas las pérdidas antes de entrar al terreno regado. Dicho en otros términos, representaba una dotación de 0,25 l. s. por Ha., con pérdidas previstas de 25 %.

Agregábamos ⁽¹³⁾: « la dotación es amplia, y como toda la tierra fiscal no podrá someterse al regadío simultáneamente, sino que pasarán muchos años antes de que toda la superficie beneficiada se encuentre en trabajo, los canales habrán tenido tiempo sobrado para quedar curados y reducidas a un mínimo las pérdidas en caso de que en el primer momento, por ser nuevos los canales, aquellos porcentajes adoptados fueran reducidos, o en ciertos manchones de la zona a regarse los consumos unitarios resultaran, por algún tiempo, mayores que los deducidos experimentalmente en la chacra de ensayos de Patagones ».

Podíamos así escribir con todo acierto que llegamos a un consumo unitario « muy semejante al adoptado en Egipto de 0,275 l. s. por Ha., no obstante las condiciones climáticas favorables al caso que nos ocupa, y a la circunstancia de no ser la zona apropiada al cultivo de ciertas especies que, como el arroz y la caña de azúcar, provocan en Egipto el aumento del consumo unitario » ⁽¹⁴⁾.

Las ciénagas y los salitrales de San Juan, Mendoza y Tucumán

⁽¹²⁾ Ob. cit., págs. 135 a 145.

⁽¹³⁾ Ob. cit., pág. 162.

⁽¹⁴⁾ Ob. cit., pág. 162.

que preocupan a las autoridades y que conocíamos a fondo de tiempo atrás así como sus causas, nos ofrecían una experiencia propia que hubiera sido incalificable desatender al proyectar la incorporación de nuevas tierras al regadío del país. Los riegos de la colonia de Gral. Roca, en el mismo valle superior del río Negro, con ser relativamente nuevos, demostraban cuán fundadas eran nuestras preocupaciones. A las hipótesis oficiales debíamos oponer experiencias. Así, pues, «la fundación de la chacra era indispensable, cualquiera que hubiera sido su costo: era preciso encontrarse



FIG. 5.

en condiciones de oponer a hipótesis hechos concretos y datos numéricos deducidos de la experimentación directa » ⁽¹⁵⁾.

Mientras se preparaba el terreno de la chacra, se instalaban las bombas y cañerías para la elevación del agua a la altiplanicie, se construían los primeros edificios, nos creaba dificultad seria la falta de personal idóneo para las múltiples labores que importa el riego artificial. El art. 4 de nuestro contrato, por otra parte, establecía que debíamos proponer el personal que quedaba bajo nuestra «exclusiva dirección». Nuestra responsabilidad era evidente; y así, al proponer al agrónomo que fué nombrado, le entregamos instrucciones muy terminantes y precisas que tardó en interpretar a nues-

(15) Ob. cit., pág. 149.

tra satisfacción, obligándonos a fundar nuestro proyecto en un solo ciclo de ensayos.

Por eso escribíamos: « el mismo encargado de la chacra, el agrónomo señor F. Leblanc, no había regado nunca un terreno artificialmente; y, por lo tanto, debía tropezar con serias dificultades, no pudiendo disponer de personal obrero práctico y competente que supliera, en parte, su propia falta de experiencia. No obstante, su empeño venció inconvenientes y, aun cuando no basta la buena voluntad en estas cuestiones, pueden presentarse algunos resultados que hemos analizado en otro capítulo » ⁽¹⁶⁾.

Por eso decíamos a renglón seguido: « Es de esperar, en mérito al verdadero carácter que, desde un principio, debió revestir la clase de ensayos, que se persista en estudiar especialmente las características del riego, se prescinda de ensayos de aclimtación de plantas o especies nuevas, cultivos de semillas o árboles de adorno, etc., para recordar que la oportunidad de estos estudios vendrá más tarde cuando aquéllos hayan contribuido a dar bases sólidas a la solución de las cuestiones inherentes al regadío en gran escala, es decir de las que afectan los grandes cultivos, reducidos en número pero que cubrirán enormes extensiones de tierras ».

Por suerte el gobierno atendió nuestra recomendación. El mismo agrónomo, en dos ciclos sucesivos, confirmó la exactitud de los resultados del primero y completó una labor meritoria de observación que habría perfeccionado aún más. Su muerte prematura la interrumpió ⁽¹⁷⁾.

En su cátedra de la universidad de Buenos Aires, el ing. Mercau ha reconocido que, en esta materia, « el único ensayo de importancia realizado en el país, es el de la chacra experimental de Patagones, cuya creación fué debida a la iniciativa del ingeniero Wau- ters, con el objeto de obtener los datos, más o menos precisos, para el proyecto de riego de la región, cuyo estudio le fué encomendado por el gobierno de la provincia » ⁽¹⁸⁾. No obstante este reconocimiento, en los mismos proyectos oficiales en que intervenía para el valle superior del río Negro, se adoptaban los coeficientes que otros países se esforzaban en reducir ante los perjuicios que provocaban.

⁽¹⁶⁾ Ob. cit., pág. 333.

⁽¹⁷⁾ *Ensayos de irrigación en la chacra experimental de Patagones*, 1910.

⁽¹⁸⁾ M. ZUCAL, *Hidráulica agrícola e Hidrología*, pág. 246, 1910.

Al llevar la representación oficial del gobierno nacional al Tercer Congreso Científico Latino Americano, celebrado en Río de Janeiro en 1905, y presentar una extensa memoria sobre regadíos locales que el H. Congreso de la Nación nos honró haciéndola publicar por cuenta del Estado ⁽¹⁹⁾; conseguimos la aprobación unánime de esta ponencia: « ¿Es o no conveniente recomendar a los gobiernos sudamericanos especial estudio de la política hidráulica? » En la sesión siguiente del Cuarto o Primer Pan-Americano celebrado en Santiago de Chile en 1908, donde nos honramos con igual delegación del P. E. de la Nación, se presentó una memoria descriptiva más general, sin referencia alguna a la necesidad de chacras experimentales ⁽²⁰⁾. Pero en una edición del año 1910, el autor intenta « presentar una obra de conjunto que ofreciera de un modo completo *el estado actual* del desarrollo de la irrigación en el país, considerándola del triple punto de vista histórico, técnico y legal ».

No obstante este simpático anuncio del prefacio, sólo en sus conclusiones considera que « habrá que abordar de una vez el establecimiento en todo el país de numerosas chacras experimentales » ⁽²¹⁾. Al explayarse sobre las ventajas que reportarían parece sospechar que los regadíos en explotación no responden a las exigencias de su técnica; pero como al escribir formaba parte de la administración, le resultaba vedado referirse libremente al estado actual que prometía describir. La chacra de Patagones, de cuyos resultados se hizo profusa publicidad, ofrecía la única experiencia oficial adaptable a grandes extensiones de la región árida del país. Pero, no obstante sus probables buenas intenciones de recordarla, no podía referirse a sus enseñanzas para comprobar la rutina y el empirismo dominantes en la administración: de ahí que prefiriera no citarla como valor existente en el país. Cuando algún técnico ya jubilado pretendió referirse a ella, lo hizo con poca suerte: le demostramos que había perdido una excelente oportunidad de callarse. No fué nuestra la culpa que pretendiera interpretar experiencias que estaban completamente fuera de su alcance ⁽²²⁾.

(19) C. WAUTERS, *Zonas de regadío en Tucumán*, 1908.

(20) F. A. SOLDANO, *La irrigación en la República Argentina*, 1908.

(21) Ob. cit., pág. 224.

(22) *Obras de irrigación para la Colonia de Real del Padre vistas por su fundador*, 1920.

III

SÍNTESIS DEL RESULTADO DE LOS ENSAYOS

No era posible satisfacer el propósito determinante de orden técnico que tuvimos en cuenta al promover la fundación de la chacra sin adelantar, simultáneamente, el conocimiento de otros varios factores íntimamente relacionados con aquél. Tierras de vegetación arbustiva muy rústica y con escasos pastos duros, servidas con lluvias insuficientes y de distribución irregular, con un total variable entre 130 y 630 mm. anuales, todos los cultivos ensayados han debido imponerse arbitrariamente en la chacra, sin orientación alguna. Puede abrirse juicio respecto a los ensayados, pero nada puede adelantarse con respecto a la aclimatación posible de otros mejores, o, dentro de aquéllos, de variedades más apropiadas al ambiente. Los tres ciclos anuales estudiados, con lluvia promedia anual de 162,2 mm., han correspondido al período más seco corrido desde principios del siglo, inferior en 42,5 % al promedio general registrado de 283,5 mm. Esta circunstancia debe tomarse en cuenta al utilizar los resultados obtenidos, si bien el volumen total de agua suministrado a los cultivos se mantuvo idéntico al del primer ciclo, al compensar la deficiencia de las lluvias con un mayor número de riegos y de reducido caudal en cada uno de ellos.

El clima fué estudiado muy de cerca. La temperatura, sujeta a continuas oscilaciones diurnas y mensuales, en gran parte provenientes de la falta absoluta de reparos, montes y bosques, corresponde al clima suave y templado que se desarrolla entre límites que raramente llegan a perjudicar la vegetación. Las mínimas de poca intensidad, una sola vez por año de 0,7°C. y en período de gran seca, sólo afectan pocos cultivos finos que pueden defenderse con eficacia. Las máximas de 35 a 39°9 son rarísimas, desconocidas en absoluto las superiores a 40°. Los vientos son constantes, muy escasos los violentos así como los días de calma completa. La nebulosidad es limitada; y como consecuencia, la irradiación solar muy intensa: determina la precocidad en la maduración de granos y frutos, influye en la coloración y aroma de las flores, todo lo que se traduce en una rápida evolución del ciclo vegetativo que compensa la poca duración de los veranos, muy propia de la latitud comprendida entre los 40° y 41°.

Las lluvias anuales, promedias de 37 años de observación continuada, no pasan de 283,5 mm.; en su gran mayoría son inferiores a 5 mm. y predominan las de 1 mm. Las provechosas, con más de 5 mm. son pocas, doce al año más o menos, distribuidas sin regularidad alguna. La irrigación artificial resulta indispensable. Los rocíos son frecuentes en otoño e invierno. El granizo es poco frecuente, de pequeño volumen, al comienzo y fin de invierno, raro en primavera: no perjudica los cultivos.

Se hicieron dos perforaciones a 30 m. de profundidad, hasta alcanzar la napa de agua que ha resultado salobre, sujeta a las oscilaciones del nivel de las del río, pero de naturaleza muy distinta. Después de la capa vegetal húmifera superficial de 0,45 m. de espesor, aparece el subsuelo areno-arcilloso en espesor de 1,20 m., bastante calcáreo de color amarillo obscuro, con algunos cristales de yeso. La siguiente capa con más arcilla, yeso y pedregullo, esponjosa y rojiza de 1 m., con la inmediata inferior de 1,25 m., más calcárea y color blanquecino, se superponen a una delgada, compacta, muy resistente, arcillo-calcárea pero sólo de 9 cm. de espesor: es el caliche de todas nuestras tierras desérticas, el hardpan, alios, orstein o kankar de la India. Otra de igual espesor se presenta a los 18 m. más abajo.

Diez muestras permitieron el estudio físico del suelo y del subsuelo. Aquél resulta apto para la irrigación, a pesar de su reducido coeficiente de imbibición y su rápida desecación. Son factores que reclaman riegos frecuentes y de poco caudal de agua. La permeabilidad del subsuelo asegura un drenaje completo. Su estudio químico se ha fundado en 22 muestras que permiten clasificarlos como fértiles, aun cuando haya poca proporción de materia orgánica y humus en el suelo frente a los otros elementos que son abundantes. El subsuelo contiene calcáreo al estado de carbonato asimilable, permanente depósito que las aradas profundas permiten incorporar al suelo vegetal con ventaja. La cantidad total de ázoe deja que desear para algunos cultivos que lo requieren en abundancia como el lino, el cáñamo, varias hortalizas y algunas forrajerías.

Las aguas del río Negro han sido analizadas. Por su pureza y temperatura son convenientes a la irrigación; pero la escasa proporción de elementos asimilables que contienen, en su mayor parte innecesarios para las tierras que los tienen en abundancia, las hacen únicamente utilizables para suplir la insuficiencia de las lluvias en riegos de caudal reducido, pero en número suficiente y es-

tricto para no lavar los terrenos y substraerles sus elementos fertilizantes. En cuanto al sedimento que traen en suspensión, es de 51 kg. por m³ de agua, en término medio del año completo, de los cuales 44 kg. son de arena y arcilla; el saldo de 7 kg. es de materias orgánicas, sustancias volátiles y pérdidas. El análisis demuestra que es despreciable el ázoe, exclusivamente contenido en las materias orgánicas y que pasa lo mismo con el ácido fosfórico y la potasa. En el Nilo, en cambio, cada m³ de agua deposita 312 kg. de sedimento, con 41 kg. de materia orgánica, de la cual 1.5 kg. de ázoe. Aquella escasez de limo, si bien dificulta la cura de los canales, asegura su permanente limpieza y su insignificante influencia en las tierras que han de regarse con ellas.

El proceso de la evaporación fué detenidamente estudiado en superficie de agua libre expuesta a la acción del aire y de los vientos al ras del suelo y, por separado, en otra de tierra semanalmente saturada de agua. En el ciclo seco que correspondió a las observaciones, en el primer ensayo resultó de 1572 mm. al año y para el segundo con una reducción de 15 %. Este es, pues, un dato interesante; pero como los riegos son siempre más distanciados que una semana, se reduce a una simple orientación que debe tenerse muy presente. Por otra parte, no se han realizado ensayos en tierras con reparos que no hubieran tenido tiempo para desarrollarse.

Los ensayos de riego, una vez determinadas las características físicas del suelo, se establecieron en base a su coeficiente de imbibición normal de 37,5 %; admitido con Hellriegel que la humedad favorable a la vegetación está comprendida entre el 30 y 50 % de aquél, se adoptó el valor inferior. La experimentación permitió una reducción aún mayor en las tierras estudiadas hasta de 20 por ciento, sin hacer peligrar los cultivos pero, en cambio, se disminuyó su rendimiento. En tal forma, quedaron fijados los riegos al máximo y al mínimo, así designados en la serie de los ensayos realizados y que sólo acusaban una relación arbitraria de consumo, los últimos en cultivos conservados al margen de un marchitamiento permanente. La evaporación en el terreno humedecido, mayor cuanto más saturado de agua se encuentra, justifica que los riegos al máximo tengan que ser más frecuentes que en los mínimos para conservar la misma humedad prefijada.

En una síntesis como esta no es posible recordar los resultados obtenidos con cada uno de los cultivos ensayados. Los tres ciclos experimentados han permitido algunas conclusiones cuyos justifi-

cativos sabrán hallar los interesados en los cuadros publicados. De ellos puede deducirse que la dotación unitaria de agua para el alfalfar « está lejos de acercarse a la tan generalizada idea de la mayoría de los experimentadores que reputan como necesaria para la alfalfa la cantidad de un litro por segundo por hectárea »; que cuanto mayor es el número de riegos aplicados a las forrajeras de verano, tanto menor es la cantidad de agua necesaria para obtener una unidad de producto; que pueden recomendarse la lupulina, los tréboles, y otras gramíneas y leguminosas, así como las remolachas, zanahorias y habas forrajeras; y que, sin entrar al aspecto económico, los cereales comunes, muchas plantas industriales, tubérculos y hortalizas dan buenos resultados con la irrigación.

Entre los cultivos nobles, la vid es el único que se alcanzó a estudiar, aunque todavía en forma incompleta. Despierta absoluta confianza en el porvenir de su aclimatación a la región. « No hay duda, dice Leblanc, que el cultivo de la vid constituye el eje de las futuras explotaciones agrícolas que se implantarán en las tierras de este partido, una vez sometidas al riego ». Su desarrollo requiere de 3 a 4100 grados de calor en el año; y en Patagones, normalmente, se alcanzan 4000°; no hay heladas ni granizo. Es el país del almendro y el olivo; bastaría agregar que el famoso y tradicional guindado de Patagones confirma el proverbio japonés: « las flores de cerezo no están hechas para el huracán ». Ellas caracterizan el clima benigno de la región.

Si agregamos que la menor necesidad de agua de riego que requiere, distribuída en pocos riegos, de reducido caudal por servirse en surcos y que los invernales no son necesarios, se agrega un factor más a sus ventajas. Muchos frutales y forestales participan de estos beneficios; pero los ensayos no son suficientes para pronunciarse sobre sus resultados en términos precisos. El agrónomo Leblanc, que prometía una publicación especial sobre el cultivo de la vid, « cuya importancia excepcional es notoria para la región », habría hecho otro tanto para hacer conocer los resultados relativos a estos cultivos de gran porvenir en ella, pero de crecimiento más lento. Tenemos entendido que su sucesor, el agrónomo D. Pedro A. Bovet, ha entregado a la dirección de agricultura, ganadería e industrias del ministerio de obras públicas de la provincia, una memoria sobre los primeros años de cultivos frutales y forestales que no se ha publicado hasta la fecha.

IV

LA PEDOLOGÍA IMPONE NUEVAS ORIENTACIONES

Treinta años han transcurrido desde la fecha de nuestras primeras sugerencias para fundar la chacra de Patagones. Desde entonces se ha desarrollado una ciencia nueva que se propone estudiar la materia prima más abundante de que dispone el hombre, de la que ha hecho uso, o más propiamente abuso desde que existe la humanidad, en todos los tiempos y en todas las regiones del mundo. Rusia ha dado a la pedología, creada por Docoutchaiew, importancia preponderante con el propósito de utilizar con provecho sus extensas tierras desérticas y para hallarse en condiciones de sostener en ellas su norme población.

Estudia el suelo con independencia de sus aplicaciones. Y así como, entre nosotros, acaba de iniciarse con relación a su mejor aprovechamiento en nuestros caminos de tierra ⁽²³⁾, los que más han de generalizarse mientras sea escasa la población así como la densidad de su producción, en aquella chacra esa misma ciencia nos interesa en su aspecto agronómico frente al riego artificial. Permitirá perfeccionar los resultados de los ensayos iniciales y localizar, en las distintas zonas que comprende el extenso latifundio fiscal de Buenos Aires, el asiento de cada cultivo previamente seleccionado por la experimentación directa, de modo que asegure una renta cierta y durable capaz de fijar una población satisfecha y feliz de vivir en ellas.

El suelo, capa superficial del terreno en que las plantas arraigan y que el hombre ara y cultiva, vive, evoluciona y muere por el juego de influencias físicas, químicas y biológicas que los agentes climáticos y la vegetación ejercen sobre las tierras primitivas, muchas veces las mismas que se conservan todavía en el subsuelo que recubre. La intervención artificial del agua trae un desequilibrio forzoso cuyas consecuencias conviene conocer por anticipado para no proseguir el empeño, tantas veces repetido, de arruinar inconscientemente grandes extensiones de tierras vírgenes bajo el pretexto de un fomento mal entendido, a base de un riego rutinario como el habitual. Re-

(23) J. GOLLÁN (h.), *Clasificación de los suelos con miras al estudio de subrasantes y superficies de caminos*, 1934.

cuérdese el caso reciente de los EE. UU. de N. América que, tras estudios de esta clase y para evitar la inversión de capitales a pura pérdida en tierras impropias para la agricultura, no obstante la imperiosa necesidad de ellas ante el crecimiento de su población, expropió cerca de un par de millones de hectáreas, distribuidas en 25 estados, para convertirlas en zonas de puro esparcimiento.

Los análisis físicos y químicos suelen responder a la composición del subsuelo subyacente en sus elementos más gruesos y mejor conservados. Pero en los más finos las transformaciones físico-químicas y orgánicas son muy complejas. Aparecen aquí los elementos coloidales que proporcionan al suelo sus propiedades esenciales, la arcilla de origen mineral por una parte y el humus de origen orgánico, de influencia preponderante por la acción de la temperatura frente al agua, por la otra.

Las tierras de Patagones son de vocación ganadera característica muy primitiva. Al hacerlas regables, para sostener cultivos nobles que justifiquen las inversiones que las costosas obras de riego demandan, es indispensable conocer la forma cómo se comportarán frente a tan radical transformación. Los primeros ensayos realizados son altamente promisorios; pero deben proseguirse a la luz de los conceptos modernos impuestos por esta nueva ciencia y ser cuidadosamente revisados para proporcionar enseñanzas que, además, sean útiles en una gran extensión de las tierras áridas del país.

El material de observaciones acumulado en Patagones es precioso elemento de juicio para el experimentador futuro, a pesar de haberse interrumpido las investigaciones de los primeros años, y no haberse seguido de cerca el proceso de desarrollo de las plantaciones existentes en la actualidad. Una tentativa para reanudar los ensayos de cultivo de secano se había intentado por decreto del 10 de marzo de 1925; pero fué muy luego abandonada ante « las dificultades que se presentan en tal empresa ».

El estado de los cultivos en la chacra revela fallas evidentes, en cuanto al aspecto que debieron revestir, después de cumplido el objetivo predominante que provocó su creación y que se ha llenado satisfactoriamente. No era posible evitarlas entonces ante la premura requerida en la presentación del proyecto de las obras de riego. Pero no ya en los años sucesivos y en tan largo período de años. Acusan falta de experiencia, irremediable ya para no perjudicar los valores creados, pero que resta importancia a la exactitud de los resultados que debe proporcionar una experimentación oficial, severa y ordenada.

En efecto: todos los cultivos actuales de la chacra se han hecho sin preparar previamente el suelo y sin procurar su mejoramiento con el cultivo de transición consagrado por la experiencia en todas las tierras desérticas entregadas al riego en el país. La alfalfa, de preferencia a otra forrajera, mantenida cinco años como mínimo, provoca el proceso biológico indispensable para su transformación, previa a todo cultivo noble del cual quiere sacarse un discreto rendimiento. En la memoria descriptiva de los ensayos realizados en la chacra se repite con insistencia la necesidad de mejorar el suelo por faltar alguno de los elementos fertilizantes esenciales, especialmente el ázoe. Arrancarlo a la atmósfera, asimilarlo y llevarlo al suelo por las raíces es casualmente la función de la valiosa forrajera y que hay interés en activar todo lo posible.

Cross ha comprobado que, si la alfalfa común queda estacionada en las tierras de riego durante el invierno, existen otras variedades de la misma que siguen creciendo en esa época hasta dar 2 ó 3 cortes, precisamente cuando más escasea el forraje ⁽²⁴⁾. El proceso de mejoramiento del suelo resulta así más activo. Es de suponer que existan variedades que permitan adoptar el recurso a las tierras de Patagones. La acción de la alfalfa, como la de otros abonos verdes, es múltiple y a ella se agregan las bióticas, microorganismos, algas, hongos, bacterias, la flora y la fauna que incorporan materias orgánicas al suelo y forman el humus.

Martín Gil, nuestro erudito y prestigioso ex condiscípulo, nos habla con entusiasmo de las hormigas *sauba* y *tanagina* a las cuales los brasileños deben gran parte de su riqueza agrícola y de los *tucurús* que, en las llanuras del noreste argentino, cubren grandes extensiones de campos que, emparejados, arados y pulverizados han asegurado magníficas cosechas. Y el profesor Gollán ⁽²⁵⁾, para mostrar la importancia e intensidad de esta acción biótica, recuerda a Jehring que, en la región del río Sinos, en el Brasil, describe unas hormigas que han transportado la arcilla del subsuelo al suelo arenoso superficial hasta cubrirlo de una capa de 1,50 m. de espesor; a Keller que, en Madagascar, halla unas lombrices de 1 m. de largo y 2 cm. de diámetro que, cada media hora, ingieren y descargan 100 gramos de tierra húmeda; y se refiere al *mil piés* de la Reunión que consume en cantidades considerables brotes y ramas caídas de los árbo-

(24) W. E. CROSS, *La obra de la estación experimental agrícola de Tucumán desde su fundación*, pág. 4, 1929.

(25) Ob. cit., pág. 135.

les, ciertas hormigas comunes que pulverizan troncos e incorporan el serrín al suelo, y a la actividad de los micro-organismos que oxidan la materia orgánica al extremo de consumir, en algunos suelos, hasta 2 litros de oxígeno por metro cuadrado diarios.

Para el ojo experimentado, el estado de los viñedos, frutales y forestales de la chacra revela este vicio originario: el desarrollo y el crecimiento de todos estos cultivos debían ser muy distintos si el laboratorio en que debían actuar sus raíces hubiera sido previamente habilitado para satisfacer ese objeto. Los ensayos realizados no pueden ser sino en alto grado deficientes y no ofrecen una orientación satisfactoria sobre el verdadero proceso de vida de los cultivos. Desde 1910 demostró Cameron, en forma concreta, que es imposible determinar la fertilidad de los suelos valiéndose del análisis químico; las plantas son profundamente sensibles frente a los elementos fertilizantes del suelo y son tan groseras las aproximaciones que proporcionan los métodos analíticos, que sólo puede alcanzarse aquel conocimiento con el estudio de la misma planta y con el llamado análisis fisiológico del suelo, o en último caso, según Newbauer, con el químico-fisiológico para reducir la demora que aquél impone. Es inconcebible que los agrónomos que han intervenido en la chacra hayan procedido diversamente.

No es fácil hallar correctivo a semejante error inicial. El tiempo es un factor que no se substituye. En otras regiones desérticas hemos visto destruir viñedos y plantaciones frutales costosas que habían sido hechas por agrónomos universitarios argentinos, para alfalfar el terreno y rehacerlas años más tarde. Personalmente hemos preferido comprar viejos alfalfares para no perder tiempo en ese lento proceso. Un cálculo sencillo comprueba que es recurso que impone la reducida producción que trae aquella falla originaria y que los gastos de explotación no toleran. En la chacra de Patagones las plantaciones frutales más recientes están hechas en tierras vírgenes. No hay alfalfar en toda ella. Sólo su ensanche, para trabajar correctamente en las tierras incorporadas, resolvería la situación para el futuro, si no se prefiere arrancar las plantaciones existentes para provocar una renovación gradual, esto es eliminar las más nuevas y alfalfar el terreno.

Los ensayos de irrigación en los alfalfares de transición, en un período mínimo de cinco años para unas parcelas y de diez para otras, permitiría establecer una comparación esencial sobre su influencia decisiva en el rendimiento de los respectivos cultivos no-

bles ulteriores, y para fijar, con precisión, las mejores normas supeditadas a las enseñanzas modernas de la edafología frente a los riegos. La corrección del suelo que la alfalfa produce se haría resaltar al través de varios años, no obstante aparecer insensible de un año a otro. La comparación entre los años extremos, en cambio, fijará una orientación instructiva que no excluye el estudio de otras influencias de la alfalfa. Cross afirma, por ejemplo, que cultivada 2 ó 3 años después de arar los terrenos que han tenido caña de azúcar, a modo de cultivo de rotación y antes de volver a plantarla, no sólo aumenta su fertilidad y mejora sus condiciones físicas, sino que ellos se higienizan, « pues durante el período que están con la alfalfa desaparecen muchos de los causantes de las plagas que perjudican la caña » ⁽²⁶⁾.

V

INFLUENCIA DECISIVA DE LA INTERVENCIÓN DEL AGUA

La embriaguez del agua es de efectos deplorables para los cultivos. Si son inevitables en los de temporal, expuestos a las frecuentes irregularidades de las lluvias, es imperdonable que se persista en arruinar suelos y cultivos con regadíos artificiales, con obras reguladoras permanentes destinadas, precisamente, a evitar aquellas variaciones para someterlos a procesos de rigor más científico.

Los suelos de la chacra, con proporción de 77 a 88 % de arena, con predominante proporción de gruesa hasta de 45 a 67 %, reduce la de arcilla a una de 3 a 9,7 % y la de humus a otra de 0.23 a 0,54 %; señalan evidente falta de coloides, condiciones especialmente desfavorables para el regadío, como es corriente en tierras desérticas que reclaman, por eso, las correcciones que la experimentación previa en la chacra debe fijar. Su coeficiente medio de imbibición de 37,5 %, muy reducido por cierto, es consecuencia de su textura: los elementos finos y coloides lo mejorarían, pues si comúnmente los poros representan de 40 a 50 % del volumen total y la saturación se alcanza al ocupar con agua desde 50 a 60 % de ellos, normalmente aquel coeficiente sólo debería oscilar de 20 a 30 % del volumen total.

⁽²⁶⁾ W. E. CROSS, *Notas sobre la cultura agronómica de Tucumán en su régimen y desenvolvimiento en los últimos 50 años*, pág. 46, 1933.

En estas tierras desérticas la capilaridad no reviste interés sino muy secundario, máxime con napa de agua a 30 m. de profundidad y con dos capas impermeables interpuestas. Sólo el riego puede proporcionar la humedad necesaria para los cultivos. De ahí la vital importancia del estudio de la forma cómo actúa. Satisfecha la capacidad normal, el suelo no retiene más agua, de modo que resulta imposible almacenarla en el mismo para responder a las épocas de escasez: la capilaridad no interviene y el agua en exceso queda irremediabilmente perdida. Sólo se perjudica el subsuelo, pues el agua se deposita sobre la capa impermeable y su nivel se levanta, como lo haría en caso de existir una napa freática, a razón de 4 cm. por cada centímetro de agua dada en exceso; esta ascensión es más rápida en terrenos arenosos y más activa en los finos.

El riego asegura una distribución uniforme del agua hasta satisfacer la capacidad normal. Con mayor cantidad se aumenta la profundidad de la penetración pero no la cantidad de la retenida por el suelo: es agua perdida. Los riegos reducidos mantienen el contenido de humedad de las capas superficiales entre los límites fijados: son éstos los que deben establecerse experimentalmente. El arroke o carpida superficial que se propone crear una capa aisladora de suelo seco, no es recurso apreciable en las tierras desérticas como lo es en las regiones lluviosas para conservar humedad en épocas de seca. En cambio, la permanente limpieza del terreno para suprimir hierbas es indispensable, pues el crecimiento de estas plantas consume rápidamente el agua del suelo; es necesario que éstas sean únicamente las cultivadas con fines de utilidad, ya que el agua despierta tantas preocupaciones y exige siempre muchos gastos.

Si se pretende humedecer el suelo con menor cantidad de agua que la que corresponde a su capacidad normal, sólo se consigue reducir el espesor de la capa mojada, pues ella se satura y deja las inferiores en seco. Se han hecho investigaciones con el propósito de disminuir el consumo de agua; se esperaba que ella se distribuiría en todo el suelo y que la planta acabaría por secarlo. Viehmyer, en 1927, ha demostrado que el supuesto es erróneo y que el desarrollo de la planta es uniforme, sin relación con la cantidad de agua que haya en el suelo, siempre que se mantenga entre el volumen que corresponde a la capacidad normal y al que existe en el momento en que se inicia el marchitamiento: el consumo depende del estado de desarrollo de la planta y de las condiciones

atmosféricas, sin que el agua acumulada en napas más profundas intervenga en el fenómeno. Ello prueba que los ensayos con riegos mínimos deben suprimirse en los nuevos que se realicen en la chacra.

El límite inferior de humedad que corresponde al coeficiente de marchitamiento tiene relación directa con la distribución de las raíces, cuyo comportamiento resulta necesario conocer: es la forma de administrar el riego con prudencia para que no se arruinen los suelos, o se reduzcan los rendimientos de las cosechas. Se había supuesto que las raíces tendían a alcanzar las capas profundas en busca de mayor humedad. La experimentación ha demostrado que, en zonas normalmente regadas, las raíces se encuentran en proporción de 75 a 90 % en la capa superficial de 1,20 m. de espesor y su mayor cantidad entre los 0,30 m. y 0,60. Si esta capa se deja secar hasta acercarse al marchitamiento, el crecimiento de la planta se reduce visiblemente, toda vez que en tal caso cerca del 50 % de las raíces permanecen inactivas a la espera de mayor cantidad de agua.

De aquí resulta que los riegos frecuentes para suministrar agua hasta 1,50 m. darán mejores cosechas que si se hacen más abundantes pero más distanciados. Cualquier mayor cantidad de agua se va en profundidad donde se pierde y perjudica al suelo. En California se ha llegado a duplicar la producción de campos con rendimientos bajos con sólo reformar las prácticas del riego.

En los primeros alfalfares nuevos que se formen en la chacra los ensayos deben sujetarse a estas recomendaciones y repetirlos en los años sucesivos, después de corregir los suelos para extender recién entonces los cultivos nobles definitivos. Las investigaciones sobre el volumen de agua consumida permitirán una comparación ilustrativa de los caudales necesarios en terrenos desérticos, por una parte, y en suelos maduros o transformados, por otra, así como en varios estados de esa evolución de mejoramiento gradual, provocado por la acción de una forrajera como la alfalfa común y la inverniza por separado. Este proceso de mejoramiento es susceptible de un interesante estudio comparativo para establecer su rapidez y eficacia con otras forrajeras distintas, con otros abonos verdes o combinación de ellos, y así determinar sus respectivos rendimientos económicos.

Todos estos ensayos realizados durante el período preparatorio de mejoramiento del suelo, por interesantes que sean, no son los que realmente se refieren a la situación definitiva de las tierras

fiscales del partido sometidas al regadío, ni son todos los que la chacra debe realizar. Los cultivos a experimentar ofrecen dos aspectos esenciales. Unos responden al factor dominante del regadío que plantea exigencias que modifican el campo de la experimentación y le señalan normas muy precisas. Otros, en cambio, prescindir del riego para no ocuparse sino del aprovechamiento más intenso de las tierras desérticas vecinas que no podrán caer dentro de la zona de influencia de la irrigación, de muchísima mayor extensión superficial, dentro y fuera de la provincia, fiscales o no, pero susceptibles de mayores rendimientos que los actuales. De unos y otros nos ocuparemos más adelante con el propósito de señalar la imprescindible necesidad de supeditarlos a una finalidad económica esencial.

Dado el costo del agua al tiempo de usarse, es decir, dentro del concepto habitual de su entrega gratuita por el Estado, del costo que representan las obras requeridas para derivarla, conducirla y entregarla en la cabecera de las parcelas a regar, así como los gastos de conservación y explotación, interesa conocer con precisión el valor, en dinero, de los productos que más se aclimatan a la región, pero en relación a aquel costo. O por mejor decir, puesto que los precios de los productos dependen de las condiciones variables del mercado interno y a veces del internacional, bastará simplificar la tarea de la chacra, establecer el rendimiento en peso por cada mil metros cúbicos de agua entregada, por ejemplo, para tomar una base, y considerar que la dotación volumétrica se impondrá con el tiempo ⁽²⁷⁾. Aun cuando así no suceda, será siempre posible establecer equivalencias para estos valores económicos evaluados en peso de productos. Elegido alguno importante como base de comparación, podrán calcularse coeficientes de relación para los restantes, en más o en menos peso de productos.

Se dejará, en tal forma, la aplicación de precios para el momento de utilizar aquellos resultados relativamente más estables. Se establecerán nuevos coeficientes de carácter económico; y con estos datos básicos el agricultor sabrá elegir, en todo momento, los cultivos que más beneficios le reporten, aun en los perennes que, de seguro, le ofrecerán siempre mayores ventajas.

(27) Ob. cit., pág. 341.

COTEJOS ECONOMICOS Y SELECCION ECONOMICA

POR EL ING. MAURICIO DURRIEU

(Continuación *)

15. COSTOS DE INTERESES DEL CAPITAL CIRCULANTE. — Estos costos se refieren tanto al funcionamiento como a la conservación y al despacho. Es posible separarlos en partes correspondientes a tales rubros, y es frecuente que así se haga. Mas, cuando se quiere tener una noción y un monto aislados del capital comprometido en la marcha de una industria, o *fondo de gastos corrientes* ⁽¹⁾, es preciso reunir todas aquellas partes.

Los costos por intereses del capital circulante, entonces, refiérense:

a) a las inversiones para adquirir materiales, materias primas y accesorias; para pagar salarios, sueldos y energías de todo orden; para cualesquiera otros elementos de funcionamiento;

b) a las inversiones de toda naturaleza concernidas por la conservación en marcha, es decir, fuera de la inactividad;

c) a las inversiones exigidas por el despacho, y las pérdidas de intereses de los costos de producción durante el tiempo que transcurre desde que termina la elaboración hasta tanto se recuperan, por la venta, los costos de los productos.

En general, designaremos con *U* a la suma de todos los costos incluídos en los tres rubros premencionados.

16. COSTOS DE RIESGOS. — La naturaleza de los riesgos en toda operación industrial, es muy variada. Ocurre separarlos en dos grupos: *riesgos previsibles* y *riesgos imprevisibles*.

(*) Ver T. CXXIII, E. IV, p. 185 y sig.

(1) En francés, « *fonds de roulement* ».

Son previsibles, y pueden y suelen constituir un rubro de costos computados por separado, al que entonces designaremos con la letra *I*, los costos causados por *daños a las propiedades* y los *accidentes de elaboración y entrega* al uso o al consumo, sea cual sea su naturaleza, porque representan contingencias de las que es posible organizar la constancia en la contabilidad.

Son imprevisibles y no pueden constituir ningún rubro de costos al que se alleguen elementos computables por separado, los riesgos de que se aumenten por circunstancias eventuales los costos de materiales y materias de todo género, los de mano de obra, etc., en el funcionamiento y la conservación.

A menudo, inclúyense los costos previsibles por riesgos en las partidas de costos en que se les considera de probable producción, y en cuanto a los imprevisibles, no pueden, como es obvio, ser comprendidos de tales partidas.

17. TABLA GENERAL DE LOS COSTOS ANUALES DE SERVICIO. — Resumiendo las nociones y las consideraciones formuladas en cuanto precede, reunimos en el cuadro a continuación los elementos del costo anual de servicio de una empresa industrial en el caso más general. A más de la pronta recapitulación que este cuadro suministra de todo lo expuesto, aclara y metodiza la condición de cada expensa, a cuyo efecto se ha establecido en él la esencial e imprescindible distinción entre las *cargas fijas*, correspondientes al *capital fijo*, cuya característica de *permanencia* ⁽¹⁾ surge del hecho de que los valores en él comprendidos *no son directamente transformados en la operación industrial*, y quedan invariables bien preste servicio la instalación, obra, estructura, etc. a que corresponden, o bien permanezca la misma sin aplicación; — y las *cargas de servicio*, correspondientes al *capital circulante*, cuya *mutabilidad* característica es consiguiente de las transformaciones a que hace frente, de suerte que sólo entran en la enumeración las inversiones exigidas por la actividad de la obra, instalación, estructura, elaboración o servicio a que se refieren.

(1) En verdad, la permanencia es con relación a la obra de producción o utilización. Se trata de una intervención permanente y continua; mas, por un plazo, si prolongado, variable. La distinción, entonces, con el capital circulante, es asunto de plazo. El capital es fijo cuando dura en su utilidad mucho tiempo; el capital circulante o fungible, es tanto más circulante cuanto más pronto es gastado y consumido.

18. — Visiblemente, desde que la totalidad de las cargas anuales representa el equivalente del rédito de un capital que se halle invertido en realizar el servicio de la obra, instalación o estructura, también han de poderse verificar los cotejos *en capital*, procedimiento, éste, que sin entrar en mayores disquisiciones por el momento, señalase por su comodidad cuando ha menester de equiparar obras, etc., cuya utilización no engendra costos de explotación o en las que resultan estos de poca entidad, y asimismo cuando las expensas de funcionamiento son regulares y constantes, año tras año.

Para fijar conceptos y simplificar las expresiones de que nos valdremos, llamaremos *capital presente* al que sume, en un momento determinado, los montos de las expensas hechas para generar un servicio. Habrá, de consiguiente, un capital presente, parcial de ordinario, por motivo de la construcción de toda la obra, instalación o estructura, y otro, igualmente parcial por lo común, por motivo de la explotación de dicha obra, etc.

El capital presente, sea cualquiera la manera de constituirlo, podrá considerarse trasladado a una época distinta de la de su formación, cumpliendo al efecto la regla del interés compuesto.

ELEMENTOS DEL COSTO ANUAL DE SERVICIO

CARGAS	SUBDIVISIÓN	DEFINICIÓN	EXPRESIÓN LITERAL
<i>Fijas o indirectas (correspondientes al capital fijo).</i>	<i>Menguas (generalmente valuadas como amortizaciones).</i>	Disminución de valor experimentada por la instalación, obra, estructura, ya existente, durante la <i>función que presta</i>. Aunque una mengua puede ser arbitraria y hasta circunstancial, teóricamente hállese representada por la <i>anualidad</i> capaz de reconstituir el capital efectivamente utilizado al aplicar la instalación, obra, etc. La mengua es, así, una función de la diferencia entre el primer costo, C_c, o costo de adquisición o de construcción, y el <i>valor actual</i>, C_a, considerado para cuando cese la aplicación, y asimismo de la tasa, r, del interés con que se calcula la amortización A menudo suelen calcularse las menguas por métodos prácticos y muy arbitrarios. Como no interviene en C_c el valor T, de terrenos, se considerará en general, para calcular las menguas, que $C_c = C - T$, donde $C = T + B + H + F + A.$ Por último, como en el caso general cada sumando puede originar valores actuales diversos, convendrá alguna vez desdoblar la expresión literal, término por término.	$\left(\frac{C_c - C_a}{(1+r)^a} \right) \frac{r}{(1+r)^a - 1}$
<i>Intereses del capital permanente.</i>		Refiérense a todo el capital invertido que presta oficio, C. Comprenden: 1) Intereses propios de ese capital; 2) Otras inversiones o cargas fijas, principalmente emergentes de la necesidad de conservar en estado general satisfactorio los medios y objetos que cumplen la finalidad contemplada en el estudio del costo anual, en tanto dichos medios y objetos permanecen inactivos. Las inversiones de esta índole, serán costos por: Materiales, materias, etc.; Mano de obra; Transportes;	Cr'

CARGAS	SUBDIVISIÓN	DEFINICION	EXPRESIÓN LITERAL
		Derechos; impuestos; etc, al capital e instalaciones permanentes. Es frecuente incorporar los costos del rubro 2) a los del 1), atribuyendo a r' un valor apropiado. Mas, en la industria, siempre que sea viable obtener datos fidedignos acerca de los costos de conservación general, convendrá calcularlos por separado de los intereses de C .	
<i>De Servicio o directas</i> (correspondientes al capital circulante, o sea a inversiones que ocurren en la elaboración, producción o explotación).	<i>Marcha o producción.</i>	Costos de: Materias primas, auxiliares y consumidas en la ejecución. (Pueden incluir los transportes hasta el punto de empleo). Menguas e intereses del valor de herramienta y maquinaria no incluida en las instalaciones permanentes. Transportes, que comprenden: Mano de obra y energías de carga; Fletes de conducción; Descarga (mano de obra; energías). Por separado, cuando ocurra, operaciones inversas, hasta depósito. Salarios, o mano de obra de producción o ejecución. (Estipendios del personal obrero en servicio) Podrán acumularse a los de elaboración o ejecución directa, los Salarios del personal de máquinas y aparatos Salarios del personal que dispone el material auxiliar Costos generales de conducción por: Sueldos y salarios de contra maestres, capataces, serenos, etc. Despejo del terreno; empalizadas; casillas; etc. Derechos, impuestos de explotación, seguros, peajes; indemnizaciones por accidentes; por pérdidas causadas por interrupciones en el servicio; Costos de permisos administrativos; vigilancia; contralor. Costos de administración: oficinas (personal; alquileres); efectos de trabajo y expedición; depósitos, con atención, conservación y vigilancia; limpieza; etc. Amortización del capital de las instalaciones provisionales. Riesgos.	$M + M_x + M_m$ M_h T O O_h O_x G_e G_a (Administración) P (= producción)

CARGAS	SUBDIVISIÓN	DEFINICIÓN	EXPRESIÓN LITERAL
	<i>Conservación y renovación parcial de bienes de uso, inmuebles y muebles.</i>	Costos de: Materiales; materias; etc. Mano de obra; Transportes; Impuestos; derechos; seguros; etc. Riesgos.	<i>S</i>
	<i>Despacho.</i>	Costos por: Sueldos y salarios de personal ocupado en trámites y operaciones de selección, embalaje, venta, y expedición y corretaje. Materias empleadas en acondicionar los productos para la venta y la expedición. Transportes en la fábrica o el obrador (remociones) hasta los puntos de almacenamiento o de entrega. Propaganda y agencias. Riesgos de las vicisitudes de venta: créditos incobrables; ventas a precios reducidos.	<i>D</i>
	<i>Intereses del capital circulante.</i>	Intereses del capital requerido para: Adquisición de materias primas y accesorias; transportes. Pago oportuno de sueldos, salarios, energías. Costos de conducción y administración, o sea costos generales. Inversiones de cualquier naturaleza para fines de conservación y renovación <i>en marcha</i> . Costos de despacho. Pérdidas de intereses.	<i>r₁ U</i>
	<i>Imprevistos. (Toda expensa específicamente indeterminable en dinero).</i>	Riesgos por accidentes de elaboración y entrega al consumo o al uso. Riesgos por accidentes después de terminada la instalación, obra, etc., que aumenten la conservación o disminuyan el rendimiento. Daños a personas y propiedades (en servicio). Imprevisión en los costos de la mano de obra y los materiales, en el funcionamiento y la conservación de la instalación, obra, estructura.	<i>I</i>

CAPITULO SEGUNDO

TEORIA DE LOS COTEJOS ECONOMICOS CON DATOS EXTERIORES

19. CAPITAL PRESENTE DE CONSTRUCCIÓN O ESTABLECIMIENTO Y RENOVACIÓN TOTAL. — Sea, ahora, C_c el primer costo de establecimiento o construcción de una obra, instalación o estructura, — o de alguna parte de una de ellas susceptible de individualidad por su construcción o su función ⁽¹⁾—; llamemos l la duración o vida de esta obra, instalación, etc. ⁽²⁾, al cabo de la cual le restará un *valor residual* C_l ; y asimismo, C_a , un *valor actual*, mayor que C_l , variable y normalmente decreciente de C_c a C_l , a medida que transcurra el tiempo de utilización.

El servicio a que se destina la instalación, etc., tendrá en general una *subsistencia*, n , ora mayor, ora menor que l , y cuando aconteciere lo primero, (en el supuesto, v. gr., de que $n = hl + a$), la instalación, etc., habrá de ser renovada, lo que atraerá un compromiso de capital para atender oportunamente las renovaciones.

20. — Designemos con Cp_c al capital presente de establecimiento o construcción (nº 18). Cuando $n = l$, y además supongamos que $C_l = 0$,

$$Cp_c = C_c \quad [2]$$

y si $C_l > 0$,

$$Cp_c = C - \frac{C_l}{(1 + r)^l} . \quad [2a]$$

Para un cálculo sin emplear directamente la tabla de logaritmos y cuando se disponga de una tabla numérica como la que damos en

(1) No repetiremos en lo venidero esta observación.

(2) Es el tiempo durante el cual la obra, etc., permanece utilizable sin necesidad de reconstruirla fundamentalmente, o sea *sin renovación general*. Reparos de otro orden, sin reconstrucción, lo son de conservación; mas, en algún caso puede tenerse que sustituir la obra, etc., por otra más adecuada, y esto abrevia la vida normal.

el número 22, la expresión [2 a] puede escribirse, empleando la transformación Benitz ⁽¹⁾:

$$Cp_c = C_c - \frac{C_l}{(1+r)^l} = C_c - C_l (1 - T_l) . \quad [2a']$$

Si $l > n = a$, el costo de establecimiento o construcción, C_c , habrá de reducirse en $\frac{C_a}{(1+r)^a}$, valor de la instalación, obra, etc., al final del plazo de subsistencia, a , transportado al día inicial de dicho plazo ⁽²⁾. Entonces,

$$Cp_c = C_c - \frac{C_a}{(1+r)^a} = C_c - C_a (1 - T_a) . \quad [3]$$

En tercer lugar, admitamos $n = hl$. Para adquirir o construir y

(¹) Cuando, en general,

$$T_n = \frac{(1+r)^n - 1}{(1+r)^n} = 1 - \frac{1}{(1+r)^n} , \quad \frac{1}{(1+r)^n} = 1 - T_n ; (1+r)^n = \frac{1}{1 - T_n} ; (1+r)^n - 1 = \frac{1}{1 - T_n} - 1 = \frac{T_n}{1 - T_n} ; \frac{1}{(1+r)^n - 1} = \frac{1 - T_n}{T_n} .$$

Luego

$$\frac{r}{(1+r)^n - 1} = \frac{r}{T_n} (1 - T_n) \quad \text{o} \quad \frac{(1+r)^n - 1}{r} = \frac{T_n}{r(1 - T_n)} .$$

Cuando $n = 1$, $T_1 = \frac{(1+r) - 1}{1+r} = \frac{r}{(1+r)} ; \frac{1+r}{r} = \frac{1}{T_1} ; \frac{1}{1+r} = \frac{T_1}{r} ; 1+r = \frac{r}{T_1}$. Mas, como $\frac{r}{1+r}$, etc. son calculables sin logaritmos, no existe necesidad de emplear la transformación Benitz.

(²).—La deducción de $\frac{C_a}{(1+r)^a}$, es la correcta, atento el traslado. El ingeniero Lounsbury Fish deduce C_a , y éste es el error de concepto a que aludimos en nuestro Prefacio.

luego renovar sucesivamente $(h-1)l$ veces la instalación, obra, etc., serán comprometidos los siguientes capitales iniciales:

	Costo	Plazo en años
Primera adquisición o construcción . .	C_c	0
» renovación	$\frac{C_c - C_l}{(1+r)^l}$	l
Segunda »	$\frac{C_c - C_l}{(1+r)^{2l}}$	$2l$
.....		
.....		
Ultima renovación	$\frac{C_c - C_l}{(1+r)^{(h-1)l}}$	$(h-1)l$
Quedará un valor residual, trasladado	$\frac{C_l}{(1+r)^{hl}}$	hl

De consiguiente, restando C_l al primer término y añadiendo ese valor a la suma de todos ellos:

$$Cp_c = (C_c - C_l) \left[1 + \frac{1}{(1+r)^l} + \frac{1}{(1+r)^{2l}} + \dots + \frac{1}{(1+r)^{(h-1)l}} \right] + C_l \left(1 - \frac{1}{(1+r)^{hl}} \right) \quad [a]$$

y como el factor

$$\left[1 + \frac{1}{(1+r)^l} + \frac{1}{(1+r)^{2l}} + \dots + \frac{1}{(1+r)^{(h-1)l}} \right]$$

es una progresión geométrica de razón $(1+r)^l$, creciente desde

$\frac{1}{(1+r)^{(h-1)l}}$ hasta 1, y su suma vale $\frac{(1+r)^l - \frac{1}{(1+r)^{(h-1)l}}}{(1+r)^l - 1}$, poniendo este valor en (a):

$$\begin{aligned} Cp_c &= (C_c - C_l) \frac{(1+r)^l - \frac{1}{(1+r)^{(h-1)l}}}{(1+r)^l - 1} + C_l \left(1 - \frac{1}{(1+r)^{hl}} \right) = \\ &= (C_c - C_l) \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+r)^{hl}} \right) + C_l \left(1 - \frac{1}{(1+r)^{hl}} \right) = \\ &= \left(C_c - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right) \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \cdot \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}} = \\ &= \left(C_c - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right) \frac{T_{hl}}{T_l} = [C_c - C_l (1 - T_l)] \frac{T_{hl}}{T_l}. \quad [4] \end{aligned}$$

Cuando, por fin, tengamos $n = hl + a$, las renovaciones ocurrirán h veces y por lo tanto:

	Costo	Plazo en años
Primera adquisición o construcción	C_c	0
» renovación	$\frac{C_c - C_l}{(1+r)^l}$	l
Segunda »	$\frac{C_c - C_l}{(1+r)^{2l}}$	$2l$
.....		
.....		
Última renovación	$\frac{C_c - C_l}{(1+r)^{hl}}$	hl
A deducir:	C_a	
Valor actual al cabo de a años, trasladado	$\frac{C_a}{(1+r)^{hl+a}}$	$hl+a$

Sumando como en el caso anterior:

$$C_{p_{c_1}} = (C_c - C_l) \left(1 + \frac{1}{(1+r)^l} + \frac{1}{(1+r)^{2l}} + \dots + \frac{1}{(1+r)^{hl}} \right) + C_l - C_a \frac{1}{(1+r)^{hl+a}},$$

y procediendo análogamente

$$\begin{aligned} C_{p_{c_1}} &= (C_c - C_l) \frac{(1+r)^l - \frac{1}{(1+r)^{hl}}}{(1+r)^l - 1} + C_l - C_a \frac{1}{(1+r)^{hl+a}} = \\ &= (C_c - C_l) \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \left(1 - \frac{1}{(1+r)^{(h+1)l}} \right) + C_l - C_a \frac{1}{(1+r)^{hl+a}} = \\ &= (C_c - C_l) \frac{T_{(h+1)l}}{T_l} + C_l - C_a (1 - T_{hl+a}) \end{aligned} \quad [5]$$

21. — Todas las expresiones así obtenidas, pueden simplificarse con las hipótesis $l = \infty$, $n = \infty$, que corresponden a una duración ilimitada de la instalación, obra, etc., y a una subsistencia ilimitada, igualmente, del servicio. La [2 a], entonces, da $C_{p_c} = C_c$; la [4], por cuanto $T_\infty = 1$, tórnase

$$C_{p_c} = (C_c - C_l) \frac{1}{T_l} + C_l; \quad [6]$$

la [5], asimismo, suministra por idéntica razón,

$$C_{p_{c_1}} = (C_c - C_l) \frac{1}{T_l} + C_l \quad [6a]$$

ya que $T_{(h+1)l} = T_\infty$ y también $T_{hl+a} = T_\infty$

Además, si $C_l = 0$, o fuese despreciable en atención a C_c , las [6] y [6 a] darían:

$$C_{p_c} = C_{p_{c_1}} = \frac{C_c}{T_l}, \quad [7]$$

expresión de suma comodidad en las aplicaciones ⁽¹⁾.

22. — A continuación damos la tabla de valores usuales correspondientes a T , para facilitar las aplicaciones.

(1) El ingeniero O. B. Goldman llama «depreciation vestance», o sea inversión depreciada a este cociente.

$$\text{VALORES DEL FACTOR } T_n = \frac{(1+r)^n - 1}{(1+r)^n}.$$

Años	TASA DEL INTERÉS							
	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10
1	0,029126	0,038461	0,047619	0,05664	0,06542	0,074074	0,08257	0,09091
2	0,057404	0,075444	0,092971	0,11000	0,12656	0,14266	0,15832	0,17355
3	0,084852	0,111104	0,13616	0,16038	0,18370	0,20616	0,22781	0,24868
4	0,111151	0,14518	0,17729	0,20791	0,23711	0,26497	0,29157	0,31699
5	0,13739	0,17811	0,21649	0,25275	0,28702	0,31942	0,35007	0,37908
6	0,16251	0,20967	0,25379	0,29511	0,33366	0,36983	0,40373	0,43551
7	0,18691	0,24006	0,28932	0,33494	0,37725	0,41651	0,45296	0,48684
8	0,21059	0,26933	0,32312	0,37345	0,41798	0,45973	0,49813	0,53350
9	0,23358	0,29741	0,35538	0,40810	0,45606	0,49975	0,53957	0,57590
10	0,25591	0,32441	0,38609	0,44161	0,49165	0,53679	0,57758	0,61446
11	0,27758	0,35039	0,41530	0,47321	0,52488	0,57109	0,61246	0,64951
12	0,29862	0,37539	0,44313	0,50303	0,55599	0,60083	0,64446	0,68137
13	0,31905	0,39945	0,46966	0,53115	0,58464	0,63229	0,67382	0,71034
14	0,33888	0,42254	0,49492	0,55769	0,61608	0,65953	0,70075	0,73667
15	0,35814	0,44472	0,51897	0,58275	0,63755	0,68476	0,72546	0,76061
16	0,37683	0,46611	0,54186	0,60638	0,66127	0,70812	0,74812	0,78237
17	0,39503	0,48655	0,56371	0,62870	0,68347	0,72970	0,76895	0,80212
18	0,41260	0,50636	0,58448	0,64885	0,70414	0,74976	0,78800	0,82014
19	0,429714	0,52536	0,60427	0,66949	0,72439	0,76829	0,80551	0,83649
20	0,44632	0,54361	0,62312	0,68820	0,74158	0,78545	0,82157	0,85136
21	0,46245	0,56117	0,64106	0,70584	0,75849	0,80135	0,83630	0,86487
22	0,47811	0,57804	0,65815	0,72249	0,77429	0,81606	0,84982	0,87715
23	0,49331	0,59427	0,67443	0,73820	0,78905	0,82969	0,86222	0,88832
24	0,50807	0,60988	0,68993	0,75302	0,80285	0,84230	0,87360	0,89843
25	0,52239	0,62488	0,70469	0,76700	0,81575	0,85396	0,88403	0,907706
30	0,58801	0,69167	0,76881	0,82588	0,86864	0,90064	0,924626	0,942691
35	0,64462	0,74658	0,81871	0,86990	0,90636	0,93239	0,951021	0,964417
40	0,69344	0,79171	0,85795	0,90279	0,93324	0,95397	0,968161	0,977906
45	0,73556	0,82880	0,88870	0,92735	0,95238	0,96867	0,97931	0,986281
50	0,77189	0,85928	0,91279	0,94569	0,96606	0,97868	0,986551	0,994818
60	0,83027	0,90504	0,94644	0,96971	0,98274	0,99012	0,9943188	0,9967159
70	0,87370	0,93578	0,96713	0,98307	0,99123	0,99543	0,99760	0,998734
75	0,89105	0,94770	0,97425	0,98736	0,993745	0,99689	0,9984403	0,9992138
80	0,90602	0,95662	0,97892	0,99055	0,99554	0,99788	0,998987	0,999512
90	0,93007	0,97069	0,98761	0,99472	0,997733	0,999019	0,9995718	0,9998118
100	0,94804	0,980198	0,992395	0,997057	0,998500	0,99955	0,9998191	0,9999274
120	0,971208	0,99096	0,99713	0,999081	0,999702	0,999903	0,999967	0,999984
125	0,97514	0,99254	0,99775	0,999313	0,999788	0,999934	0,9999905	1,—
150	0,98813	0,99723	0,99934	0,999845	0,999961	0,9999903	1,—	1,—
∞	1,00000	1,—	1,—	1,—	1,—	1,—	1,—	1,—

23. — CASO GENERAL DE UNA INSTALACIÓN INDUSTRIAL. — Ya manifestamos en el cuadro «Elementos del costo anual de servicio», que el capital de establecimiento industrial, en el caso general expresado por la [1], al que debe restarse el valor T cuando se encaran los cálculos de amortización (n° 10), tendría que desdoblarse en sus sumandos para las operaciones toda vez que los plazos de vida, l , y de subsistencia, n , como habrá de ocurrir con frecuencia, fuesen distintos para cada parte de las instalaciones o construcciones.

Expuesto el método de investigación del capital presente para un capital inicial, C_c , habría verdadera pesadez en repetir los cálculos con referencia a otros, B , H , F , para los cuales ocurriesen los valores l_b , l_h , l_f de la duración, respectivamente.

Tan sólo resta, en el caso general que contemplamos, aclarar la formación de la parte de capital presente que concierne los costos reunidos en el sumando A .

Comprende éste expensas que responden a dos conceptos, a saber:

- a) las designadas en los rubros d) y f) del número 10, que debe entenderse no se originan sino una primera vez, y por no corresponderles un valor residual, se amortizan simplemente;
- b) las mencionadas en los rubros restantes, de naturaleza tal que se renuevan a cada reconstrucción de las instalaciones u obras principales; pero tampoco tienen valor residual.

24. — Para los costos accesorios del primer género, sea C_u el capital. En cualquier hipótesis, es decir, bien se tenga

$$n = l \quad ; \quad n = a < l \quad ; \quad n = hl \quad ; \quad n = hl + a ,$$

C_u será amortizado en el plazo n , y por no existir valor residual,

$$C_{p_u} = C_u . \quad [8]$$

25. — Llamemos ahora C_v al capital correspondiente a un costo accesorio de la segunda especie. Se amortizará por plazos l .

Admitamos $n = l$. Entonces,

$$C_{p_v} = C_v . \quad [9]$$

Cuando $n = a < l$, la expresión será la misma.

Si fuese $n = hl$,

$$\begin{aligned}
 C_{p_v} &= C_v \left[1 + \frac{1}{(1+r)^l} + \frac{1}{(1+r)^{2l}} + \dots + \frac{1}{(1+r)^{(h-1)l}} \right] = \\
 &= C_v \frac{(1+r)^l - \frac{1}{(1+r)^{(h-1)l}}}{(1+r)^l - 1} = C_v \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \left(1 - \frac{1}{(1+r)^{hl}} \right) = \\
 &= C_v \frac{T_{hl}}{T_l} \quad [10]
 \end{aligned}$$

Y si por fin, $n = hl + a$,

$$C_{p_v} = C_v \frac{T_{(h+1)l}}{T_l} = C_v \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \cdot \frac{(1+r)^{(h+1)l} - 1}{(1+r)^{(h+1)l}} \quad [11]$$

Los casos $l = \infty$ y $n = \infty$, no son de considerarse; mas, sería sencillo deducir los valores de C_{p_v} correspondientes.

26. — CARGAS FIJAS. — Con arreglo a la clasificación formulada en el número 17, son cargas fijas de un servicio la mengua o la amortización del capital invertido para generarlo, los intereses de ese capital y las expensas necesarias para conservar a la instalación, etc., su utilidad mientras permanezca inactiva.

Ocupémonos de hallar los montos de esas cargas.

27. — MENGUAS Y AMORTIZACIÓN. — Explicada en el cuadro de « Elementos del costo anual de servicio » la diferencia entre mengua y amortización, pusimos de manifiesto que la amortización representa en teoría el valor de la disminución de valor de toda instalación, obra, etc., cuyo desmerecimiento se produce según una ley uniforme y continua. En los hechos, más de una vez podrá disponerse para un cálculo económico de un valor de la mengua más ajustado a las circunstancias; no obstante, en el terreno teórico no podemos valernos sino de las expresiones que pasamos a determinar.

Aquí, de igual manera que al tratarse de la obtención del capital presente, ocurre significar que la mengua total de una instalación industrial (caso general), estará constituida por la suma de las menguas parciales correspondientes a los edificios u obras (B), a la maquinaria y herramienta (H), a los modelos (F) y a los costos accidentales y accesorios (A).

Daremos por sentado, como en la investigación del capital presente, que para los totales B , H y F pueden calcularse las amortizaciones según idénticas hipótesis, a saber:

$$n = a < l \quad ; \quad n = l \quad ; \quad n = hl \quad ; \quad n = hl + a \quad ;$$

mas, como para B , H y F puede suceder que sean muy distintos los plazos de duración l_b , l_h y l_f , no debe descuidarse que si en un caso determinado se tuviere, v. gr., $n = l_b$, el mismo valor n , (que naturalmente permanece invariable), estará relacionado a l_h y l_f por alguna otra de las igualdades precedentes.

Por motivos de brevedad, nos limitaremos aquí a deducir expresiones generales para las cuatro hipótesis planteadas, adoptando símbolos generales: C , para el capital; l , para la vida; n , para el plazo de subsistencia de la instalación.

El caso de los costos accidentales, será considerado separadamente.

28. — *Primera hipótesis.* — El plazo de subsistencia, $n = a$, atribuido a la instalación, obra, etc., es menor que la duración de ésta.

Llamemos d_a la *anualidad* requerida para amortizar 1 \$ en a años.

Admitiremos, por estimarlo más apropiado en el caso, que d_a sea colocada a interés compuesto al comienzo de cada año, de suerte que las anualidades así sucesivamente colocadas durante el plazo a , habrán constituido al final del mismo los siguientes capitales parciales:

Anualidad colocada el... 1^{er} año 2^o año ... $(a-1)^o$ año a año

Capital parcial formado... $d_a(1+r)^a$ $d_a(1+r)^{a-1}$... $d_a(1+r)^2$ $d_a(1+r)$

Esta sucesión de capitales, constituye una progresión geométrica de razón $1+r$, y la suma importa

$$\frac{d_a (1+r)^{a+1} - d_a (1+r)}{1+r-1} = d_a \frac{(1+r)^a - 1}{r} (1+r) = 1 \$.$$

y de consiguiente

$$d_a = \frac{r}{[(1+r)^a - 1] (1+r)} = \frac{r}{1+r} \frac{1 - T_a}{T_a} = T_1 \frac{1 - T_a}{T_a} \quad [12]$$

Cuando se trate de amortizar un capital, C ⁽¹⁾, que haya de invertirse al comienzo del plazo a , mas, del que sea recuperada una parte, C_a , representativa del valor actual de la instalación, etc., al término de dicho plazo, es evidente que sólo ocurrirá amortizar

$C - \frac{C_a}{(1+r)^a}$, (nº 20, nota 2) y que la anualidad total será:

$$\left[C - \frac{C_a}{(1+r)^a} \right] d_a = [C - C_a (1 - T_a)] \frac{r}{1+r} \cdot \frac{1-T_a}{T_a}. \quad [13]$$

Esta fórmula redúcese a

$$[C - C_a] \frac{1}{a} \quad [13_a]$$

cuando para el capital y las anualidades no corran intereses ⁽²⁾.

29.—*Segunda hipótesis*.—El plazo de subsistencia, n , atribuído al servicio, es igual al de vida, l , de la instalación, etc.

Con igual criterio que en el precedente caso, el capital invertido es $C - \frac{C_l}{(1+r)^l}$, y la anualidad correspondiente

$$\left(C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right) d_l = [(C - C_l (1 - T_l))] \frac{r}{1+r} \cdot \frac{1-T_l}{T_l} \quad [14]$$

Cuando $r = 0$, se tiene

$$(C - C_l) \frac{1}{l}. \quad [14_a]$$

⁽¹⁾ Esta C , repetimos (nº. 27), aquí y en lo que sigue del tema iniciado en este número, es una designación general de capital; nada tiene que ver con la [1].

⁽²⁾ Evidentemente, entonces, cada anualidad habrá de ser una a una parte del capital insumido, y éste vale $C - C_a$, desde que $r = 0$. Como

$$d_a = \frac{r}{[(1+r)^a - 1] (1+r)} \quad , \quad \text{si} \quad r = 0 \quad d_a = \frac{0}{0}.$$

El cálculo algébrico conduce, pues, a un valor indeterminado, desestimable en atención a la lógica deducción de la [13_a].

Si en la [14], $l = \infty$, como $d_l = 0$ ⁽¹⁾

$$\left(C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right) d_l = 0.$$

30.—*Tercera hipótesis.*—Si n fuese un múltiplo exacto de l , o sea $n = hl$, el capital inicial comprometido, según la [4], puede escribirse:

$$\left(C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right) \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \cdot \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}},$$

y la amortización será:

$$\begin{aligned} & \left[C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right] \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \cdot \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}} \cdot d_{hl} = \\ & = \left[C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right] \frac{1}{(1+r)^{hl}} \cdot \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \cdot \frac{r}{1+r} = \\ & = \left[C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right] \frac{(1+r)^l}{(1+r)^{hl}} \cdot d_l = \\ & = [C - C_l(1 - T_l)] \frac{r}{1+r} \cdot \frac{1 - T_{hl}}{T_l} \end{aligned} \quad [15]$$

Si $h = \infty$, la [15] conduciría a una anualidad nula, desde que

$$d_{hl} = \frac{r}{1+r} \frac{1}{(1+r)^{hl} - 1} = \frac{r}{1+r} \cdot \frac{1}{(1+r)^\infty - 1} = 0.$$

Mas, este resultado es erróneo. Ocurre, en vez, que se halla amortizado al final de cada período l , el valor inicial $C - \frac{C_l}{(1+r)^l}$ trasladado, puesto que la instalación, etc., debe reconstruirse indefinidamente. Luego, la amortización es:

$$\left[C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right] (1+r)^l \frac{r}{[(1+r)^l - 1] (1+r)} \quad [15a]$$

⁽¹⁾ Con efecto,

$$d_l = \frac{r}{[(1+r)^l - 1] (1+r)} = \frac{r}{[(1+r)^\infty - 1] (1+r)} = \frac{r}{(\infty - 1) (1+r)} = \frac{r}{\infty} = 0.$$

Por otra parte, si $r = 0$, la anualidad sería

$$\frac{C - C_l}{hl} \quad [15b]$$

31. — *Cuarta hipótesis.* — En el supuesto de que $n = hl + a$, o sea que el período de subsistencia de la instalación, etc., abarque varios períodos de duración de dicha instalación, etc., y una fracción más, el capital inicial a amortizarse es, sumando como sigue la sucesión de inversiones correspondientes que detalla el n° 20 para el caso:

$$\begin{aligned} & C \left[1 + \frac{1}{(1+r)^l} + \dots + \frac{1}{(1+r)^{(h-1)l}} \right] - \\ & - C_l \left[\frac{1}{(1+r)^l} + \frac{1}{(1+r)^{2l}} + \dots + \frac{1}{(1+r)^{hl}} \right] + \\ & + C \frac{1}{(1+r)^{hl}} - C_a \frac{1}{(1+r)^a} \cdot \frac{1}{(1+r)^{hl}} = \\ & = C \frac{(1+r)^l - \frac{1}{(1+r)^{(h-1)l}}}{(1+r)^l - 1} - C_l \frac{1 - \frac{1}{(1+r)^{hl}}}{(1+r)^l - 1} + \\ & + \left[C - \frac{C_a}{(1+r)^a} \right] \frac{1}{(1+r)^{hl}} = C \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}} - \\ & - C_l \frac{1}{(1+r)^l} \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}} + \left[C - \frac{C_a}{(1+r)^a} \right] \frac{1}{(1+r)^{hl}} = \\ & = [C - C_l (1 - T_l)] \frac{T_{hl}}{T_l} + [C - C_a (1 - T_a)] (1 - T_{hl}) \end{aligned}$$

y la anualidad por todo el plazo $hl + a$, es entonces:

$$\begin{aligned} & \left\{ \left[C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right] \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}} + \right. \\ & \left. + \left[C - \frac{C_a}{(1+r)^a} \right] \frac{1}{(1+r)^{hl}} \right\} \frac{r}{1+r} \frac{1 - T_{hl+a}}{T_{hl+a}} \quad [16] \end{aligned}$$

32.—La expresión [16], por lo demás, constituye la forma general del costo anual de amortización del primer costo de una instalación, obra, etc.

Cuando en ella admitimos que $n = a < l$, visiblemente se anula el primer término, porque $(1+r)^{hl} = (1+r)^0 = 1$, y el segundo término reduce a

$$\left[C - \frac{C_a}{(1+r)^a} \right] \frac{r}{1+r} \frac{1}{(1+r)^a - 1},$$

que es la [13].

Si, en vez, $n = hl$; $a = 0$. Entonces, como asimismo $C_a = C$, desaparece el segundo término, y queda:

$$\left[C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right] \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}} \cdot \frac{r}{1+r} \frac{1}{(1+r)^{hl} - 1},$$

que es la [15].

En el supuesto de que $h = 1$, $a = 0$, esta expresión pasa a valer $\left[C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right] d_l$, dada igualmente en la [14], pues el factor $T_{hl} = T_l$.

33.—CÓMPUTO DE LAS CARGAS FIJAS POR COSTOS ACCIDENTALES.
—En atención a las consideraciones formuladas en los números 23 y 24, se ve que la amortización del capital invertido en costos accidentales y accesorios ocurrirá conforme a una de las maneras que a continuación ofrecemos.

34.—Para los costos del tipo que hemos incorporado al capital C_u , la anualidad será

$$C_u d_n \tag{17}$$

y según sea

$$n = a, \quad C_u d_a = C_u \frac{r}{1+r} \frac{1 - T_a}{T_a}; \tag{17a}$$

$$n = l, \quad C_u d_l = C_u \frac{r}{1+r} \frac{1 - T_l}{T_l}; \tag{17b}$$

$$n = hl, \quad C_u d_{hl} = C_u \frac{r}{1+r} \frac{1 - T_{hl}}{T_l}; \tag{17c}$$

$$n = hl+a, \quad C_u d_{hl+a} = C_u \frac{r}{1+r} \frac{1 - T_{hl+a}}{T_{hl+a}}; \tag{17d}$$

Sabido es que si $n = \infty$, $d_n = 0$ (nota 1; número 29).

No hay, pues, amortización para la subsistencia sin término de la instalación, etc.

35.— Los costos de la especie que corresponde al capital C_v , dan lugar a las anualidades:

$$n = a < l \quad C_v d_a = C_v \frac{r}{1+r} \frac{1 - T_a}{T_a} \quad [18]$$

$$n = l \quad C_v d_l = C_v \frac{r}{1+r} \frac{1 - T_l}{T_l} \quad [19]$$

$$n = hl \quad \begin{array}{ccccccc} \text{Años} & 0 & l & 2l & \dots\dots\dots & (h-2)l & (h-1)l & hl \\ \text{Capitales } C_v & | & | & | & & | & | & | \end{array}$$

El croquis denota las inversiones que ocurre efectuar en cada comienzo de plazo l . El capital total a amortizarse, trasladado como desembolso del primer día del plazo hl , es

$$\begin{aligned} \frac{C_v}{(1+r)^{hl}} [(1+r)^{hl} + (1+r)^{(h-1)l} + \dots + (1+r)^l] &= \\ = \frac{C_v}{(1+r)^{hl}} \frac{(1+r)^{(h+1)l} - (1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \end{aligned}$$

o también

$$\begin{aligned} \frac{C_v}{(1+r)^{hl}} \frac{(1+r)^{(h+1)l} - (1+r)^l}{(1+r)^l - 1} &= C_v \frac{(1+r)^l - \frac{(1+r)^l}{(1+r)^{hl}}}{(1+r)^l - 1} = \\ = C_v \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \left[1 - \frac{1}{(1+r)^{hl}} \right] &= C_v \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}} \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1}. \end{aligned}$$

La anualidad para amortizar este capital a los hl años, es:

$$\begin{aligned} C_v \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}} \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \frac{r}{1+r} \frac{1}{(1+r)^{hl} - 1} &= \\ = C_v \frac{1}{(1+r)^{hl} - 1} \cdot dl & \quad [20] \end{aligned}$$

$$n = hl + a: \quad \begin{array}{ccccccc} \text{Años} & l & 2l & \dots\dots\dots & (h-1)l & hl & hl+a \\ \text{Capitales } C_v & | & | & & | & | & | \end{array}$$

De acuerdo con el croquis, otra vez el capital total, al término del plazo $hl + a$, es:

$$C_v (1+r)^{hl+a} + C_v (1+r)^{(h-1)l+a} + \dots + C_v (1+r)^{l+a} + C_s (1+r)^a$$

o asimismo

$$\begin{aligned} C_v [(1+r)^{hl} + (1+r)^{(h-1)l} + \dots + (1+r)^l + 1] (1+r)^a = \\ = C_v \frac{(1+r)^{(h+1)l} - 1}{(1+r)^l - 1} (1+r)^a \end{aligned}$$

Trasladado al comienzo del plazo de subsistencia y multiplicado por d_{hl+a} , obtiéndose la anualidad

$$\begin{aligned} \frac{C_v}{(1+r)^{hl+a}} \frac{(1+r)^{(h+1)l} - 1}{(1+r)^l - 1} (1+r)^a \cdot \frac{r}{1+r} \frac{1}{(1+r)^{hl+a} - 1} = \\ = C_v \frac{(1+r)^{(h+1)l} - 1}{(1+r)^{hl} [(1+r)^l - 1]} \cdot \frac{r}{1+r} \cdot \frac{1}{(1+r)^{hl+a} - 1} = \\ = C_v \frac{T_{(h+1)l}}{1 - T_l} \frac{1 - T_{hl+a}}{T_{hl+a}} d_l \end{aligned} \quad [21]$$

(Continuar4)

DE L'ORIGINE DES PINNIPÉDES

POR

P. MAGNE DE LA CROIX

RESUMEN

La indicación dada por el grado de evolución locomotriz alcanzado por los pinípedos es que éstos han tenido, en su historia, un largo desarrollo en tierra, antes de pasar a la vida acuática.

Esta deducción es completamente confirmada por los documentos aportados por la paleontología.

* * *

Les indications que donnent sur l'histoire des animaux celle de leur locomotion constituent une donnée précise, le point de cette évolution en lequel on les rencontre, ou l'indication du point en lequel cette évolution a été déviée, donne avec précision l'échelle parcourue.

Ceci est d'une évidence absolue pour celui qui s'est spécialisé dans ce genre d'étude mais un exemple comme celui des pinnipèdes fera bien comprendre la chose au public, avec l'avantage qu'il est possible ensuite de faire voir que les déductions obtenues sont d'autre part confirmées par la paléontologie.

Si je considère, par exemple, une otarie marchant à terre et évoluant ensuite dans l'eau, je constate que les torsions du corps se dessinent verticalement; or je sais que, si chez quelques animaux vivant dans l'eau en station verticale, l'hippocampe par esemple, les torsions du corps peuvent être verticales, elles sont fatalement latérales chez les animaux vivant en position horizontale, ces torsions se conservent latérales chez les animaux qui ont passé de la vie aquatique à la vie terrestre et se conservent en eux telles, tant qu'elles ne sont pas supprimées.

Ces torsions une fois supprimées, les animaux peuvent de nouveau en acquérir d'autres, mais cette fois celles qui s'acquerront à terre, vivant dans le milieu aérien, seront verticales et si l'animal retourne à l'élément liquide il conservera les torsions verticales acquises à terre.

Ceci est une première indication que les pinnipèdes ont eu à



Fig. 1. — Otarie (*Otaria jubata*).

terre une longue évolution puisqu'ils y ont supprimé les torsions latérales et les ont remplacées par des torsions verticales.

Mais nous pouvons arriver à des précisions plus grandes et pour cela considérons une otarie, n'importe laquelle, puisque, qu'il s'agisse de l'otarie à crinière (*Otaria jubatus*) de l'otarie de Californie (*Otaria californiana*) ou de l'otarie ourson (*Otaria ursina*), les observations que nous ferons à ce sujet seront les mêmes, mais cette fois observons la se mouvant seulement à terre.

Les otaries étant parmi les pinnipèdes les moins spécialisés en l'élément aquatique vont nous donner, puisqu'ils se meuvent encore très facilement à terre, une idée juste du degré d'évolution locomotrice auquel étaient arrivés leurs ancêtres terrestres.

Un de ces animaux s'il veut se déplacer sur le sol fait prendre à ses membres postérieurs l'orientation en avant, au lieu de celle en arrière employée dans l'eau et détache complètement son corps de terre, dans ces conditions il peut se déplacer à trois allures: au pas diagonal, au trot et au galop.

Le trot est très peu employé, je n'ai vu que deux ou trois fois des otaries avoir recours à lui, mais le pas diagonal et le galop sont pour eux les allures habituelles à terre, la première quand il n'y a pas lieu de se déplacer avec vélocité, la seconde quand il y a lieu de le faire, mais il y a lieu d'observer que même en ce cas, la vitesse atteinte est toujours relative.



Fig. 2. — Otarie au pas diagonal.

Si nous regardons l'échelle de l'évolution locomotrice nous constatons immédiatement qu'il s'agit d'allures très évoluées; le pas diagonal est le pas le plus couramment employé par le cheval et, quant au galop en lequel l'animal se reçoit d'abord par les postérieurs, il ne se trouve que chez les animaux possédant ou ayant possédé le trot (nous avons vu que les otaries le possèdent encore), les animaux qui ne sont pas déjà arrivés au trot marché, s'ils galopent, le font en se recevant d'abord au sol par les antérieurs, il y a deux formes de ce galop que j'ai appelé pithécoïde et dont la première forme est employée par les sajous et la seconde par les papions (voir *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, T. CXIII); ainsi même si l'on ne voyait encore parfois les otaries trotter, on aurait la

preuve, par le galop qu'ils emploient, qu'ils ont dépassé le trot dans l'échelle évolutive des allures.

Donc la locomotion employée à terre par les pinnipèdes nous prouve qu'ils ont eu sur elle une longue évolution mais il y a d'autres preuves résidant en leur évolution anatomique qui viennent prouver ce fait et elles sont telles qu'une personne tant opposée en général à l'admission de l'évolution que L. Vialleton a été amené à dire en son livre « Membres et ceintures » ce qui suit : « Les pinnipèdes offrent une adaptation à la vie aquatique d'animaux ayant gardé d'étroites ressemblances avec les carnivores ».

L'étude de la locomotion, l'étude de l'anatomie et l'étude de la

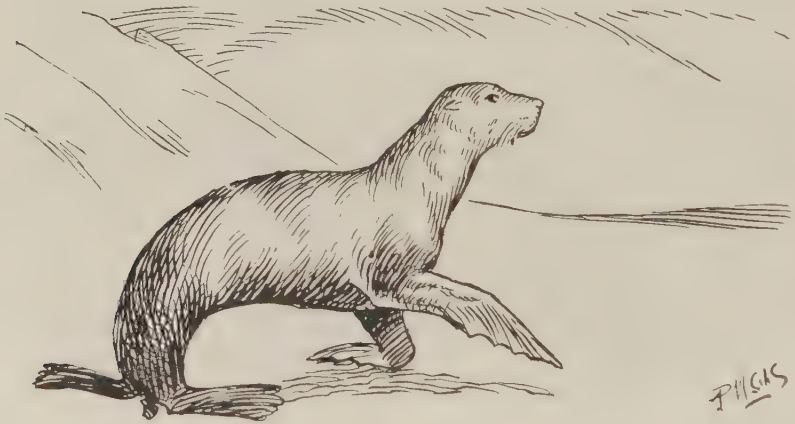


Fig. 3. — Otarie au galop en 3 temps.

paléontologie donnent des résultats complètement concordants pour ce qui se réfère à l'origine des pinnipèdes, et pour que celui qui lit ce travail s'en convainque je vais donner ici un bref résumé des indications que donne la paléontologie, résumé qu'a eu l'amabilité de me transmettre mon excellent ami le distingué paléontologue Carlos Rusconi :

« Différentes hypothèses ont été proposées pour expliquer l'origine des pinnipèdes : Wortman, par exemple, supposait qu'ils pourraient descendre de *Patriofelis* ou d'un autre créodonte ; Weber et quelques autres auteurs admettaient quelque ursidé primitif, Matthew croyait plutôt que l'ancêtre devait être un pantolestidé mais il paraît que par la suite il modifia son opinion à ce sujet ».

« Bien plus récemment, Kellog en 1931, fit une minutieuse comparaison du genre *Alloidesmus Kernensis* du tertiaire moyen de Californie qui lui permit de reconnaître de nombreux caractères ostéologiques communs à cet animal et à de nombreux carnivores de l'oligocène de l'Amérique du Nord tels les félins primitifs: *Hoplophoenus primaevus*, *Dinictis felinus*, etc. . . »



Fig. 4. — *Semantor macrurus* d'après la reconstitution de Bystrov contenue dans le travail d'Orlov.

« Si les pinnipèdes procèdent, comme il le semble, de carnivores primitifs de l'oligocène ou de l'éocène, qui tous possédaient des dents assez compliquées avec couronne trituberculaire ou quadrutuberculaire, il en résulte que les dents des pinnipèdes ont dû subir de profondes modifications en leur structure, telle celle d'avoir réduit leurs cones jusqu'à arriver au degré de simplification que nous voyons actuellement en leurs dents, principalement chez les otaries et éléphants de mer; il est plus difficile d'expliquer les nombreux denticules qui ornent la cuspide des dents du *Lobodon caranophagus* et naît naturellement l'hypothèse que ces denticules seraient apparus en époques relativement récentes sur la cuspule des dents simplifiées ».

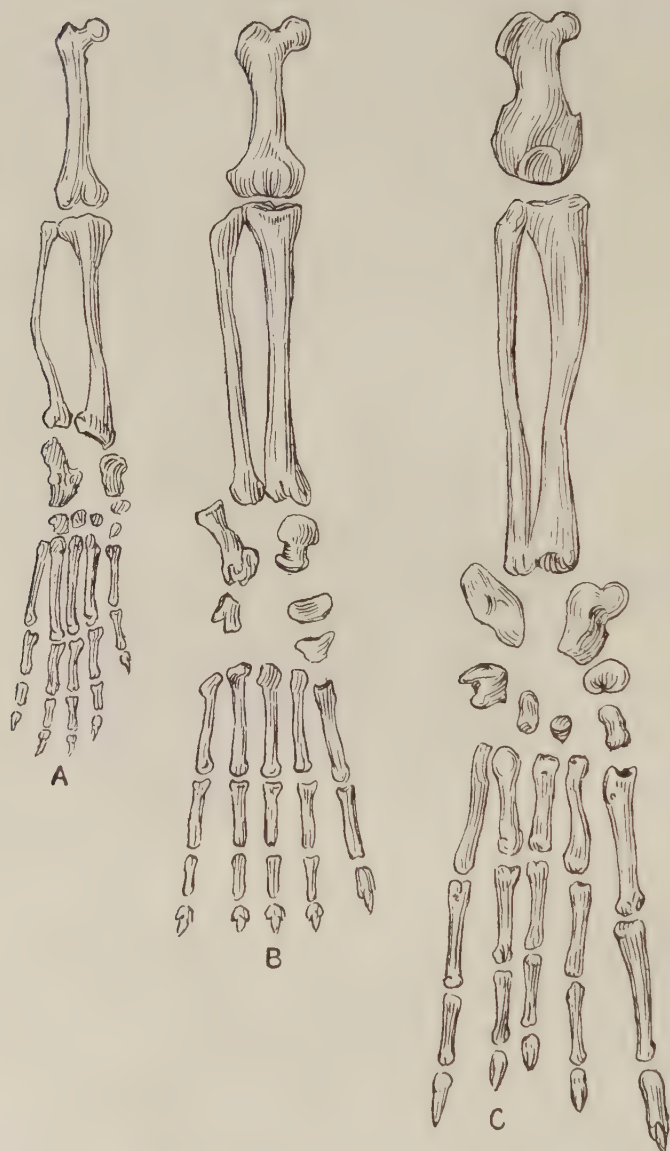


Fig. 5. — Squelette du membre antérieur de:

A - *Lutra canadensis*

B - *Sementor macrurus*

C - *Phoca hispida*

« Malheureusement les archives paléontologiques pour cet intéressant groupe de mammifères sont encore très incomplètes, mais, en dépit du manque d'explication pour certaines pièces de son squelette, il n'y a aucun doute que le milieu aquatique, en lequel il vit maintenant, ait été adopté dans le passé par ses ancêtres terrestres par étapes progressives ».

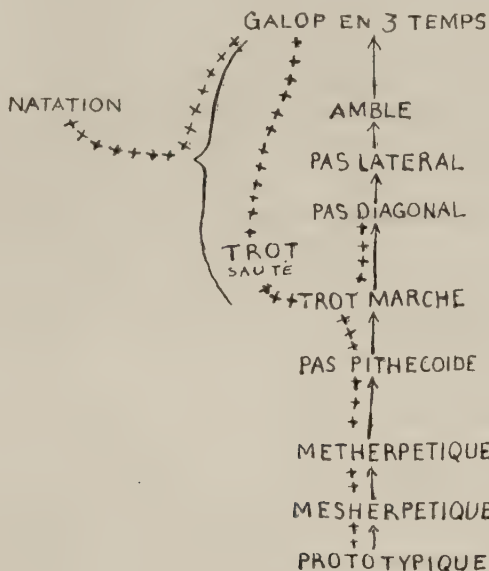


Fig. 6. — Evolution locomotrice parcourue par les pinnipèdes.

« Un exemple très intéressant et qui nous fait voir ce qu'a dû être l'évolution parcourue par les pinnipèdes est constitué par l'espèce *Semantor macrurus* du tertiaire supérieur au sujet duquel Orlov en 1933 a réalisé une intéressante étude en le comparant à divers pinnipèdes. Il est particulièrement intéressant de signaler la comparaison qu'il fit des extrémités antérieures et postérieures de ce genre avec celles de *Lutra canadensis* et *Phoca hispida* qui démontre que *Semantor* possède en même temps des caractères de ces deux genres et qu'il offre une réduction de fémur intermédiaire entre celle que l'on rencontre en *Lutra* et en *Phoca* ainsi qu'un développement des phalanges extrêmes intermédiaire à ceux offerts par ces deux genres ».

Donc les études paléontologiques nous indiquent aussi que les pinnipèdes descendent de carnassiers terrestres.

Il existe une grande différence entre les loutres de rivière ou marines, animaux fréquentant les milieux aquatiques mais conservant encore bien les caractères d'animaux terrestres qu'ils furent d'abord, et les otaries, qui en dépit d'être les moins spécialisés des pinnipèdes, sont déjà très nettement adaptés au milieu aquatique; mais cette différence si grande qui sépare ces deux groupes a été franchie par une lignée évolutive et ce qui, jusqu'à ces temps derniers, n'était qu'une supposition, a été confirmé par la découverte du *Sementor* qui nous indique ce qu'a dû être à peu près le milieu de l'évolution entre les loutres et les pinnipèdes ce que démontre bien la planche ci-jointe qui nous offre les extrémités antérieures de *Lutra canadenses*, de *Sementor macrurus* et de *Phoca hispida*, on y voit que les animaux ont dû passer de la formule 1^{er} et 5^e doigts, plus courts chez les loutres, à celle de 1^{er} et 5^e doigts plus longs chez les pinnipèdes par la formule intermédiaire, doigts sensiblement égaux que nous offrent les sementors.

Il est à regretter que le squelette de *Sementor* ait été trouvé sans le crâne qui eut pu donner des indications utiles sur l'évolution dentaire.

Tout ceci confirme complètement comme on le voit ce que m'avait indiqué l'étude de l'évolution locomotrice, je redonne ici une partie du cadre phylogénétique de l'évolution des allures que j'avais donné en mon travail: « Evolución de la locomoción terrestre en los vertebrados » en y indiquant par une ligne de croix l'évolution suivie par les pinnipèdes; elle ne peut être autre car un animal ne peut posséder (otaries) ou avoir possédé (autres pinnipèdes) le pas diagonal, le trot et le galop s'il n'avait parcouru le chemin évolutif indiqué en cette figure.

On voit que l'étude de la locomotion des animaux, l'anatomie et la paléontologie se confirment mutuellement en ce cas, comme du reste en beaucoup d'autres tel celui du cheval en lequel l'évolution parcourue révélée par la paléontologie est exactement celle qu'indique l'évolution des allures.

BIBLIOGRAFIA

POR C. C. D.

Actualités Scientifiques et Industrielles. Folletos ($16\frac{1}{2} \times 25\frac{1}{2}$) editados por Hermann & Cía. París. Números de páginas y precios variables. Se detallan los últimos repartidos siguiendo la numeración correlativa.

Nº 328. — KLEIN (MARC). — *Histoire des Origines de la Théorie Cellulaire*. 74 páginas. París, 1936. 15 francos.

Fascículo III de la serie « Exposés d'Histoire et Philosophie des Sciences » dirigida por Abel Rey, profesor de la Sorbona y director del Instituto de Historia de las Ciencias y de las Técnicas, de la Universidad de París.

El autor es asistente en el Instituto de Histología de la Facultad de Medicina de Estrasburgo.

En un primer capítulo expone lo relativo al descubrimiento de la célula; y de los estenos de la anatomía microscópica vegetal. Trata, luego, las teorías sobre la estructura elemental de los seres vivientes en el curso del siglo XVIII. El tercer y último capítulo expone la génesis de la teoría celular en el transcurso de la primera mitad del siglo XIX: Filosofía de la Naturaleza; Anatomía microscópica vegetal; Investigaciones sobre la estructura de los cuerpos animales desde Prichat hasta la publicación del libro de Schwann y Max Schulze.

Al final trae un nutrido índice bibliográfico.

Nº 331. — NICOLESCO (MIRON). — *Les Fonctions Polyharmoniques*; 54 páginas; 15 francos. 1936.

Fascículo IV de la serie « Exposés sur le théorie des fonctions », publicada con la dirección de Paul Montel.

El autor es profesor de la Universidad de Cernauti. Después de definir lo que se entiende por una función poliarmonica de orden p , recuerda los estudios hechos sobre ellas y se propone exponer el conjunto de éstos hasta ahora realizados. En un primer capítulo trata las propiedades locales; otro capítulo se refiere a los dominios no limitados; en otro trata los problemas de las fronteras y el problema biarmónico en su relación con la teoría de la elasticidad. Al final, una copiosa bibliografía.

Nº 356. — DARMOIS (GEORGES), *L'Emploi des Observations statistiques. Méthodes d'Estimation*; 36 páginas; 10 francos. 1936.

Fascículo I de la serie *Statistique Mathématique*, dirigida por el autor, eminente profesor de la Facultad de Ciencias de París.

« El propósito de la observación estadística es desdejar regularidades; o sea, fijar las estructuras de los diversos tipos por las poblaciones obtenidas con las medidas. Snpongamos primero que la atención se ejerza sobre un aspecto de los individuos observados. La composición de la población vendrá dada por una ley de reparto dependiente de una sola variable. Si la atención se posa sobre dos o más caracteres de los individuos, la estructura se especificará de acuerdo a una función de dos o más variables. En uno u otro caso podremos tener que habernos con una ley de repartición discontinua o continua... ». Así comienza su disertación el profesor Darmois, anunciando que se ocupará del caso de una sola variable y que dará esencialmente los resultados obtenidos por R. A. Fisher.

Después de esas nociones generales sobre la estimación, se ocupa de las diversas estimaciones; de las estimaciones con un apartamento-tipo mínimo; de la precisión intrínseca y de la cantidad de información. Termina una lista bibliográfica.

Nº 357. — SANTALÓ (L. A.), *Integralgeometrie über der kinematische mass in raum*; 54 páginas. 1936; 18 francos.

Fascículo II de la serie « Exposés de Geometrie » dirigida por Wilhelm Blaschke, profesor de la Universidad de Hamburgo.

Este libro, escrito en idioma alemán, trae una introducción del autor en la que se expresa lo siguiente: « El problema fundamental de las probabilidades geométricas consiste en introducir un parámetro para cada forma geométrica (punto, plano, etc.), al que se establece la condición de ser sumable con otro análogo y mantenerse invariante respecto de los grupos movibles. Esta última condición importa la propiedad de que tal parámetro —abstracción hecha de un factor constante— puede ser perfectamente determinado, cuando, con relación a los grupos él es transitivo; de modo que cualquiera de los elementos del grupo puede ser conducido a otro también cualquiera mediante un movimiento.

Este parámetro o « masa » figura como integral en una forma diferencial llamada « espesor » de aquél.

Esos « espesores » relativos a los parámetros de puntos, rectas y planos son, hace tiempo, conocidos, dando lugar a la teoría de las probabilidades geométricas con la que sorprendentes y bellos resultados han obtenido Crofton Czuber. (Bibliografía en Blasche, « *Geometría Integral* »).

Si en vez de puntos, rectas y planos se considera una serie de posiciones de un sistema de coordenadas, se puede también definir una *masa cinemática*, según una expresión de Poincaré.

Esos diversos *espesores*, así como la demostración de sus propiedades invariantes, han sido, por primera vez, establecidos en forma completamente general para un espacio n dimensional, por Blaschke ».

La intención del autor es continuar esta clase de estudios.

Los diversos capítulos tienen los siguientes títulos:

Das Mass un Euklidischen Raum schneiden. Orientierte Sbrecken die einen konvexen Körper schneiden. Konvexe Körper, die einander schneiden. Paare von Gebilden, die einen Konvexen Körper schneiden. Mengen von n Gebilden, die einen Konvexen Körper schneiden. Bewegliche Kurven und Flächen im Raum. Bewegliche Zylinder un Raum.

Nº 358. — CARTAN (ELIE), *La Topologie des Groupes de Lie*. Folleto 28 páginas; 1936; 10 francos.

Es el fascículo VIII de la serie *Exposés de Géométrie*, dirigida por el autor.

Después de unas generalidades sobre los grupos finitos y continuos, en las cuales el eminente profesor de la Sorbona observa que la topología ha motivado investigaciones continuadas desde diez años atrás, entra en materia, no sin antes decir algunas palabras relativas a los grupos finitos y continuos más generales y sobre lo que de ellos se sabe respecto de sus propiedades topológicas.

Se trata aquí de una conferencia del autor dada el 21 de octubre 1935 en el Coloquio internacional de Ginebra. Es una exposición de conjunto respecto de todo lo que se conoce sobre el tema. Un índice bibliográfico permite al lector referirse a las memorias originales.

Se consideran, primero, los grupos cerrados; luego los grupos simples cerrados; después los grupos simples abiertos; finalmente, los grupos de Lie simplemente conexos; y el tercer teorema fundamental de Lie.

Nº 362. — ORE OYSTEIN, *L'Algèbre Abstraite*; 56 páginas; 1936; 15 francos.

Fascículo VI de la serie « *Exposés d'Analyse Générale* », dirigida por Mauricio Fréchet. El autor es profesor en la Universidad de Yale. En una Introducción hace recordar que esa « álgebra abstracta » es una de las disciplinas más recientes de la matemática moderna, desarrollada especialmente en estos últimos 15 años. Y después de varias otras consideraciones, señala que su exposición tiende a presentar algunos de los problemas y resultados más importantes de la teoría.

Entrando luego en materia trata la clasificación de los sistemas algebraicos; los cuerpos; los cuerpos topológicos; los anillos conmutativos y la teoría de los ideales; teoremas de descomposición para los ideales; aplicaciones; anillos enteramente cerrados anillos no conmutativos; los sistemas hipercomplejos; los grupos; estructuras.

Nº 376. — LÉVY (PIERRE), *La Sélection du Personnel dans les entreprises du transport. Le Laboratoire du Travail du Réseau de l'Etat*. 40 páginas; París 1936; 10 francos.

Fascículo 1 de la serie « *Biologie du Travail et Biotypologie* » dirigida por H. Lautier, profesor en la Sorbona y en el Conservatorio Nacional Francés de Artes y Oficios.

El autor es ingeniero jefe de los Ferrocarriles del Estado francés. El director general de estos ferrocarriles, Mr. R. Dautry, ha escrito un Prefacio *ad-hoc* en el que apunta la importancia de la vigilancia atenta y de la observación y el contralor propio en los ferrocarriles, por lejos que se lleve la mecanización del trabajo en los talleres y el contralor automático de las circulaciones sobre las líneas de una red.

Se trata de una conferencia dada por el autor el 28 de diciembre 1935 en el Conservatorio de Artes y Oficios y en ella se tocan los siguientes puntos: En una Introducción, lo relativo a la importancia de las cuestiones del trabajo humano en los F. F. C. C., y los esfuerzos ya realizados

en ese sentido en los laboratorios del trabajo humano; luego, en un primer capítulo, el problema de la adaptación del hombre a su oficio; trabajo, aptitudes, etc.; después, los problemas especiales de los F. F. C. C. del Estado; finalmente se hacen indicaciones varias sobre las instalaciones y los métodos.

Nº 379 y 380. — PRENANT (M.), *Prochordés Amphioxus et Municiers*. Dos folletos respectivamente de 72 y 50 páginas; con 81 y 55 figuras; 15 y 12 francos. 1936.

Estos folletos pertenecen a las Lecciones de Zoología del profesor de la Sorbona autor de ellas.

Relativamente a la *Amphioxus*, se expone lo relativo a su aspecto exterior y organización general; las grandes líneas de su desarrollo; origen y estructura de los principales derivados del ento y del extoblasto; evolución general de la cabeza y de la branquia; hendiduras branquiales, nefridias y aparato circulatorio; *Amphioxus* y los vertebrados.

En cuanto a los Tunicados, en el primer folleto se trata los Ascidios, con una lista de los principales trabajos a consultar. Se completa este estudio con el segundo folleto, que se ocupa de los pirosoomas, doliolideos, salpos y apendiculares.

Al final, unas conclusiones.

Nº 397 y 398. — BUNGENBERG DE JONG (H. G.), *La Coacervation des coacervats et leur importance en Biologie*. Dos folletos; 54 y 66 páginas respectivamente, con varias figuras y tres láminas fuera del texto, (en el 1º); París 1936. 12 y 15 francos. Versión francesa por N. I. Joukowsky y Juan P. E. Duclaux.

Fascículos VI y VII de la serie « Exposé de Biologie (Embryologie et Histogenèse) » dirigida por E. Faure-Fremiet.

El objeto de esta obra es dar a conocer a los biólogos los resultados generales de las investigaciones relativas a los bicoloides, realizadas insistentemente por el autor y sus colaboradores. Sólo encara los problemas puestos sobre el tapete por la citología.

El autor llama *coacervat* a la capa separada rica en coloides que, en ciertas condiciones, aparece en los sueros hidrófilos; el fenómeno mismo lo llama *coacervación*. El primer folleto se ocupa de *Generalidades* y de los *Coacervatos* complejos; el segundo, de los auto-complejos. El orden seguido es el siguiente: Generalidades sobre la *coacervación*; Propiedades de los *coacervatos*; Situación de éstos entre los sistemas micelares; ¿Pueden los *coacervatos* contribuir a la edificación de la materia viviente?; La *Coacervación* compleja; Propiedades de las gotitas aisladas de *coacervatos* complejos; Modelo de célula conteniendo sólo *coacervatos* complejos reversibles. Hasta aquí el tomo I. El otro, después de una Introducción, trae consideraciones preliminares sobre los *coacervatos* autocomplejos reversibles e irreversibles; apuntando la importancia de estos últimos en la biología. Expone después, las consecuencias de la participación de los films coloidales que hacen posibles los desequilibrios; e indica modelos de células que tienen ellos en cuenta. Continúa luego con otras generalida-

des sobre la *coacervación* autocompleja. Otro capítulo trata la *coacervación* autocompleja de los fosfálidos. Y después indica la importancia, en biología, de la *coacervación* autocompleja de dichos fosfálidos, trata el caso del problema de la permeabilidad. Por último, vienen las observaciones finales y las relaciones complejas y autocomplejas en los sistemas coloidales que poseen un arreglo micelar arbitrario.

Una nota suplementaria se refiere a los sistemas complejos encarados del punto de vista iónico. Al final, una bibliografía.

Nº 401, 402, 403. — LECOMTE DU NOÛY, *La Température critique du Serum*.

Tres folletos de 228 páginas en total, con cerca de cien figuras. París 1936. Precios, respectivamente: 18, 20 y 10 francos. El primero trata de la Viscosidad y Fenómenos ópticos; el segundo, de los Fenómenos ópticos y iónicos; el tercero, de la fijación con éter; tensión interfacial y espectro de absorción ultravioleta.

Constituyen los tres primeros fascículos de la serie « Biophysique moléculaire » dirigida por el autor —que es jefe de servicio en el Instituto Pasteur de París.

Se da cuenta, en estos folletos, de investigaciones realizadas, pero que no pueden considerarse como definitivas. Así lo explica el autor en un Prefacio: « Todos los problemas biológicos y medicaleos comportan elementos de naturaleza físico-química demasiado descuidados hasta ahora. Se han descubierto tantos hechos que no ha habido tiempo material para estudiarlos detenidamente uno por uno; y, además de tiempo, han faltado investigadores ».

Después de una Introducción, se expone lo relativo a la absorción y a las capas monomoleculares; siguen los estudios sobre la viscosidad del suero sanguíneo y su temperatura crítica; sobre el poder rotatorio y la dispersión rotatoria del suero en función del tiempo y de la temperatura; densidad óptica (absorción) y luz difusada en función de la temperatura. Hasta aquí el primer folleto. El segundo empieza tratando el factor de depolarización, el mecanismo de la coagulación por el calor; los equilibrios iónicos del suero en función de la temperatura; los fenómenos iónicos; la conductibilidad eléctrica del suero en función de la temperatura, y la concentración en iones hidrógeno en función también de la temperatura.

Por último, el tercer folleto trata los puntos indicados en su carátula, transcritos más arriba, así como las *Conclusiones*. De éstas se desprende que, hacia los 55° a 56°, se producen profundas modificaciones en la estructura de las proteínas y del complejo lipoprotídico. Es lógico admitir que la desaparición de la propiedad particular del suero conocida con el nombre de *alexina*, es correlativa a las modificaciones estructurales y químicas determinadas por el calor en el conjunto de la molécula del suero. Parecería que existe en el suero, en una cantidad dominante, una « molécula de suero » dotada de propiedades inmunológicas particulares, propiedades que se destruyen irremediablemente si se separa la albúmina de las globulinas. Y es en el estudio sistemático de esa gruesa molécula compleja y de la fracción de globulínica del suero que se hallará la solución de todos los problemas inmunológicos.

Nº 404. — LEVIN (BARUCH. S.), *Action des Lipoides sur les Phénomènes de La Lyse*. 84 páginas con varias figuras y dos láminas fuera del texto. París, 1936; 15 francos.

Fascículo IV de la serie « Biophysique Moleculaire » recién mencionada.

El autor es doctor de la Universidad de París. Las experiencias que expone constituyen una introducción al estudio de la acción de los lipoides sobre los fenómenos de la lisis; y su objeto, aunque remoto, es la exploración de la inmunidad no específica. Las conclusiones a que llega se refieren a la citolisis, a la bacteriolisis (la lisis transmisible de los microbios por el bacteriórago es inhibida cuando está en presencia de pequeñas dosis de lecitina o de cloroesterina); a la *hemólisis*.

Las experiencias han sido realizadas en colaboración con I. Magat, Iwo Lominski, C. Piffault y A. Rogozinski.

Una de las láminas fuera del texto presenta una microfotografía de una parte de una caja de Petri conteniendo lecitina diluída al 1/80.000.000. La otra reproduce una vista fotográfica de un tubo de rayos X empleado en las experiencias; y de la cámara de ionización de Rogozinski.

Nº 247. — PLATRIER (CH.), *Les Axiomes de la Mécanique Newtonienne*. 60 páginas; 1936; 14 francos.

Fascículo I de la serie « Exposés de Mécanique Newtonienne ». Curso de la Escuela Politécnica publicado con la dirección del autor. El contenido del curso se debe a trabajos de varios profesores como Sarrau, Liauté, Lecornu, Painlevé, etc. Este primer fascículo está presentado de acuerdo a las ideas de Mach con algunas modificaciones de Painlevé y del autor. Enuncia los principios de la Mecánica clásica como una síntesis de la experiencia humana secular que permite explicar y prever los movimientos de la materia sin una exagerada complicación de las propiedades atribuídas a los cuerpos naturales. Es la idea de Poincaré.

El capítulo primero está dedicado a las medidas en mecánica y al espacio y tiempo absolutos. El capítulo II trata los axiomas fundamentales. El III se refiere a la noción de *fuerza*.

Nº 436. — POSSEL (RENÉ DE), *Sur la Théorie Mathématique des Jeux de Hasard et de Réflexion*. Un folleto de 44 páginas, 1936; 10 francos.

De la serie « Conferencias del Centro Universitario Mediterráneo de Niza » publicada con la dirección de Paul Valery, miembro de la Academia Francesa y Administrador del Centro. Es el fascículo I de esa serie.

El referido Centro se propone desarrollar y coordinar los estudios y las investigaciones de toda naturaleza que puedan interesar la cuenca del Mediterráneo y la civilización nacida en ella. Pero también, el Centro de Niza ambiciona favorecer los trabajos originales de naturaleza científica, filosófica, literaria o artística expuestos ante sus auditores.

En el folleto que nos ocupa, después de unas generalidades sobre la « reflexión », el « azar » y la « astucia », trata el juego de los bastoncillos; el teorema fundamental relativo a los juegos de combinaciones, los juegos de la suerte; probabilidad, esperanza matemática, ruleta. Por último, viene la teoría general de los juegos de von Neumann.

INDICE GENERAL

DE LAS MATERIAS CONTENIDAS EN EL TOMO CENTÉSIMO VIGÉSIMO TERCERO

A. E. SAGASTUME BERRA.—Fundamentos matemáticos de la música . . .	1, 63, 113 y 182
J. C. VIGNAUX.—Generalización de un fórmula de Schwarz	33
E. L. DÍAZ.—Notas sobre la circulación atmosférica en territorio argentino y la radiación solar	36
F. L. GASPAR.—La función de primera aproximación y la definición analítica de las superficies de frecuencias experimentales	39
C. RUSCONI.—« <i>Listriodon Dupuyi</i> » y sus relaciones con los tapires .	87
R. BAZÁN Y P. KÖLER.—La Cochinilla <i>Neococlostoma xerophila</i> Hemp. productora de «laca»	97
NICOLÁS BESIO MORENO.—Memoria anual correspondiente al sexagésimo período administrativo (1º de abril de 1936 a 31 de mayo de 1937). Asamblea ordinaria del mes de abril de 1937	145
J. C. VIGNAUX.—La forma factorial del número complejo hiperbólico .	198
SALVADOR CANALS FRAU.—La obra del padre Falkner y su contenido etnológico	209
MAURICIO DURRIEU.—Cotejos económicos y selección económica . .	249 y 300
CARLOS WAUTERS.—La chacra experimental de Patagones - Impresiones de un observador	273
P. MAGNE DE LA CROIX.—De l'origine des pinnipèdes	321

SECCION SANTA FE de la Sociedad Científica Argentina:

<i>Ciclo de conferencias.</i> —El trabajo - Función jurídica, social y educativa	49
<i>Sesión de Comunicaciones Científicas del 13 de Noviembre de 1936 .</i>	50
P. RAÚL CARABAJAL S. J.—Ultimos descubrimientos arqueológicos del Arroyo Leyes, (Prov. de Santa Fé)	50
F. E. URONDO.—Nuevas medidas de radioactividad del aire del subsuelo	57

VARIAS

F. L. G.—Prof. Karl Pearson. 1857-1936. Necrología	47
Segunda reunión de la Sociedad Argentina de Ciencias Naturales	137
Noticiario	94 y 272

BIBLIOGRAFÍA

C. C. D.	89, 208 y 329
------------------	---------------